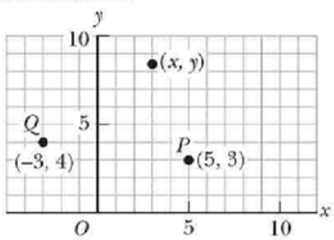
Bölüm 3: Vektörler

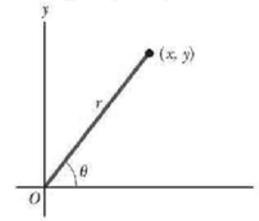
3.1. KOORDİNAT SİSTEMLERİ

- Bir cismin hareketinin tanımlanabilmesi için, uzayda konumunun tamamlanması gereklidir. Bu, koordinat sistemlerini kullanılması ile sağlanır.
- Kartezyen kordinat sistemi



3.1. KOORDİNAT SİSTEMLERİ

- Kartezyen ve Kutupsal (Polar) koordinat sistemleri.



- P noktası kartezyen sistemde P(x,y)=(3,4) olarak ifade edilir.
- Aynı P noktası kutupsal sistemde P(r,θ)=(5,53^0) olarak ifade edilir.

3.1. KOORDİNAT SİSTEMLERİ

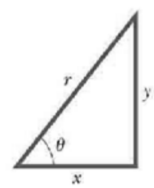
- Kartezyen ve Kutupsal (Polar) koordinat sistemleri arasında geçiş.

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

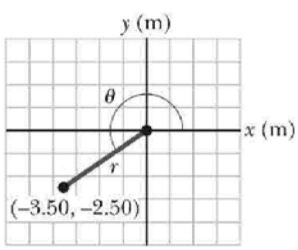
$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



3.1. KOORDİNAT SİSTEMLERİ

- Örnek: xy düzlemindeki bir noktanın kartezyen koordinatları, şekilde gösterildiği gibi (x, y) = (-3.50, -2.50) m'dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-3{,}50)^2 + (-2{,}50)^2}$$

$$r = 4{,}30\ m$$

$$tan\theta = \frac{-2{,}50}{-3{,}50} = 0{,}714$$

$$\theta = 216^0$$

$$(r;\theta) = (4{,}30;216^0)$$

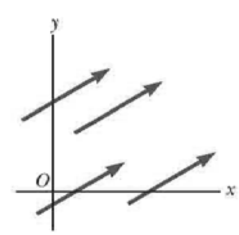
3.2. SKALER VE VEKTÖR NİCELİKLER

- Bir skaler nicelik uygun bir birime sahip tek bir sayı ile ifade edilebilir.
  Örnek: Sıcaklık, Kütle, Hacim
- Bir vektörel nicelik ise hem büyüklüğe hem de yöne sahip olmalıdır.
- Örnek: Hız, İvme, Ağırlık Kuvveti
- Vektörlerin gösterimi:

$$\vec{v}, \vec{a}, \vec{F}$$

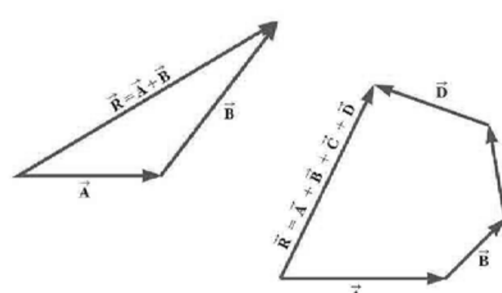
3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- <u>İki vektörün eşitliği:</u> İki vektör aynı yön ve büyüklüğe (şiddete) sahipse, birbirine eşittir. Vaktörlerin başlangıç noktalarının aynı olması gerekmez.



3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- <u>Vektörlerin grafiksel metodlarla toplanması:</u>



3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- Toplama işleminin özellikleri

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$

$$\vec{A}+\left(\vec{B}+\vec{C}\right)=\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+\vec{C}$$

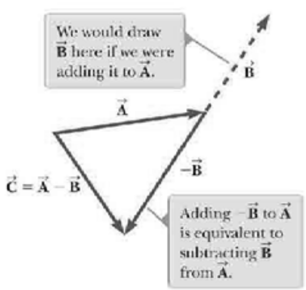
- Bir vektörün negatifi, o vektör ile toplandığında 0 sonucunu veren vektör olarak tanımlanır.

$$\vec{A}+(-\vec{A})=0$$

- $-\vec{A}$ vektörü, büyüklüğü $\vec{A}$ vektörü ile aynı, yönü $\vec{A}$ vektörünün zıttı olan vektördür.

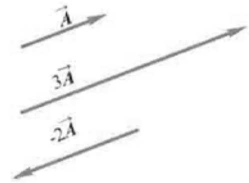
3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- Vektörlerin çıkarılması: Çıkacak vektör ile çıkarılacak vektörün negatifinin toplanması olarak tanımlanır.



3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- Bir vektörün bir skaler ile çarpılması: Bir vektör bir skaler ile çarpıldığında, vektörün yönü değişmez, ancak büyüklüğü değişir.



3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- Örnek: $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin büyüklükleri sırasıyla 12 ve 8 birimdir. $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$ vektörünün büyüklüğünün maksimum ve minimum değerleri ne olur?

$\vec{R}$ vektörünün maksimum değeri 20 ($\vec{A}$ ve $\vec{B}$ aynı yönde)

$\vec{R}$ vektörünün minimum değeri 4 ($\vec{A}$ ve $\vec{B}$ zıt yönde)

- Örnek: Herhangi iki $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörünün toplamının 0 olabilmesi için aşağıdakilerden hangi şartların sağlanması gerekir.

  a) $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ paralel ve aynı yönde olmalıdır.

  b) $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ paralel ve zıt yönde olmalıdır.

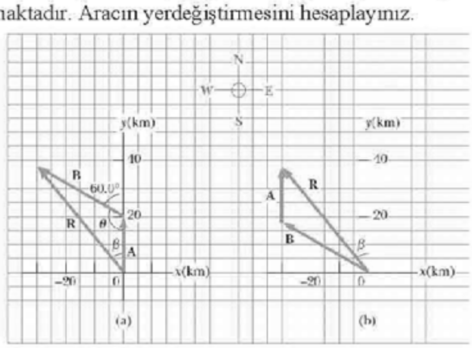
  c) $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ eşit büyüklüğe sahip olmalıdır.

  d) $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ birbirine dik olmalıdır.

  b ve c şartları sağlanmalıdır.

3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- Örnek: Bir araç 20 km kuzeye doğru yol aldıktan sonra, 35 km kuzey ile 60° açı yaparak kuzey-batı yönünde yol almaktadır. Aracın yerdeğiştirmesini hesaplayınız.



3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

- Örnek: Bir araç 20 km kuzeye doğru yol aldıktan sonra, 35 km kuzey ile 60° açı yaparak kuzey-batı yönünde yol almaktadır. Aracın yerdeğiştirmesini hesaplayınız.

Burada θ açısı: θ = 180 – 60 = 120° olur.

$\vec{R}$'nin büyüklüğü ise,

$$R^2=A^2+B^2-2ABCos(\theta)$$
$$R^2=20^2+35^2-2.20.35.Cos(120)$$
$$R=48{,}2 \text{ km}$$

$\vec{R}$'nin yönü ise,

$$\frac{Sin(\beta)}{B}=\frac{Sin(\theta)}{R}$$
$$\frac{Sin(\beta)}{35}=\frac{Sin(60)}{48{,}2}$$
$$\beta=39°$$

olarak bulunur.

3.3. VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

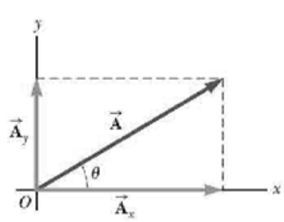
- Örnek: Bir araç 20 km kuzeye doğru yol aldıktan sonra, 35 km kuzey ile 60° açı yaparak kuzey-batı yönünde yol almaktadır. Aracın yerdeğiştirmesini hesaplayınız.

Yani $\vec{R}$'nin büyüklüğü 48,2 km ve yönü ise kuzey ile 39° açı yapmaktadır.

- Görüldüğü gibi grafiksel metod bazı avantajlarına rağmen, bazı trigonometrik hesapları içerdiğinden biraz zahmetlidir.
- Ayrıca, 2 boyutta yapılan hesaplarda üçgenlerden faydalanılabilir. Ancak 3 boyutta yapılacak vektör toplamları ve açılarla yapılacak işlemler daha karmaşık bir hal alacağından, grafiksel metod tercih edilmez.

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Bir vektörün koordinat sistemleri üzerine izdüşümüne o vektörün bileşenleri denir.



$$A_x=ACos\theta$$
$$A_y=ASin\theta$$

$$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}$$

$$tan\theta=\frac{A_y}{A_x}$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Örnek: Bir vektörün bir bileşeninin büyüklüğü,
  a) Her zaman,
  b) Bazen,
  c) Hiçbir zaman,
  vektörün büyüklüğünden fazladır.

