

BMM 306 – BİYOMEDİKAL İŞARET İŞLEME – Ödev 1. Örneklem

1. Özet

Bu alıştırma ödevi doğru örneklem frekansı seçiminin öneminin anlaşılması için tasarlanmıştır. Tüm alışırmalar güçlü bir sinyal işleme ve matematiksel analiz aracı olan Matlab® yazılımı kullanılarak gerçekleştirilecektir. Lütfen ödevin açıklamalarını dikkatlice okuyunuz ve yapmanız gereken ön hazırlıkları da ödev raporunuza ekleyiniz.

2. Giriş

MATLAB® yüksek performanslı bir programlama dilidir. Bu programlama dili hesaplamalar sırasında en fazla matris ve vektörleri kullanmaktadır. Matrisler ($N \times N$) boyutundaki sayı dizileridir. 1×1 matrisler özel isimleriyle skaler dediğimiz sayılar iken 1 satır ($1 \times N$) ya da 1 sütunlu ($N \times 1$) olanları ise vektör ya da dizi adını alır. Matlab® ise bütün bir matris ile kolaylıkla ve hızlıca çalışma olanağı sağlar.

Biyomedikal sinyaller zaman serileridir ancak dijital (sayısal) hale dönüştürüldükten sonra Matlab vektörü/dizisi olarak saklanabilirler. Orijinal analog sinyalden alınan her bir örnek vektör/dizinin bir elemanı olarak kaydedilir. Biyomedikal görüntüler ise Matlab matrisi olarak kaydedilirler. Bu sebeple çoğu zaman biyomedikal işaretler 1D (dimension) yani tek boyutlu kabul edilirken biyomedikal görüntüler 2D kabul edilebilirler. Bu ders kapsamında yalnızca biyomedikal işaretler kullanılmaktadır.

3. Ödev Çalışması – Doğru Örneklem Frekansının Seçilmesi

Nyquist Kriterine göre, $f(t)$ sinyalini doğru bir şekilde oluşturabilmek için $f(t)$ 'nin en yüksek frekanslı olan bileşeninin en az iki katı değerinde bir örneklem yapmak gereklidir. Bunu gerçekleştirmek için kullanılan yaklaşımlardan biri örneklem frekansının, en yüksek frekans bileşeninden 5 kat büyük seçilerek sinyalin örneklenmesidir.

$x_1(t) = \cos(2\pi f_c t)$ sinüs sinyali $f_c = 250\text{Hz}$ değeri alınarak düşünüldüğünde, bu denklemin Fourier dönüşümü $X_1(f) = \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$ olarak bulunur (Fourier dönüşümünün simetrisinden ötürü f_c ve $-f_c$ 'de spektral bileşenleri bulunmaktadır ancak negatif frekans değerlerinin fiziksel bir anlamı yoktur). Bu sinyali Matlab®'da çizdirebilmek için öncelikle zaman (t)'yi ifade edene bir vektör/dizi yazılmalıdır. Bu:

```
>>t=[0:1/fs:2];
```

Şeklinde yazılabilir (f_s örnekleme frekansı olmak üzere). Bu vektörden hesaplanabilecek öge sayısı (N) bu örnekleme frekansının değerine bağlıdır ve **$N = \text{length}(t)$** formülü ile bulunur. Genel kural olarak örnek sayısı ne kadar fazla ise sinyalin gerçeğe en yakın temsili gerçekleşir. Buna göre:

1. $x_1(t)$ sinyalini Matlab®'daki **plot** fonksiyonunu kullanarak çizdirin.
2. $f_s = 200\text{Hz}$, 1000Hz ve 4000Hz değerlerini kullanarak $x_1(t)$ sinyalini yeniden çizdirin. Bu durumda sinyalleriniz arasında herhangi bir fark gözlemliyor musunuz? Bunlar nelerdir grafiklerinizi yorumlayınız (bunun için grafiklerinizi (**plot**) **axis** leri ile oynayarak düzenleyebilirsiniz).