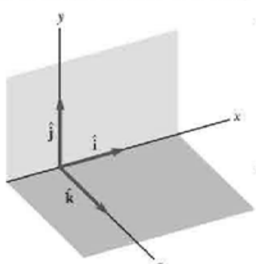
Doğru cevap: c

- Vektör bileşenlerinin işaretleri,

A_x negative, A_y positive	A_x positive, A_y positive
A_x negative, A_y negative	A_x positive, A_y negative

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Birim vektörler: Birim vektör, büyüklüğü 1 olan boyutsuz bir vektördür.
- 3 eksendeki birim vektörler,



- Herhangi bir vektör,

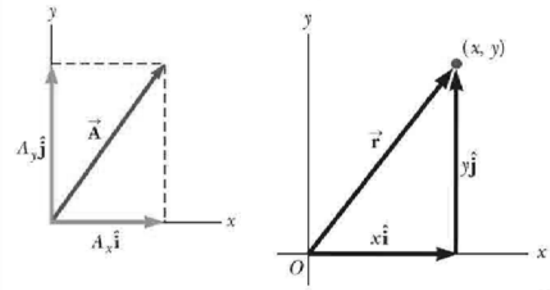
$$\vec{A} = \overrightarrow{A_x} + \overrightarrow{A_y} + \overrightarrow{A_z}$$
$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$

- Herhangi bir konum vektörü,

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$$
$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$



3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Örnek: Eğer bir vektörün en az bir bileşeni pozitif yönde bir değere sahip ise,
  a) Vektörün herhangi bir negatif bileşeni olamaz.
  b) Vektörün büyüklüğü 0 olamaz.
  c) Vektör, 3 boyutlu olamaz.
  Doğru cevap: b

- Örnek: Aşağıdaki vektörlerin hangisinde, vektörün büyüklüğü bileşenlerinden birinin büyüklüğüne eşittir?
  a) $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$
  b) $\vec{r} = -3\hat{\jmath}$
  c) $\vec{r} = +5\hat{k}$
  Doğru cevap: b ve c

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Geometrik metodun yeterli olmadığı durumlarda, vektörel aritmetik işlemler, bileşenler kullanılarak yapılabilir.

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k})$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

$$\vec{R} = \overrightarrow{R_x} + \overrightarrow{R_y} + \overrightarrow{R_z}$$

$$R_x = A_x + B_x,\ R_y = A_y + B_y,\ R_z = A_z + B_z$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Bir vektörün büyüklüğü, mutlak değer işareti ile ifade edilir.

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Örnek: x-y düzleminde bulunan $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin toplamını hesaplayınız.

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} \quad \text{(m)}$$
$$\vec{B} = 2\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} \quad \text{(m)}$$
$$A_x = 2\,, A_y = 2$$
$$B_x = 2\,, B_y = -4$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$
$$\vec{R} = (2+2)\hat{\imath} + (2-4)\hat{\jmath} + (0+0)\hat{k}$$
$$\vec{R} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} \text{ (m)}$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Örnek: x-y düzleminde bulunan $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin toplamını hesaplayınız.

$$\vec{R} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} \text{ (m)}$$
$$R_x = 4 \text{ (m)}$$
$$R_y = -2 \text{ (m)}$$
$$|\vec{R}| = R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$
$$R = \sqrt{20} = 4{,}5 \text{ (m)}$$

Yatayda +x-ekseni ile yapılan θ açısını bulmak için,

$$tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2}{4} = -0{,}5$$
$$tan^{-1}(-0{,}5) = \theta$$
$$\theta = -27° = 333°$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Örnek: Bir cisim sırasıyla

$$\vec{d_1} = 15\hat{\imath} + 30\hat{\jmath} + 12\hat{k} \text{ (cm)}$$
$$\vec{d_2} = 23\hat{\imath} - 14\hat{\jmath} - 5\hat{k} \text{ (cm)}$$
$$\vec{d_3} = -13\hat{\imath} + 15\hat{\jmath} \text{ (cm)}$$

yerdeğiştirmelerini yapmaktadır. Cismin toplam yerdeğiştirmesinin büyüklüğünü hesaplayınız.

$\vec{R} = \vec{d_1} + \vec{d_2} + \vec{d_3}$

$\vec{R} = (15 + 23 - 13)\hat{\imath} + (30 - 14 + 15)\hat{\jmath} + (12 - 5)\hat{k}$

$\vec{R} = 25\hat{\imath} + 31\hat{\jmath} + 7\hat{k}$

$$|\vec{R}| = R = \sqrt{25^2 + 31^2 + 7^2}$$

$R = 40$ (cm)

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

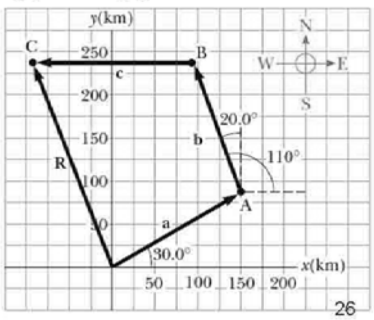
- Örnek: Bir uçak şekilde verilen doğrultulardaki ve uzunluklardaki yerdeğiştirmeleri yapmaktadır.

$|\vec{a}| = 175\ km$

$|\vec{b}| = 153 km$

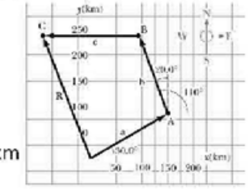
$|\vec{c}| = 195\ km$

C şehrinin orijine göre konumunu hesaplayınız.



3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

$|\vec{a}| = 175\ km \quad |\vec{b}| = 153 km \quad |\vec{c}| = 195\ km$



$a_x = |\vec{a}| Cos(30°)$

$a_x = (175).(0{,}866) = 152$ km

$a_y = |\vec{a}| Sin(30°)$

$a_y = (175).(0{,}5) = 87{,}5$ km

$b_x = |\vec{b}| Cos(130°)$

$b_x = (153).(-0{,}342) = -52{,}3$ km

$b_y = |\vec{b}| Sin(30°)$

$b_y = (153).(0{,}94) = 144$ km

$c_x = |\vec{c}| Cos(180°)$

$c_x = (195).(-1) = -195$ km

$c_y = |\vec{c}| Sin(180°)$

$c_y = (195).(0) = 0$ km

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

$R_x = a_x + b_x + c_x$

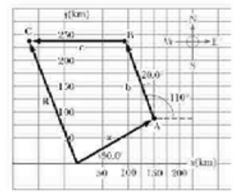
$R_x = 152 - 52{,}3 - 195$

$R_x = -95{,}3$

$R_y = a_y + b_y + c_y$

$R_y = 87{,}5 + 144 + 0$

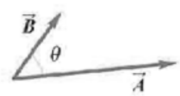
$R_y = 231{,}5$



$\vec{R} = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}$

$\vec{R} = -95{,}3\hat{\imath} + 231{,}5\hat{\jmath}$ (km)

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: SKALER ÇARPIM



$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$ (Skaler çarpım)

Sonuç cebirsel bir sayıdır. İki vektör arasındaki açı 90° den küçükse çarpım pozitif, büyükse çarpım negatif olur.

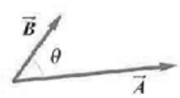
Sıra değiştirme: $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

Dağılma: $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$\theta = 90°$ $(\cos 90° = 0)$ ise, birbirine dik iki vektörün skaler çarpımı sıfır olur (diklik koşulu).

$\vec{A} \cdot \vec{A} = A\,A\cos 0° = A^2$ veya, bir vektörün kendisiyle skaler çarpımı şiddetinin karesini verir.

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: SKALER ÇARPIM



$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$ (Skaler çarpım)

Birim vektörlerin skaler çarpımı:

$\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = 1.1.\cos 0 = 1 \quad \Longrightarrow \quad \hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$

$\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 1.1.\cos 90° = 0 \quad\quad \hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{\imath} = 0$

Skaler çarpımın bileşenler cinsinden ifadesi:

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} = {} & A_xB_x(\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}) + A_xB_y(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}) + A_xB_z(\hat{\imath}\cdot\hat{k}) + \\ & + A_yB_x(\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}) + A_yB_y(\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}) + A_yB_z(\hat{\jmath}\cdot\hat{k}) + \\ & + A_zB_x(\hat{k}\cdot\hat{\imath}) + A_zB_y(\hat{k}\cdot\hat{\jmath}) + A_zB_z(\hat{k}\cdot\hat{k})\end{aligned}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

3.4. BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER

- Örnek: Bir cisim x-y düzleminde

$$\vec{F} = 5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} \text{ (N)}$$

kuvvetinin etkisi altında

$$\vec{d} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} \text{ (m)}$$

yerdeğiştirmesini yapıyor. Kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.

$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

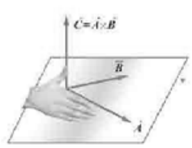
$W = (5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) \cdot (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})$

$W = (5.2)(\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}) + (5.3)(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}) + (2.2)(\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}) + (2.3)(\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath})$

$W = (10)(1) + (15)(0) + (4)(0) + (6)(1)$

$W = 16$ (J)

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: VEKTÖREL ÇARPIM



$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$

Sonuç bir vektördür.

Şiddeti: $C = AB\sin\theta$

Yönü: $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ nin oluşturduğu düzleme dik doğrultuda ve **sağ-el kuralı** yönünde.

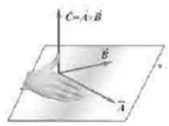
Sıra değiştirmez! $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$

Dağılma: $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$

İki vektör paralel $(\theta = 0)$ veya anti-paralel $(\theta = 180°)$ ise, sinüsler sıfır olacağından, vektörel çarpımın sonucu sıfır olur.

Özel olarak, bir vektörün kendisiyle vektörel çarpımı sıfırdır: $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: VEKTÖREL ÇARPIM



$$\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}$$

Birim vektörlerin vektörel çarpımı:

$$\hat{\imath}\times\hat{\imath}=\hat{\jmath}\times\hat{\jmath}=\hat{k}\times\hat{k}=0$$

$$\hat{\imath}\times\hat{\jmath}=\hat{k},\quad \hat{\jmath}\times\hat{k}=\hat{\imath},\quad \hat{k}\times\hat{\imath}=\hat{\jmath}$$

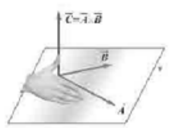
$$\hat{\jmath}\times\hat{\imath}=-\hat{k},\ldots$$

Vektörel çarpımın bileşenler cinsinden ifadesi:

$$\begin{aligned}\vec{C} &= \vec{A}\times\vec{B}=(A_x\hat{\imath}+A_y\hat{\jmath}+A_z\hat{k})\times(B_x\hat{\imath}+B_y\hat{\jmath}+B_z\hat{k})\\ &= A_xB_x(\hat{\imath}\times\hat{\imath})+A_xB_y(\hat{\imath}\times\hat{\jmath})+A_xB_z(\hat{\imath}\times\hat{k})+\\ &\quad +A_yB_x(\hat{\jmath}\times\hat{\imath})+A_yB_y(\hat{\jmath}\times\hat{\jmath})+A_yB_z(\hat{\jmath}\times\hat{k})+\\ &\quad +A_zB_x(\underbrace{\hat{k}\times\hat{\imath}}_{\hat{\jmath}})+A_zB_y(\underbrace{\hat{k}\times\hat{\jmath}}_{-\hat{\imath}})+A_zB_z(\underbrace{\hat{k}\times\hat{k}}_{0})\end{aligned}$$

$$\vec{C}=\underbrace{(A_yB_z-A_zB_y)}_{C_x}\hat{\imath}+\underbrace{(A_zB_x-A_xB_z)}_{C_y}\hat{\jmath}+\underbrace{(A_xB_y-A_yB_x)}_{C_z}\hat{\imath}$$

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: VEKTÖREL ÇARPIM



$$\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}$$

Birim vektörlerin vektörel çarpımı:

$$\hat{\imath}\times\hat{\imath}=\hat{\jmath}\times\hat{\jmath}=\hat{k}\times\hat{k}=0$$

$$\hat{\imath}\times\hat{\jmath}=\hat{k},\quad \hat{\jmath}\times\hat{k}=\hat{\imath},\quad \hat{k}\times\hat{\imath}=\hat{\jmath}$$

$$\hat{\jmath}\times\hat{\imath}=-\hat{k},\ldots$$

Döner permütasyon tekniği

$$x\to y\to z,\qquad y\to z\to x,\qquad z\to x\to y$$

$$\underbrace{C_x=A_yB_z-A_zB_y}_{x\to y\to z},\qquad \underbrace{C_y=A_zB_x-A_xB_z}_{y\to z\to x},\qquad \underbrace{C_z=A_xB_y-A_yB_x}_{z\to x\to y}$$

Determinant şeklinde yazım:

$$\vec{A}\times\vec{B}=\det\begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: VEKTÖREL ÇARPIM

- Örnek: Aşağıdaki vektörlerin vektörel çarpımını hesaplayınız.

$$\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j};\ \vec{B}=-\hat{i}+2\hat{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}\times\vec{B}&=(2\hat{i}+3\hat{j})\times(-\hat{i}+2\hat{j})\\ &=2\hat{i}\times(-\hat{i})+2\hat{i}\times 2\hat{j}+3\hat{j}\times(-\hat{i})+3\hat{j}\times 2\hat{j}\\ &=0+4\hat{k}+3\hat{k}+0=7\hat{k}\end{aligned}$$

VEKTÖRLERİN ÇARPIMI: VEKTÖREL ÇARPIM

- Örnek: Aşağıdaki vektörlerin vektörel çarpımını hesaplayınız.

$$\vec{F}=(2.00\hat{i}+3.00\hat{j})\,N$$

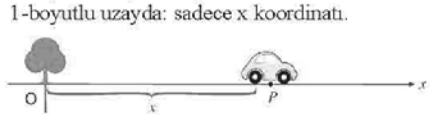
$$\vec{r}=(4.00\hat{i}+5.00\hat{j})\,m$$

$$\begin{aligned}\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}&=[(4.00\hat{i}+5.00\hat{j})N]\times[(2.00\hat{i}+3.00\hat{j})m]\\ &=[(4.00)(2.00)\hat{i}\times\hat{i}+(4.00)(3.00)\hat{i}\times\hat{j}\\ &\quad+(5.00)(2.00)\hat{j}\times\hat{i}+(5.00)(3.00)\hat{i}\times\hat{j}\\ &=2.0\hat{k}\ \mathrm{N\cdot m}\end{aligned}$$

Bölüm 2: Bir Boyutta Hareket

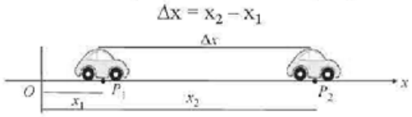
KONUM VE YERDEĞİŞTİRME

- Konum: Cismin seçilen bir koordinat sistemindeki yeri.
  3-boyutlu uzayda: x, y, z koordinatları.
  1-boyutlu uzayda: sadece x koordinatı.



- Yerdeğistirme (Δx): Cismin t_1 anındaki konumu x_1 ve daha sonraki bir t_2 anındaki konumu x_2 ise,

$$\Delta x = x_2 - x_1$$



- Birimi metredir (m).

HIZ

- Hız: Cismin birim zamanda aldığı yol.
- Ortalama Hız (v_{ort}): Cismin t_1 anındaki konumu x_1 ve daha sonraki bir t_2 anındaki konumu x_2 ise,

$$v_{ort}=\frac{Yerdeğiştirme}{Geçen\ Zaman}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Ani Hız (v): Ortalama hızın limiti.

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}$$

- Kısaca ‘hız’ denir.
- Birimi: metre/saniye (m/s).

İVME

- İvme: Hızın birim zamanda degisme miktarı.
- Ortalama İvme(a_{ort}): Cismin t_1 anındaki hızı v_1 ve daha sonraki bir t_2 anındaki hızı v_2 ise,

$$a_{ort}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Ani İvme (a): Ortalama ivmenin limiti.

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{dv}{dt}$$

- Birimi: metre/saniye² (m/s^2).

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Eşit zaman aralıklarında hız degişimi aynı ise,

  a = sabit
- Cisim başlangıçta $t_1 = 0$ anında x_i konumlu yerden v_i ilk hızıyla harekete başlıyor olsun. $t_2 = t$ son anında x_s konumlu yerdeki son hızı v_s olsun.
- İvmenin tanımından,

$$a = \frac{v_s - v_i}{t - 0}$$

$$v_s = v_i + at$$

$$t = \frac{v_s - v_i}{a}$$

$$v_{ort} = \frac{v_i + v_s}{2}$$

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Ortalama hızın tanımından,

$$v_{ort} = \frac{x_s - x_i}{t}$$

$$x_s - x_i = v_{ort} t$$

$$x_s - x_i = \left(\frac{v_i + v_s}{2}\right) t$$

$$x_s - x_i = \left(\frac{v_i + (v_i + at)}{2}\right) t$$

$$x_s = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Ortalama hızın tanımından,

$$x_s - x_i = \left(\frac{v_i + v_s}{2}\right) t$$

$$x_s - x_i = \left(\frac{v_i + v_s}{2}\right)\left(\frac{v_s - v_i}{a}\right)$$

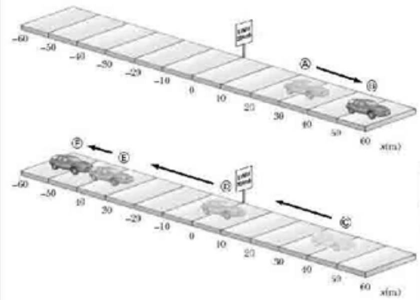
$$x_s - x_i = \frac{1}{2}\left(\frac{v_s^2 - v_i^2}{a}\right)$$

$$v_s^2 - v_i^2 = 2a(x_s - x_i)$$

$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Şekildeki aracın t(s) anlarındaki x(m) konumları tabloda verilmiştir.

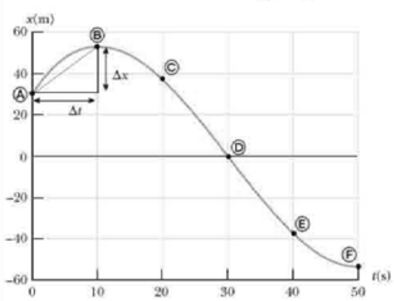


Position of the Car at Various Times

Position	t(s)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	−37
F	50	−53

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Aracın hız-zaman grafiği:



Position of the Car at Various Times

Position	t(s)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	37
F	50	−53

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Aracın A ve F noktaları arasındaki ortalama hızını ($\boldsymbol{v_{ort}}$) hesaplayınız.

$$\Delta x = x_F - x_A$$
$$\Delta x = -53 - 30$$
$$\Delta x = -83 \text{ (m)}$$

$$v_{ort} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_{ort} = \frac{-83}{50}$$

$$v_{ort} = -1{,}7 \text{ (m/s)}$$

Position of the Car at Various Times

Position	t(s)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	−37
F	50	−53

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Aşağıda verilen nesnelerin ortalama hızları hakkında ne söylenebilir.

  a) Aşağıdan yukarı doğru atılan bir top, atıcının eline düşmektedir. Atış hareketi süresince ortalama hızı:
  - 0 olur. İlk ve son konumu aynıdır.

  b) 0 km/sa hızdan 100 km/sa hıza çıkan bir aracın hareket süresince ortalama hızı:
  - İvme sabit ise 50 km/sa olur.
  - İvme sabit değilse, ortalama hız hesaplanamaz.

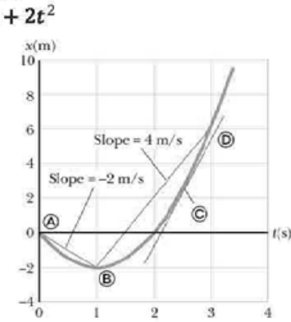
  c) Uzayda sabit hızla yol alan uzay mekiğinin hareketi süresince ortalama hızı:
  - Sabit hızla hareket edildiğinden, harekete başlangıç hızı ortalama hıza eşit olur.

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Bir parçacık x-ekseni doğrultusunda hareket etmektedir. Parçacığın konumu

$$x = -4t + 2t^2$$

şeklinde değişmektedir.
Konum(x)-zaman(t) grafiği:



Burada, hareketin 1. saniyesine kadar negatif doğrultuda hareket etmekte, daha sonra yön değiştirmektedir.