EEG sinyalinin frekans spektrumu (yelpazesi) Fourier dönüşümü ile analiz edilebilir. Matlab®'ın **fft** fonksiyonu bir giriş vektör/dizisinin kesikli Fourier dönüşümünü verir. Bu sebeple `fft(x1)` komutu bu sinyalin kesikli Fourier dönüşüm vektörü ya da dizisini verecektir. Fourier dönüşümünün maksimum frekans değerinin kullanılan örnekleme frekansının yarısı kadar olacağı akılda tutulmalıdır.

fftshift fonksiyonu, sıfır frekans bileşenini spektrumun ortasına kaydırır. Ayrıca, Fourier dönüşümün genliğinin de ayarlanması için bu değerin toplam örnek sayısına (N) bölünmesi gerekmektedir. Buna göre:

3. `FT_X1` sinyalini elde ediniz (sıfır frekansına ortalanan ve genliği ayarlanmış şekilde).

Sonrasında $x_1(t)$ sinyalinin $-f_s/2$ ve $f_s/2$ arasındaki spektrumu şu şekilde çizdirebilir:

```
>>f=linspace (-fs/2, fs/2, length (FT_X1));
```

```
>> plot(f, abs(FT_X1))
```

4. **linspace** kullanımı neden gereklidir?
5. Yalnız fiziksel anlamları olan ve asıl kullanmak istenen pozitif frekans değerleri görülecek şekilde grafiğinizin **axis**'ini düzenleyiniz.
6. Bu düzenleme $x_1(t)$ 'nin farklı örnekleme frekanslarında hesaplanmış Fourier dönüşümleri için aynı mıdır? Yorumlayınız.

Kaynaklar:

Haykin, S. (2001) *Communication Systems*, John Wiley & Sons, 4rd edition.

Oppenheim, A.V. and Schafer, R.W. (1989) *Discrete-Time Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

BMM 306 – BİYOMEDİKAL İŞARET İŞLEME – Ödev 1. Korelasyon, Kovaryans, Konvolüsyon, Gürültü ve Ortalama Alma

1. Özet

Bu alıştırma ödevi ile korelasyon ve kovaryans hesaplamalarında MATLAB® kullanımını ve gürültünün farklı özelliklerinin öğrenilmesi amaçlanmaktadır. Buna ek olarak ortalama almanın gürültünün etkilerini azaltmaktaki kullanımı incelenecektir.

2. Giriş

MATLAB® ortalama (**mean**), varyans (variance - **var**) ve standart sapma hesaplamaları yapabilmek için (Standard deviation - **std**) özellikli bileşik fonksiyonlara sahiptir. Bunlara ek olarak konvolüsyon, karşılıklı korelasyon (cross-correlation) ve oto korelasyon (auto-correlation) fonksiyonları da bulunmaktadır. MATLAB®’da konvolüsyon işlemi **conv** fonksiyonu kullanılarak alınabilir:

$$z = \text{conv}(x,y);$$

Bu denklemdaki **x** ve **y** vektör/dizileri konvölü edilecek sinyalin örneklerini (samples) içerirken **z**, **x** ve **y**’nin konvölü edilmesi ile elde edilen **x**’in uzunluğu (length(x)) ve **y**’nin uzunluğunun (length(y)-1) 1 eksiğinin toplamına eşit uzunluktaki dalgaformudur.

Cross-correlation and auto-correlation için ise **xcorr** fonksiyonu kullanılmalıdır:

$$c = \text{xcorr}(a,b);$$

Bu denklemdaki **a** ve **b**, $M > 1$ uzunluğundaki vektörlerdir. Çıkış **c** ise $2 \cdot M - 1$ uzunluğundaki cross-correlation dizisidir. Yalnızca ilk giriş argümanı belirtildiğinde (örn: **c = xcorr(a)**), çıkış vektör **a**’nın oto korelasyonuna eşittir.

En sık haliyle matlab fonksiyonu şu şekilde kullanılmaktadır:

$$[c, \text{lags}] = \text{xcorr}(a, b, \text{maxlags}, \text{scaleopt});$$

Bu denklemdaki opsiyonel argüman **maxlags**, kaydırma aralığını belirtmektedir. Kaydırılmış dalgaformu $\pm \text{maxlags}$ arasında kaydırılmıştır. Bir değer belirtilmediği durumda giriş vektörleri **a** ve **b** nin uzunluğu (örn: N) için $-N + 1$ ile $N - 1$ arasındadır. **maxlags**’e ek olarak **scaleopt** argümanı da opsiyoneldir ve korelasyon değerinin normalize edilmesinde kullanılır. Scaleopt, ‘**biased**’ olarak ayarlandığında çıkış değeri cross-correlation/auto-correlation fonksiyonunun sonucunun $1/N$ ’e bölünmüş eğilimli (biased) bir hesabıdır. Scaleopt’un diğer opsiyonları için MATLAB®’ın help menüsünden faydalanınız.