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- a) Parçacığın t=0s ve t=1s aralığında,
  t=1s ve t=3s aralığında
  yaptığı yerdeğiştirmeleri hesaplayınız.

$$x = -4t + 2t^2$$
$$\Delta x_{A-B} = x_B - x_A$$
$$\Delta x_{A-B} = x(1) - x(0)$$
$$\Delta x_{A-B} = (-4.1 + 2.1^2) - (-4.0 + 2.0^2)$$
$$\Delta x_{A-B} = -2 - 0$$
$$\Delta x_{A-B} = -2 \text{ (m)}$$
$$\Delta x_{B-D} = x_D - x_B$$
$$\Delta x_{B-D} = x(3) - x(1)$$
$$\Delta x_{B-D} = (-4.3 + 2.3^2) - (-4.1 + 2.1^2)$$
$$\Delta x_{B-D} = 6 - (-2)$$
$$\Delta x_{B-D} = 8 \text{ (m)}$$

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- b) Parçacığın t=0s ve t=1s aralığında,
  t=1s ve t=3s aralığında
  ortalama hızlarını hesaplayınız.

$$v_{ort(A-B)} = \frac{\Delta x_{A-B}}{\Delta t_{A-B}}$$
$$v_{ort(A-B)} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ (m/s)}$$
$$v_{ort(B-D)} = \frac{\Delta x_{B-D}}{\Delta t_{B-D}}$$
$$v_{ort(B-D)} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (m/s)}$$

c) Parçacığın t=2,5s anında ani hızını hesaplayınız.

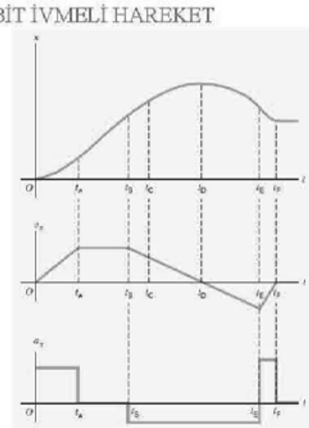
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(-4t + 2t^2)}{dt} = -4 + 4t$$
$$v(2{,}5) = -4 + 4.(2{,}5)$$
$$v(2{,}5) = 6 \text{ (m/s)}$$

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Bir araç doğuya doğru hareket etmekte iken yavaşlamaktaysa, aracın ivmesi hangi yöndedir?
  - İvme batıya doğrudur.
- Örnek: Bir araç yavaşlamakta ise, ivmesinin işareti ne olur?
  - İvmenin işareti gidişi yönüne göre değişmektedir.
    Araç negatif yönde hareket ederken yavaşlıyorsa, ivme pozitif olacaktır.
    Araç pozitif yönde hareket ederken yavaşlıyorsa, ivme negatif olacaktır.
- Sabit ivmeye sahip bir cisim hiç bir zaman durgun halde kalamaz.
  - Cisim anlık olarak dursa bile, durgun halde kalamaz.

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: x-t,
  V-t,
  a-t
  grafikleri
  arasındaki
  ilişki:



BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Hızı

$$v_x(t) = 40 - 5t^2$$

şeklinde tanımlı bir cismin, t=0s ve t=2s zaman aralığında ortalama ivmesini hesaplayınız.

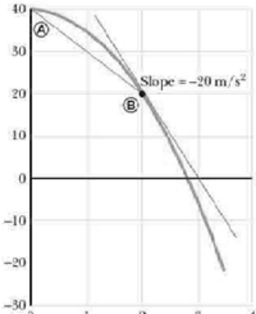
$$a_{ort} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(2) - v(0)}{2 - 0}$$

$$v(0) = 40 - 5.0^2$$
$$v(0) = 40 \text{ (m/s)}$$
$$v(2) = 40 - 5.2^2$$
$$v(2) = 20 \text{ (m/s)}$$

$$a_{ort} = \frac{20 - 40}{2}$$
$$a_{ort} = -10 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Cismin hız-zaman grafiğinde, A-B arası eğim negatiftir.



BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Bir jet, uçak gemisine 62 m/s'lik hızla inmektedir. Jetin durması 2s aldığına göre,
  a) Jetin ivmesini hesaplayınız.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 62}{2} = -31 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

  b) Jetin durana kadar aldığı mesafe kaç m.dir?

$$x_s - x_i = v_{ort} t = \left(\frac{v_i + v_s}{2}\right) t$$
$$x_s - x_i = \left(\frac{62 + 0}{2}\right) 2 = 62 \text{ (m)}$$
$$x_s - x_i = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$x_s - x_i = 62.2 - \frac{1}{2}(31)(2^2) = 62 \text{ (m)}$$
$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$
$$0^2 = 62^2 - 2.31(x_s - x_i)$$
$$x_s - x_i = 62 \text{ (m)}$$

SERBEST DÜŞME HAREKETİ

- Deneysel gözlem (Galileo): Dünya yüzeyi yakınında, dikey atılan veya serbest bırakılan tüm cisimler aynı bir sabit ivmeyle düşerler.
- Buna yerçekimi ivmesi denir ve mutlak degeri g ile gösterilir.

$$g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

- Serbest düsme için sabit ivmeli hareket formülleri geçerlidir.
- g ivmesi Dünya merkezine dogru hızlandırır.
- y -ekseni yukarı veya aşağı seçilebilir.
- Hızlanılan yön pozitif alınmıssa a = +g , negatif alınmışsa a = -g olur.

SERBEST DÜŞME HAREKETİ

y-ekseni yukarı ise:

$a = -g$

$v = v_0 - g\,t$

$y = y_0 + v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$

y-ekseni aşağı ise:

$a = +g$ (serbest düşme)

$v = v_0 + g\,t$

$y = y_0 + v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$

SERBEST DÜŞME HAREKETİ

- Örnek: Bir taş, 50m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden yukarı doğru atılmaktadır.

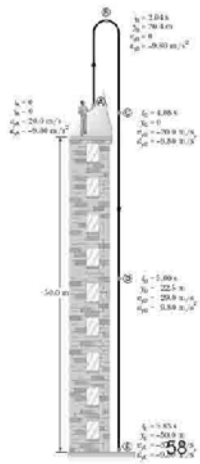
a) Taşın maksimum yüksekliğe ulaştığı zamanı hesaplayınız.

$\boldsymbol{v_s = v_i + at}$

$\boldsymbol{v_B = v_A - gt}$

$\mathbf{0 = 20 - (9{,}8).}\,\boldsymbol{t}$

$\boldsymbol{t} = \mathbf{2{,}04}$ s



SERBEST DÜŞME HAREKETİ

- Örnek: Bir taş, 50m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden yukarı doğru atılmaktadır.

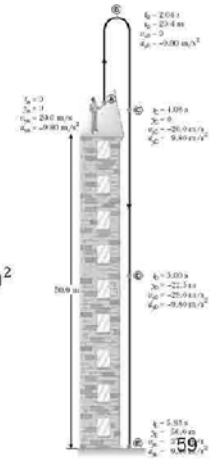
b) Taşın ulaştığı maksimum yüksekliği hesaplayınız.

$\boldsymbol{x_s = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2}$

$\boldsymbol{y_B = y_A + v_A t - \frac{1}{2} g t^2}$

$\boldsymbol{y_B} = \mathbf{0 + 20.(2{,}04) - \frac{1}{2}(9{,}8)(2{,}04)^2}$

$\boldsymbol{y_B} = \mathbf{20{,}4}$ (m)



SERBEST DÜŞME HAREKETİ

- Örnek: Bir taş, 50m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden yukarı doğru atılmaktadır.

c) Taşın ilk atıldığı yüksekliğe döndüğü zamanı hesaplayınız.

$\boldsymbol{y_C = y_A + v_A t - \frac{1}{2} g t^2}$

$\mathbf{0 = 0 + 20.}\,\boldsymbol{t} - \mathbf{\frac{1}{2}(9{,}8).}\,\boldsymbol{t^2}$

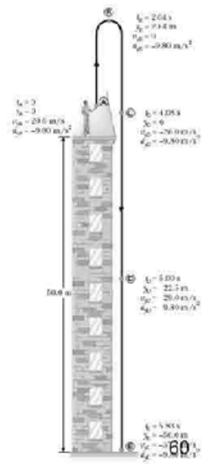
Denklem çözülürse,

$\boldsymbol{t_1} = \mathbf{0}$ (s)

$\boldsymbol{t_2} = \mathbf{4{,}08}$ (s)

olarak hesaplanır

Hareket simetrik olduğundan, t_{AB} 2 ile çarpılarak da t_{AC} bulunabilir.



SERBEST DÜŞME HAREKETİ

- Örnek: Bir taş, 50m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden yukarı doğru atılmaktadır.

d) Hareketin 5. saniyesinde taşın hızını hesaplayınız.

$\boldsymbol{v_B} = \mathbf{0}$ (m/s) olduğundan,

$\boldsymbol{t_{B-D}} = \mathbf{5 - 2{,}04 = 2{,}96}$ (s)

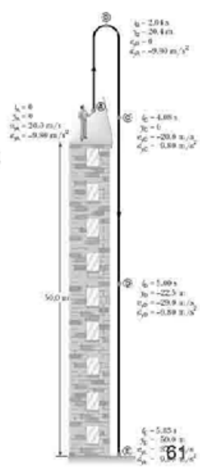
Taş, B-D arasında düzgün hızlanır.

$\boldsymbol{v_D = v_B - gt}$

$\boldsymbol{v_D} = \mathbf{0 - (9{,}8),(2{,}96)}$

$\boldsymbol{v_D} = \mathbf{-29}$ (m/s)

D noktasında hızı aşağı doğru olur.