Bunlara ek olarak cross-covariance ve auto-covariance için **xcov** fonksiyonu kullanılmaktadır:

$$[c, lags] = \text{xcov}(a, b, \text{maxlags}, \text{scaleopt});$$

Bu denklemde de **xcorr** fonksiyonuna benzer argümanlar (bkn: **maxlags**, **scaleopt**) kullanılmaktadır. Kovaryans fonksiyonu **cov**, **cov(x)** şeklinde kullanıldığında **x** vektörünün varyansını döndürmektedir. Dönen matristeki her satır (raw) bir gözlem (observation) ve her bir sütun (column) ise değişkendir. Bu matrisin diyagonali **diag(cov(x))** ile bulunur ve bu vektör her bir sütundaki değişimi ifade etmektedir. **sqrt(diag(cov(x)))** ise standart sapma değerlerinin olduğu vektörü hesaplamaktadır. Benzer şekilde korelasyon matrisi de **corrcoef** fonksiyonu kullanılarak hesap edilebilir:

$$R_{xx} = \text{corrcoef}(x);$$

Gauss gürültüsü ise fonksiyon **randn** kullanılarak hesap edilir:

$$gn1 = \text{randn}(1, N);$$

Bu komut standart Gauss dağılımlı (normal dağılım) ortalama değeri sıfır (0) ve standart sapması bire (1) eşit rastgele değerler içeren bir vektör döndürmektedir. Belirli bir ortalama **m** değeri ve **sd** standart sapması ile normal dağılımlı bir yapay (pseudo) dağılım ise şu şekilde oluşturulabilir:

$$gn2 = m + sd * \text{randn}(1, N);$$

3. Ödev Çalışması

a. Beyaz Gürültünün Oto Korelasyonu

MATLAB®'daki **xcorr** ve **randn** fonksiyonlarını kullanarak beyaz gürültünün oto-korelasyon dizisini çizdiriniz.

1. Oto-korelasyon fonksiyonunu normalize edip tekrar çizdiriniz.
2. 2048 noktalı (points-samples) bir dizi ve 256 noktalı bir dizi kullanarak bu işlemleri tekrar ediniz ve dizi uzunluğunun bu işlemde bir değişikliğe sebep olup olmadığını yorumlayınız.
3. Rand rutinini kullanarak tekbiçimli (uniform) bir gürültü oluşturabilirsiniz. Gürültünün uniform olduğu durumda sonuçlarınızda bir değişiklik oluyor mu yorumlayınız.

3.2. Gürültünün Filtrelenmesi

512 noktalı bir beyaz gürültü dizisi oluşturunuz ve her bir üç noktanın ortalamasını alınız. (İpucu: yeni bir dizi oluşturup bu dizinin her bir elemanı gürültü dizinizin komşu üç elemanının ortalaması olacak

şekilde bir kod yazmanız gerekir.) Daha sonra gürültü ve filtrelenmiş gürültülerin oto-korelasyonlarını hesaplayıp, sinyalleri çizdiriniz, grafiklerinizi yorumlayınız.

3.3. *Konvolüsyon Kullanarak Gürültünün Filtrelenmesi*

Bir önceki egzersizde kullandığınız rastgele diziye bu sefer konvolüsyon kullanarak filtreleyin. Bunun için 3 tane 1/3 katsayılı (coefficient) bir filtre fonksiyonu $h(n)$ tanımlamanız gerekmektedir. $h(n) = [1/3 \ 1/3 \ 1/3]$ ve bunu **conv** fonksiyonunu kullanarak 3.2’de oluşturduğunuz rastgele gürültü dizisi ile konvüle ediniz. Gürültü ve filtrelenmiş gürültü sinyallerinizi plot ile çizdirip bir önceki bölümün grafiklerini de içine katarak farklarını yorumlayınız.

3.4. *Ortogonal (Birbirene dik) fonksiyonların Korelasyon ve Kovaryansları*

İki fonksiyon, eğer birbirlerinde farklı ve iç çarpımları sıfıra eşitse bu fonksiyonlar birbirine ortogoneldir. Bu tip fonksiyonlara örnek olarak sinüs ve kosinüs fonksiyonları verilebilir. Genellikle ortogonal fonksiyonlar ihmal edilebilir düzeylerde bir korelasyonlar (benzeşim) gösterirler.