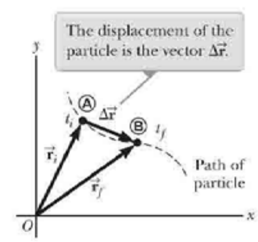


Bölüm 4:
İki Boyutta Hareket

4.1. YERDEĞİŞTİRME, HIZ, İVME VEKTÖRLERİ

- Yerdeğiştirme vektörü:

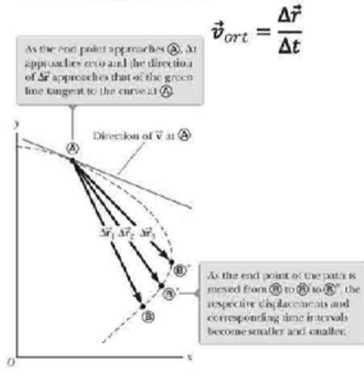
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_s - \vec{r}_i$$



4.1. YERDEĞİŞTİRME, HIZ, İVME VEKTÖRLERİ

- Ortalama hız vektörü:

$$\vec{v}_{ort} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$



4.1. YERDEĞİŞTİRME, HIZ, İVME VEKTÖRLERİ

- Ani hız vektörü:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- Ani hızın büyüklüğüne Sürat denir.

$$|\vec{v}| = v$$

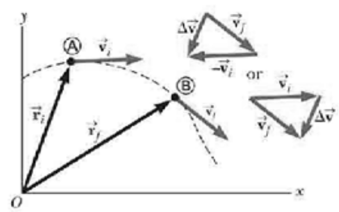
4.1. YERDEĞİŞTİRME, HIZ, İVME VEKTÖRLERİ

- Ortalama ivme vektörü:

$$\vec{a}_{ort} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- Ani ivme vektörü:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- xy düzleminde hareket eden bir cismin konum vektörü

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

- Hızı,

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

- İvme sabit olduğundan

$$a_x = sabit, a_y = sabit$$

4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Vektörlerin özelliklerinden

$$\vec{v_s} = v_{sx}\hat{\imath} + v_{sy}\hat{\jmath}$$

$$\vec{v_s} = (v_{ix}+a_x t)\hat{\imath} + (v_{iy}+a_y t)\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{v_s} = (v_{ix}\hat{\imath} + v_{iy}\hat{\jmath}) + (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath})t$$

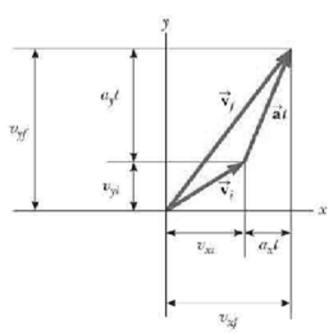
$$\vec{v_s} = \vec{v_i} + \vec{a}t$$

- İki boyuttaki kinematik denklemleri bir boyuttaki denklemler ile özdeştir.
- Benzer şekilde,

$$\vec{r_s} = \vec{r_i} + \vec{v_i}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

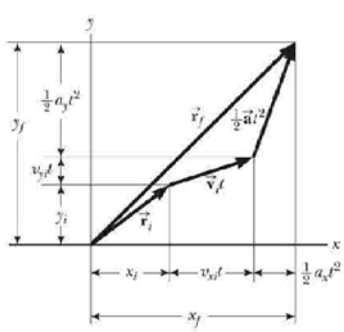
4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Geometrik olarak



4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Geometrik olarak



4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Bir cisim 20 m/s'lik x bileşenli ve -15 m/s'lik y bileşenli ilk hızla t=0 s anında orijinden harekete geçmektedir. Parçacık sadece a_x=4 m/s²'lik bir ivmenin etkisiyle hareket etmektedir.

  a) Cismin t=5 s anındaki hızını bulunuz.

$$v_{ix} = 20\, m/s$$
$$v_{iy} = -15\, m/s$$
$$a_x = 4\, m/s^2$$
$$\vec{v_i} = 20\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}\ (m/s)$$
$$\vec{a} = 4\hat{\imath}\ (m/s^2)$$

$$\vec{v_s} = \vec{v_i} + \vec{a}t$$
$$\vec{v_s} = (20\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}) + (4\hat{\imath})5$$
$$\vec{v_s} = 40\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}\ (m/s)$$

4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Bir cisim 20 m/s'lik x bileşenli ve -15 m/s'lik y bileşenli ilk hızla t=0 s anında orijinden harekete geçmektedir. Parçacık sadece a_x=4 m/s²'lik bir ivmenin etkisiyle hareket etmektedir.

  b) Cismin t=5 s anındaki konumunu bulunuz.

$$v_{ix} = 20\, m/s$$
$$v_{iy} = -15\, m/s$$
$$a_x = 4\, m/s^2$$
$$\vec{v_i} = 20\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}\ (m/s)$$
$$\vec{a} = 4\hat{\imath}\ (m/s^2)$$
$$\vec{r_s} = \vec{r_i} + \vec{v_i}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$
$$\vec{r_s} = 0 + (20\hat{\imath} - 15\hat{\jmath})5 + \frac{1}{2}(4\hat{\imath})(5)^2$$
$$\vec{r_s} = 150\hat{\imath} - 75\hat{\jmath}\ \mathrm{m}$$

4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Örnek: Bir cisim 20 m/s'lik x bileşenli ve -15 m/s'lik y bileşenli ilk hızla t=0 s anında orijinden harekete geçmektedir. Parçacık sadece a_x=4 m/s^2'lik bir ivmenin etkisiyle hareket etmektedir.

  a) Cismin t=5 s anındaki hızını bulunuz.

  x-yönünde;

$$v_{sx} = v_{ix} + a_x t$$
$$v_{sx} = 20 + 4.5 = 40\ m/s$$

y-yönünde;

$$v_{sy} = v_{iy} + a_y t$$
$$v_{sy} = -15 + 0.5 = -15\ m/s$$

Toplam hız;

$$\vec{v_s} = v_{sx}\hat{\imath} + v_{sy}\hat{\jmath}$$
$$\vec{v_s} = 40\hat{\imath} - 15\hat{\jmath}\ (m/s)$$

4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

b) Cismin t=5 s anındaki konumunu bulunuz.

x-yönünde;

$$x_s = x_i + v_{ix}.t + \frac{1}{2}a_x t^2$$
$$x_s = 0 + 20.5 + \frac{1}{2}.(4).(5)^2 = 150m$$

y-yönünde;

$$y_s = y_i + v_{iy}.t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$y_s = 0 + (-15).5 + \frac{1}{2}.(0).(5)^2 = -75m$$
$$\vec{r_s} = x_s\hat{\imath} + y_s\hat{\jmath}$$
$$\vec{r_s} = 150\hat{\imath} - 75\hat{\jmath}\ (m)$$

4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Problem 4.5. t=0 s anında xy düzleminde sabit ivme ile hareket eden bir parçacık $\vec{v_i} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$ m/s hızı ile orijinden geçmektedir. Parçacığın t=3 s anındaki hızı $\vec{v_s} = 9\hat{\imath} + 7\hat{\jmath}$ olduğuna göre, parçacığın ivmesini bulunuz.

$$\vec{v_s} = \vec{v_i} + \vec{a}.t$$
$$9\hat{\imath} + 7\hat{\jmath} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \vec{a}.3$$
$$\vec{a} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\ m/s^2$$

4.2. İKİ BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

- Problem 4.6. Bir cismin konumu $\vec{r} = 3\hat{\imath} - 6t^2\hat{\jmath}$ m olarak veriliyor.

  a) Zamanın fonksiyonu olarak hız ve ivme ifadelerini bulunuz.

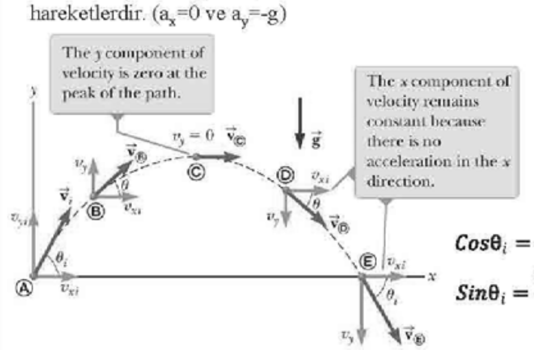
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$
$$\vec{v} = -12t\hat{\jmath}\ m/s$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -12\hat{\jmath}\ m/s^2$$

b) Cismin t=1 s anındaki konum, hız ve ivmesini bulunuz.

$$\vec{r} = 3\hat{\imath} - 6t^2\hat{\jmath}$$
$$\vec{r} = 3\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}\ m$$
$$\vec{v} = -12\hat{\jmath}\ m/s$$
$$\vec{a} = -12\hat{\jmath}\ m/s^2$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Serbest düşme ve eğik atış hareketleri sabit ivmeli hareketlerdir. (a_x=0 ve a_y=-g)



$$Cos\theta_i = \frac{v_{ix}}{v_i}$$
$$Sin\theta_i = \frac{v_{iy}}{v_i}$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Bu durumda,

$$v_{ix} = v_i Cos\theta_i$$
$$v_{iy} = v_i Sin\theta_i$$

- Hareketin x-bileşeni için x_i=0 ve a_x=0,

$$x_s = v_{ix}t = (v_i Cos\theta_i)t$$

(Düzgün doğrusal hareket)

- Hareketin y-bileşeni için y_i=0 ve a_y=-g,

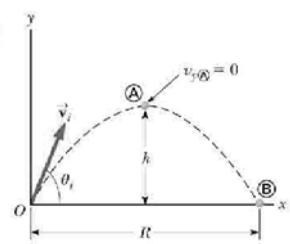
$$y_s = v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_i Sin\theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2$$

(Sabit ivmeli hareket)

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Maksimum yükseklik,

$$v_{sy} = v_{iy} - gt_A$$
$$0 = v_i Sin\theta_i - gt_A$$
$$t_A = \frac{v_i Sin\theta_i}{g}$$



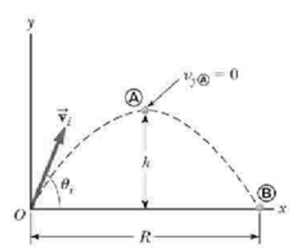
$$y_s = y_i + v_{iy}t_A - \frac{1}{2}gt_A^2$$
$$h_{maks} = v_i Sin\theta_i\left(\frac{v_i Sin\theta_i}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_i Sin\theta_i}{g}\right)^2$$
$$h_{maks} = \frac{v_i^2 Sin^2\theta_i}{2g}$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Menzil,

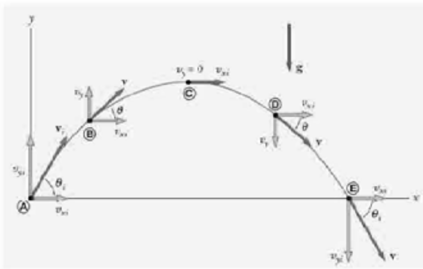
  $t_B = 2t_A$

$$x_s = v_{ix}t = (v_i Cos\theta_i)t_B$$
$$R = (v_i Cos\theta_i)2t_A$$
$$R = (v_i Cos\theta_i)2\left(\frac{v_i Sin\theta_i}{g}\right)$$
$$R = \frac{2v_i^2 Sin\theta_i Cos\theta_i}{g}$$
$$Sin(2\theta) = 2Sin\theta Cos\theta$$
$$R = \frac{v_i^2 Sin(2\theta_i)}{g}$$



4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Örnek 4.2: Bir top ilk hızının düşey bileşeni 40 m/s, yatay bileşeni ise 20 m/s olacak şekilde fırlatılmaktadır. Toplam uçuş süresini ve yatayda alacağı mesafeyi hesaplayınız. (g=10 m/s² alınız)



4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

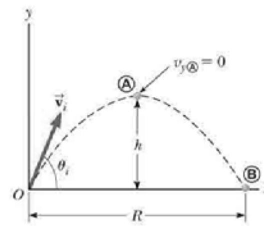
Düşeyde sabit ivmeli hareket.
Yatayda sabit hızlı hareket.

$$v_{sy} = v_{iy} - gt_C$$
$$0 = 40 - 10t_C$$
$$t_C = 4s$$
$$t_E = 2.4 = 8s$$
$$x_s = v_{ix}t_E$$
$$x_s = 20.8$$
$$x_s = 160m$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Örnek 4.3: Uzun atlama yapan sporcu yatayla 20.0° açı yapacak şekilde 11.0 m/s ilk hızıyla atılıyor.

θ_i=20 °
v_i=11 m/s



4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

a) Sporcu yatayda kaç metre uzağa sıçrayabilir?

$$x_s = v_i Cos\theta_i t_B$$
$$v_{Ay} = v_i Sin\theta_i - gt_A$$
$$0 = 11.Sin20° - 9{,}8.t_A$$
$$t_A = 0{,}384s$$
$$t_B = 2.0{,}384 = 0{,}768s$$
$$x_s = 11.Cos20°.0{,}768$$
$$x_s = 7{,}94m$$

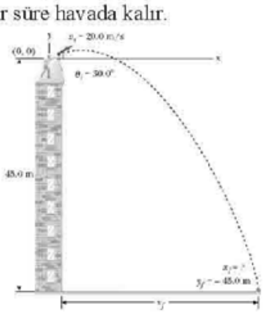
b) Sporcunun ulşacağı maks. yükselik nedir?

$$y_A = (v_i Sin\theta_i)t_A - \frac{1}{2}gt_A^2$$
$$y_A = (11.Sin20°)0{,}384 - \frac{1}{2}(9{,}8)(0{,}384)^2$$
$$y_A = 0{,}722m$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

- Örnek 4.6: Bir taş binanın tepesinden 20m/s hızla yatayla 30° açı yapacak şekilde fırlatılmaktadır. Binanın yüksekliği 45m ise,

  a) Taş ne kadar süre havada kalır.



4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

Çözüm 1:

$$v_{ix} = v_i Cos\theta_i = 20.Cos30° = 17{,}3 \text{ m/s}$$
$$v_{iy} = v_i Sin\theta_i = 20.Sin30° = 10 \text{ m/s}$$
$$y_s = v_{iy}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$-45 = 10t - \frac{1}{2}9{,}8t^2$$
$$-45 = 10t - 4{,}9t^2$$
$$t = 4{,}22s$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

Çözüm 2:

$$v_{iy} = v_i Sin\theta_i = 20.Sin30° = 10 \text{ m/s}$$
$$v_{Ay} = v_{iy} - gt_A$$
$$0 = 10 - 9{,}8.t_A$$
$$t_A = 1{,}02s$$
$$y_A = h = v_{iy}t_A - \frac{1}{2}gt_A^2$$
$$h = 10.1{,}02 - \frac{1}{2}(9{,}8).(1{,}02)^2 \Rightarrow h = 5{,}1m$$
$$y_{top} = 5{,}1 + 45 = 50{,}1m$$
$$y_{top} = \frac{1}{2}gt_{top}^2$$
$$50{,}1 = \frac{1}{2}(9{,}8)t_{top}^2 \Rightarrow t_{top} = 3{,}2s$$
$$t = t_A + t_{top} = 1{,}02 + 3{,}2 = 4{,}22s$$

4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

b) Taşın zemine çarpmadan önceki hızı nedir?

$$v_{sx} = v_{ix} = v_i Cos\theta_i = 20.Cos30° = 17{,}3 \text{ m/s}$$
$$v_{iy} = v_i Sin\theta_i = 20.Sin30° = 10 \text{ m/s}$$
$$v_{sy} = v_{iy} - gt$$
$$v_{sy} = 10 - (9{,}8).(4{,}22)$$
$$v_{sy} = -31{,}4 \; m/s$$
$$v_s = \sqrt{v_{sx}^2 + v_{sy}^2}$$
$$v_s = \sqrt{(17{,}3)^2 + (31{,}4)^2}$$
$$v_s = 35{,}9 \; m/s$$

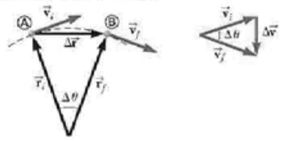
4.3. EĞİK ATIŞ HAREKETİ

c) Taş zemine çarpana kadar yatayda ne kadar yol alır?

$$v_{ix} = v_i Cos\theta_i = 20.Cos30° = 17,3 \text{ m/s}$$
$$x_s = v_{ix}.t$$
$$x_s = (17,3).(4,22)$$
$$x_s = 73\ m$$

4.3. DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

- Sabit bir sürat ile dairesel bir yörünge üzerinde yapılan harekete DDH denir.

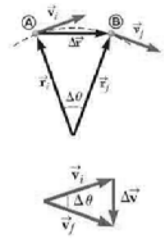


- Herhangi bir andaki hız vektörü yola teğettir. Yani, yarıçapa diktir.
- Hız vektörünün şiddeti değişmediği durumda, sadece yönü değişir. Bu durumda, radyal (merkezcil) ivme,

$$\vec{a}_r = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

4.3. DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

- $\vec{r}_i, \vec{r}_s, \overrightarrow{\Delta r}$ ve $\vec{v}_i, \vec{v}_s, \overrightarrow{\Delta v}$ üçgenleri benzer üçgenlerdir.



$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$
$$\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{\Delta v}{v}\right) = \left(\frac{\Delta r}{r}\right)\frac{1}{\Delta t}$$
$$\frac{1}{v}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right)\frac{1}{r}$$
$$\frac{1}{v}a_r = v\frac{1}{r}$$
$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- Radyal ivmenin yönü yarıçap vektörlerine zıt (hıza dik) yöndedir.

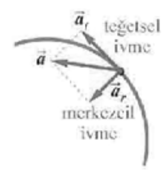
4.3. DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

- Hız vektörünün şiddetinin değişmesi durumunda ise, teğetsel ivme,

$$a_t = \frac{\Delta|\vec{v}|}{\Delta t}$$

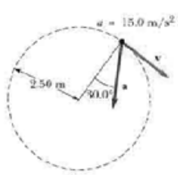
- Teğetsel ivmenin yönü hıza paraleldir.
- Toplam ivme ise,

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_t}$$
$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

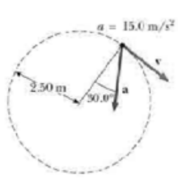


4.3. DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

- Problem 4.33 Şekilde belli bir anda 2,5m yarıçaplı bir daire çevresinde saat yönünde hareket eden bir parçacığın toplam ivmesi ve hızı verilmiştir.



4.3. DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET



a) Bu andaki merkezcil ivmeyi bulunuz.

$$a_r = a.Cos30°$$
$$a_r = 15.Cos30°$$
$$a_r = 13\ m/s^2$$

b) Parçacığın hızını bulunuz.

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$
$$13 = \frac{v^2}{2,5}$$
$$v = 5,7\ m/s$$

c) Bu andaki teğetsel ivmeyi bulunuz.