Bir veri matrisi oluşturunuz. Bu matrisin sütunları ortogonal sinüs fonksiyonları içersin (1 Hz ve 2 Hz’lik sinüs ve kosinüs fonksiyonları, sırasıyla 1, 2, 3 ve 4 genliklerinde olsunlar). Bu matrisin kovaryans ve korelasyon matrisini hesaplayınız. Kovaryans matrisindeki köşegen (diagonal) değerler neyi ifade etmektedir?

3.5. *Grup Ortalaması (Ensemble Average)*

Sinüs fonksiyonu $x=3*\sin(2*\pi*50*t)$ oluşturun ve standart sapması 1 olan Gauss gürültüsünü bu fonksiyona ekleyin. Bir sonraki aşamada gürültü ile bozulmuş bu sinyali çizdirin.

Ortalama almanın rastgele gürültüyü azaltmaktaki etkilerini gözlemleyebilmek için standart sapması 1 olan Gauss gürültülü 10 farklı bozulmuş sinüs dalgası oluşturun (İpucu: Bunu bir döngü yapısı içerisinde yapabilirsiniz). Bu 10 sinyalin ortalamasını alınız. Gürültülü sinyaldeki değişimi yorumlayınız. Bu ortalama değerini 100 tekrar için alsaydık sonucun ne olabileceği ile ilgili yorum yapınız.

Kaynaklar:

The MathWorks, Inc. (2012) *User’s Guide*.

Semmlow J.L. (2004) *Biosignal and Biomedical Image Processing - MATLAB-Based Applications*. CRC Press, 2004.

BMM 306 – BİYOMEDİKAL İŞARET İŞLEME – Ödev 3. Periodogram

1. Özet

Bu alıştırma ödevi ile sinyallerin güç spektrum yoğunluklarının periodogram kullanarak hesaplanması yapılacaktır.

2. Giriş

MATLAB® güç spektrum yoğunluğu (power spectral density - PSD) hesaplaması yapabilmek için farklı birçok metot kullanır. Bunlardan birisi de **periodogram**dır.

Pxx = periodogram (x);

Bu komut, **x** sinyalinin PSD değerini **Pxx** vektörü içerisine döndürür. Varsayılan (default) ayar olarak dikdörtgen bir pencere kullanılır. PSD FFT kullanılarak hesaplanır ve Pxx vektörü de buna göre birim frekans değerindeki güç dağılımına eşit olur. Gerçek sinyallerde PSD tek yönlüdür ve sinyalin toplam gücünü verirken karmaşık sinyaller için çift yönlü bir PSD değeri hesaplanabilir.

Varsayılan ayardaki dikdörtgen pencerenin 13.3 dB'lik yan lob sönümlemesinden dolayı bu değer altındaki spektral içerik maskelenmiş ya da gizli kalmış olabilir. Bu sebeple pencere seçimi işlenen sinyalin spektral karakteristikleri doğru belirlemek için değiştirilebilir ve bu önemli bir kriterdir. Seçilecek pencere tipi, periodogram komutu ile birlikte şu şekilde seçilebilir:

Pxx = periodogram (x, window);

Elde edilen değer modifiye edilmiş bir periodograma eşittir. Periodogram ile ilgili daha ayrıntılı bilgi edinmek için lütfen Matlab® help menüsünden faydalanınız. Buna ek olarak, **wintool** (Window Desing & Analysis Tool) kullanarak farklı pencere tipleri hakkında da bilgi edinebilirsiniz.

Welch Metodu kullanılarak yazılabilecek Matlab® rutini şu şekildedir:

[Pxx,f] = pwelch(x, window, noverlap, nfft, fs)

Yalnızca ilk giriş argümanı ve data vektörü **x** gereklidir. Default olarak **x**, **%50 çakışma (overlap)** ile **8 bölüme (section)** ayrılmıştır. Her bir bölümde Hamming penceresi kullanılmış ve her bölüm için periodogramlar hesaplanıp ortalamaları alınmıştır. **length (x)**'in 8 eşit parçaya bölünemediği durumlarda sinyal %50 çakışma olacak şekilde kırpılır (truncated). Hamming penceresinin ise 42.5 dB'lik sönümlemeye sebep olan yan lobu olduğundan bu değer altındaki spektral bileşenler bu metotla da maskelenebilir.