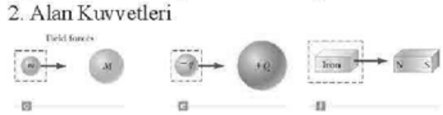
$$a^2 = a_r^2 + a_t^2$$
$$(15)^2 = (13)^2 + a_t^2$$
$$a_t = 7,5\ m/s^2$$
$$[a_t = a.Sin30° = 15.Sin30° = 7,5\ m/s^2]$$

Bölüm 5: Hareket Kanunları

5.1. KUVVET KAVRAMI

- Net kuvvet cisim üzerine uygulanan tüm kuvvetlerin vektörel toplamı olarak tanımlanır.
- Cismin üzerindeki net kuvvet sıfır ise cisim dengededir. Bu durumda cismin hızı zamanla değişmez.
- Kuvvetler temel olarak iki sınıfa ayrılır.
  1. Temas Kuvvetleri

  2. Alan Kuvvetleri



5.1. KUVVET KAVRAMI

- Doğada varolan kuvvetler:
  - Kütle Çekim Kuvveti
    (İki cismin kütlelerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları kuvvet)
  - Elektromanyetik Kuvvetler
    (Durgun veya hareketli cisimlerin yüklerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları kuvvet)
  - Çekirdek Kuvvetleri
    (Atomaltı parçacıklarda görülen çok şiddetli kuvvetler)
  - Zayıf Nükleer Kuvvetler
    (Belirli radyoaktif bozulmalarda ortaya çıkan kuvvet)

5.2. NEWTON'UN BİRİNCİ YASASI VE EYLEMSİZ SİSTEMLER

- Newton'un Birinci Hareket Yasası:
  Bir cisme bir dış kuvvet etki etmedikçe, cisim durgun ise durgun kalır, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam eder.
- Daha basit bir ifade ile, bir cisme etki eden net kuvvet yok ise, ivmesi sıfırdır.
- Bircismin bu şekilde hızında meydana gelecek bir değişmeye direnme eylemine, o cismin EYLEMSİZLİĞİ denir.

5.3. KÜTLE

- Kütle bir cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçüsüdür. Kütle ne kadar büyükse, cisim hareketine yapılan müdahalelere o kadar direnir ve sabit bir kuvvet etkisinde o kadar az ivme kazanır.
- Kütle cismin değişmez bir özelliğidir. Skaler bir niceliktir.
- Kütle ile ağırlık birbirinden farklı niceliklerdir.
- Ağırlık, cisme yerçekimi kuvvetinin bir etkisidir. Kütle ile doğru orantılıdır.

5.4. NEWTON'UN İKİNCİ YASASI

- Newton'un İkinci Yasası:
  Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvet ile doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır.
- Bu yasa matematiksel olarak,

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- Bu durumda,

$$\sum F_x = m.a_x, \sum F_y = m.a_y, \sum F_z = m.a_z$$

- SI birim sisteminde, kuvvet birimi Newton'dur.

$$1N = \frac{1kg.m}{s^2}$$

5.5. AĞIRLIK VE ÇEKİM KUVVETİ

- Ağırlık, bir cisme dünya tarafından uygulanan çekim kuvvetidir.
- F_g ile gösterilir.
- Bu kuvvet dünyanın merkezine doğru yönelmiştir.
- Bir cisim için

$$\sum F = F_g = m.a$$

$$a = g$$

$$F_g = m.g$$

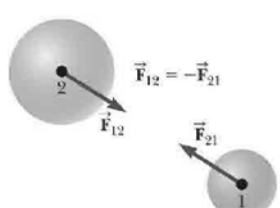
- Ağırlık g'ye bağlı olduğundan dünya üzerinde bulunulan konuma göre değişir. Kütle ise daima sabittir.

5.6. NEWTON'UN ÜÇÜNCÜ YASASI

- Newton'un Üçüncü Yasası
  İki cisim etkileşim halindeyse, 2 cisminin 1 cismine uyguladığı F_{21} kuvveti, 1 cisminin 2 cismine uyguladığı F_{12} kuvvetine eşit ve zıt yönlüdür.

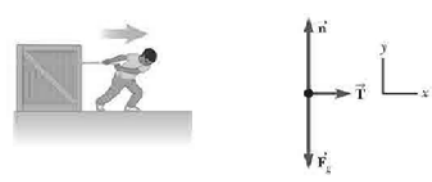
$$\overrightarrow{F_{21}} = -\overrightarrow{F_{12}}$$

- Bu kuvvetlerden biri ETKİ diğeri TEPKİ kuvveti olarak adlandırılır.
- Bir Etki-Tepki çiftindeki kuvvetler daima farklı cisimler üzerine uygulanır.



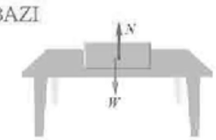
5.7. NEWTON KANUNLARININ BAZI UYGULAMALARI

- Newton kanunları uygulanırken sadece cisme etkiyen dış kuvvetler dikkate alınır.
- Bir cismin üzerine etki eden kuvvetlerin gösterildiği diyagrama SERBEST CİSİM DİYAGRAMI denir.
- Newton kanunları uygulanırken bu diyagram kullanılır.
- Diyagramda sadece cisme etki eden kuvvetler gösterilir.



5.7. NEWTON KANUNLARININ BAZI UYGULAMALARI

Normal Kuvveti ($\vec{n}$):

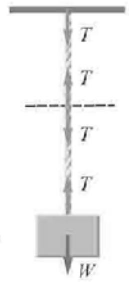


- Masa üzerinde duran kitap, üzerine etkiyen ağırlık kuvvetine rağmen masadan aşağı düşmez.
  Kitap hareketsiz olduğundan, üzerine ağırlığa zıt yönde bir kuvvet daha etkiyor olmalıdır ki net kuvvet sıfır olsun.
- Etkileşen yüzeyler arasında, daima yüzeye dik (normal) bir tepki kuvveti olusur.
- Normal kuvvetin kaynağı, masa ve kitabı olusturan moleküller arasındaki etkilesme kuvvetleridir.
- Cisim sadece yüzeye temas ettiginde ortaya çıkar, cisim yüzeyden ayrıldıgında ortadan kalkar.
- Normal kuvvet, cismin yüzey içine girmesini engellemeye yetecek büyüklüktedir.

5.7. NEWTON KANUNLARININ BAZI UYGULAMALARI

İplerde Gerilme Kuvveti ($\vec{T}$):

- İp, kablo veya tel gibi bükülebilen cisimlerde gerilme kuvveti oluşur.
- Cisim dengede olduğuna göre, altta ağırlığa eşit ve zıt yönde bir $\vec{T}$ gerilme kuvveti olmalıdır.
- İpin herhangi bir kesitindeki alt ve üst parçalar, 3. yasaya göre, birbirlerini eşit ve zıt bir gerilme kuvvetiyle çekerler.
- İpin kütlesi ihmal edilebiliyorsa, her kesitte aynı $\vec{T}$ gerilmesi tavana kadar iletilir.

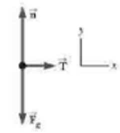


5.7. NEWTON KANUNLARININ BAZI UYGULAMALARI

Newton Kanunlarının Uygulanması:

- Sistemin basit diyagramı çizilir.
- Cismin çevresine uyguladığı kuvvetler bu diyagrama dahil edilmez.
- Kuvvetler uygun koordinat bileşenlerine ayrılır.
- $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$ kanunu bileşenler cinsinden uygulanır.
- Bilinmeyenler için çıkan denklemler çözülür. En az bilinmeyen sayısı kadar denkleme ihtiyaç olacaktır.
- Sonuçların diyagram ile uyuştuğu kontrol edilir.

5.7. NEWTON KANUNLARI



- Yatayda

$$\sum F_x = T = m.a_x$$

$$a_x = \frac{T}{m}$$

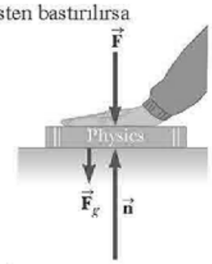
- Düşeyde

$$\sum F_y = m.a_y = n + (-F_g) = 0$$

$$n = F_g$$

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Eğer cisme üsten bastırılırsa

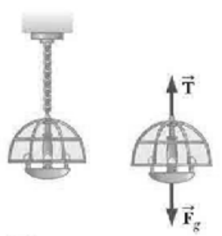


$$\sum F_y = m.a_y = n - F - F_g = 0$$

$$n = F + F_g$$

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Tavana asılı bir lamba için

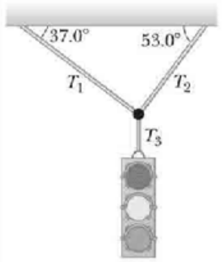


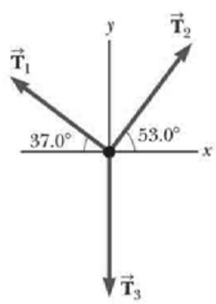
$$\sum F_y = m.a_y = T - F_g = 0$$

$$T = F_g$$

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Örnek 5.4. Trafik lambası şekildeki gibi asılmıştır. Lambanın ağırlığı 125 N ise, kablolardaki gerilmeyi bulunuz.





5.7. NEWTON KANUNLARI

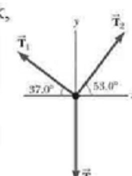
- Örnek 5.4. Trafik lambası şekildeki gibi asılmıştır. Lambanın ağırlığı 125 N ise, kablolardaki gerilmeyi bulunuz.
İlk şekilden

$$\sum F_y = m.a_y = T_3 - F_g = 0$$

$$T_3 = F_g = 125\ N$$

İkinci şekilde, kuvvetleri bileşenlerine ayırırsak,

	x	y
T_1	$-T_1.Cos37$	$T_1.Sin37$
T_2	$T_2.Cos53$	$T_2.Sin53$
T_3	0	-125 N



5.7. NEWTON KANUNLARI

- Örnek 5.4. Trafik lambası şekildeki gibi asılmıştır. Lambanın ağırlığı 125 N ise, kablolardaki gerilmeyi bulunuz.

$$\sum F_x = -T_1.Cos37 + T_2.Cos53 = 0$$

$$\sum F_y = T_1.Sin37 + T_2.Sin53 + (-125) = 0$$

Birinci denklemden

$$T_2 = T_1\frac{Cos37}{Cos53} = 1{,}33T_1$$

Bunu ikinci denklemde yerine koyarsak

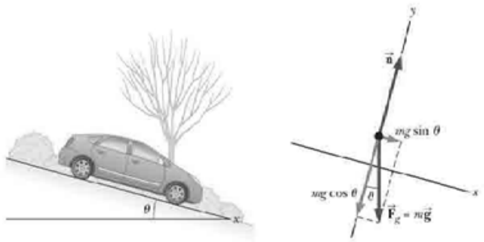
$$T_1.Sin37 + 1{,}33.T_1.Sin53 + (-125) = 0$$

$$T_1 = 75{,}1\ N$$

$$T_2 = 1{,}33T_1 = 99{,}9\ N$$

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Örnek 5.6. Sürtünmesiz eğik düzlemdeki araç.