PSD hesaplamasının default yolu başka giriş argümanları değiştirilerek modifiye edilebilir. Giriş argümanı **window** bir sayı ise, bu sayı Hamming penceresinin bölüm (segment) uzunluğunu belirtir ve x sinyali bu belirtilen segment uzunluğuna %50 bir çakışma ile ayrıştırılamıyorsa kırpılmak zorundadır. Eğer **window** bir vektöre eşitse, bu vektörün pencerenin fonksiyonuna ve pencerenin büyüklüğüne eşit (vektörün uzunluğuna eşit) olduğu kabul edilir. **nfft** değerinden az (çok olmasına müsaade edilmez) olacak şekilde verilen bir pencere uzunluğu ise, **nfft**'nin uzunluğuna eşit olacak şekilde sonuna sıfır eklenir (zero-padded). Örnek noktaları arasındaki çakışma da **noverlap** argümanı kullanılarak ayarlanabilir. Son olarak ise, örnekleme frekansı, **fs** input argümanı kullanılarak belirlenebilir. Bu frekans vektörü, **f**'e karşı çıkış değerlerinizi çizdirirken doğru orantılanmış bir aksise karşı çizdirmenize olanak sağlar.

3. Ödev Çalışması

3.1. Gürültülü Bir Sinüs Dalgasının Welch Metodu Periodogramı İle PSD'sinin Hesaplanması

1. 50 Hz ve 140 Hz'de frekans bileşenleri olan bir sinüs sinyali oluşturun.(İpucu: iki adet genliği 1 ancak farklı frekans değerlerinde olan sinüs fonksiyonunu toplayın).
2. Sıfır ortalaması olan bir beyaz gürültü oluşturun (standart sapması 2 olsun). Örnekleme frekansı 1000 Hz ve örnek sayısı 2000 olacak (2 saniyelik bir zaman vektörü oluşturun) şekilde gürültü ve sinüs sinyallerini toplayın ve çizdirin.
3. Welch metodu PSD hesaplamasını kullanarak, Hamming penceresi ve %50 çakışma ile, nfft değerleri 64, 128, 256 ve 512 olacak şekilde hesaplamalarınızı yapın. Sonuçlarınızı frekansa karşılık çizdiriniz. nfft değerinin değiştirilmesi spektral hesaplarınızı geliştiriyor mu, yorumlayınız.

3.2. Gürültülü Bir Sinüs Dalgasının Periodogram ve Dikdörtgen Pencere İle PSD'sinin Hesaplanması

3.1'deki egzersizde oluşturduğunuz sinyali bu sefer periodogram rutinini kullanarak dikdörtgen pencere ve aynı nfft değerleri için tekrar ediniz. Sonuçlarınızı frekansa karşı çizdiriniz ve grafiklerinizi doğru bir şekilde etiketleyiniz. Welch metoduyla bulduğunuz değerlerle bu egzersizde bulduğunuz değerler arasında fark var mı, yorumlayınız.

3.3. Gürültülü Bir Sinüs Dalgasının Periodogram ve Üçgen Pencere İle PSD'sinin Hesaplanması

3.1'deki egzersizde oluşturduğunuz sinyali bu sefer periodogram rutinini kullanarak 64 noktalı bir üçgen pencere ve aynı nfft değerleri için tekrar ediniz. Sonuçlarınızı frekansa karşı çizdiriniz ve grafiklerinizi doğru bir şekilde etiketleyiniz. Yaptığınız üçgen pencere modifikasyonunun PSD değerimize olan etkilerini yorumlayınız.

3.4. Farklı Pencerelelerin Kıyaslanması

Hamming, dikdörtgen, üçgen, Hann (Hanning), Chebyshev ve Gauss pencerelerinin zaman ve frekans domeynindeki grafiklerini gözünüzün önüne getiriniz. Her pencerenin 64 noktası olduğunu varsayarak wintool ya da wvtool (Matlab® Window Design & Analysis Tool) kullanarak bu pencereleri aynı figür üzerinde çizdiriniz ve farklarını yorumlayınız.

Kaynaklar:

The MathWorks, Inc. (2012) *User's Guide*.

Semmlow J.L. (2004) *Biosignal and Biomedical Image Processing - MATLAB-Based Applications*. CRC Press, 2004.