- Hareket eğik düzlem üzerinde gerçekleştiğinden, x-y düzlemi, eğik düzleme paralel ve dik olarak alınabilir.

BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. NEWTON KANUNLARI

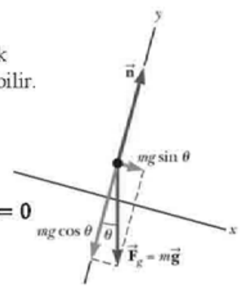
- Hareket eğik düzlem üzerinde gerçekleştiğinden, x-y düzlemi, eğik düzleme paralel ve dik olarak alınabilir.

$$\sum F_x = m.g.Sin\Theta = m.a_x$$

$$a_x = g.Sin\Theta$$

$$\sum F_y = n - m.g.Cos\Theta = m.a_y = 0$$

$$n = m.g.Cos\Theta$$



- Θ=90 olduğunda a_x=g ve n=0 olur. (Serbest düşme)
- Θ=0 olduğunda a_x=0 ve n=m.g olur. (Yatay düzlemde durma)

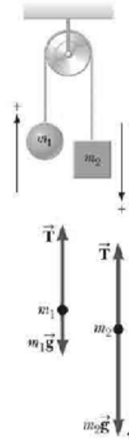
BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Örnek 5.9. Atwood Makinesi (Sürtünmesiz Makara)

Her kütlenin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

Her iki cisim de birbirine iple bağlı olduğundan, ivmeleri aynı olacaktır. Bu nedenle, m_1 kütlesi için yukarı (+) yön olarak seçilirse, m_2 kütlesi için aşağı (+) yön seçilmelidir. Bu durum kuvvetler üzerinde de uygulanmalıdır.



BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Örnek 5.9. Atwood Makinesi (Sürtünmesiz Makara)

Her kütlenin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

m_1 için,

$$\sum F_y = T - m_1.g = m_1.a_y$$

m_2 için,

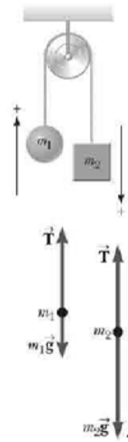
$$\sum F_y = m_2.g - T = m_2.a_y$$

İki eşitlik toplanırsa,

$$T - m_1.g + m_2.g - T = (m_1 + m_2).a_y$$

$$(m_2 - m_1).g = (m_1 + m_2).a_y$$

$$a_y = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}.g$$



BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. NEWTON KANUNLARI

- Örnek 5.9. Atwood Makinesi (Sürtünmesiz Makara)

Her kütlenin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

$$a_y = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}.g$$

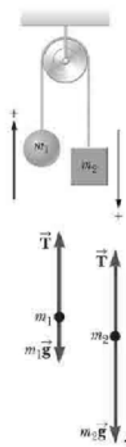
Bunu birinci denklemde yerine koyarsak,

$$T - m_1.g = m_1.\frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}.g$$

$$T = m_1.g\left(1 + \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}\right)$$

$$T = m_1.g\left(\frac{2m_2}{(m_1 + m_2)}\right)$$

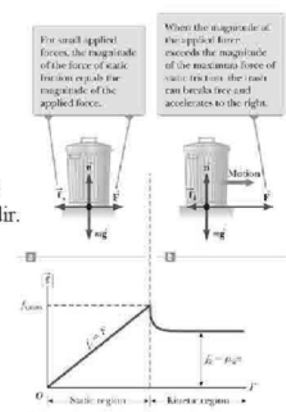
$$T = \frac{2.m_1.m_2}{(m_1 + m_2)}g$$



BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. SÜRTÜNME KUVVETİ

- Cismin bir ortam içerisinde hareketine karşı doğan direnç kuvvetine sürtünme kuvveti denir.
- f ile gösterilir.
- Cisim durgun haldeyken etkili olan Statik Sürtünme Kuvvetidir. (f_s)
- f_s cisme uygulanan kuvvete zıt yönlüdür.
- Cisim hareket geçtiği andan itibaren etkili olan ise Kinetik Sürtünme Kuvvetidir. (f_k)
- f_k harekete zıt yönlüdür.



BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. SÜRTÜNME KUVVETİ

- Birbiriyle temas halinde olan iki yüzey arasındaki f_s, uygulanan kuvvete zıt yönlüdür,

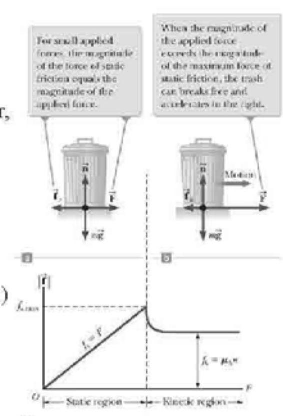
  $f_s \leq \mu_s.n$ olur.

  (μ_s: Statik sürtünme katsayısı)
- Cisim tam kayma sınırında ise

  $f_s = f_{s,maks} = \mu_s.n$
- Harekete zıt yönlü olan f_k ise

  $f_k = \mu_k.n$

  (μ_k: Kinetik sürtünme katsayısı)
- Kinetik sürtünme katsayısının hıza bağlı değişimi yok kabul edilir.



BÖLÜM 5. HAREKET KANUNLARI

5.7. SÜRTÜNME KUVVETİ

TABLE 5.1 *Coefficients of Friction*

	μ_s	μ_k
Rubber on concrete	1.0	0.8
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Glass on glass	0.94	0.4
Copper on steel	0.53	0.36
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Ice on ice	0.1	0.03
Synovial joints in humans	0.01	0.003

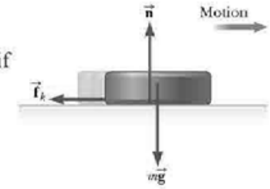
Note: All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

Bazı yüzeylerin sürtünme katsayıları

Yüzey	Statik sürtünme, μ_s	Kinetik sürtünme, μ_k
Tahta–tahta	0.35	0.30
Çelik–çelik	0.80	0.50
Çelik–buz	0.1	0.05
Lastik–kuru asfalt	1.0	0.8
Lastik–yaş asfalt	0.7	0.5

5.7. SÜRTÜNME KUVVETİ

- Örnek 5.13. Donmuş bir havuzda bir hokey diski 20 m/s'lik ilk hızla harekete başlıyor. Disk durana kadar 115 m kaydığına göre, disk ile buz arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



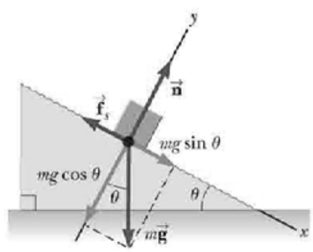
f_k kuvveti diske sabit ve negatif bir ivme kazandırır.

$$\sum F_x = -f_k = m.a_x$$
$$f_k = \mu_k n$$
$$-\mu_k n = m.a_x$$
$$\sum F_y = n - m.g = m.a_y = 0$$
$$n = m.g$$
$$-\mu_k (m.g) = m.a_x$$
$$a_x = -\mu_k.g$$

$$v_{sx}^2 = v_{ix}^2 - 2.a_x(x_s - x_i)$$
$$0^2 = 20^2 - 2.(-\mu_k.(9{,}8)).(115)$$
$$\mu_k = 0{,}117$$

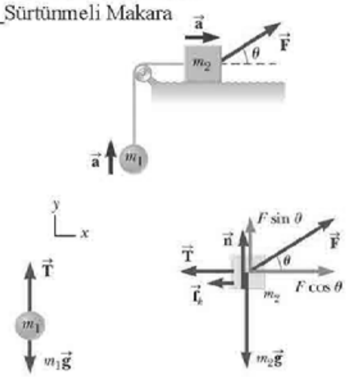
5.7. SÜRTÜNME KUVVETİ

- Örnek: Sürtünmeli Eğik Düzlem



5.7. SÜRTÜNME KUVVETİ

- Örnek: Sürtünmeli Makara



Bölüm 6: Dairesel Hareket ve Newton Kanunlarının Uyg.

6.1. NEWTON'UN İKİNCİ YASASININ DDH'E UYGULANMASI

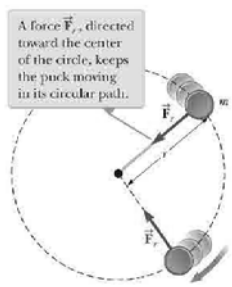
- Daha önceden

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

olduğunu biliyoruz.

- İpin topa uyguladığı kuvvet, topun bu yörüngede kalmasını sağlar.
- Newton'un ikinci yasası

$$\sum F_r = m.a_r = m.\frac{v^2}{r}$$ olur.



6.2. DÜZGÜN OLMAYAN DAİRESEL HAREKET

- Daha önce

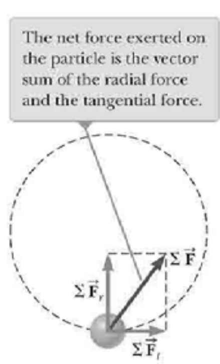
$$\vec{a} = \vec{a_r} + \vec{a_t}$$

olduğunu biliyoruz.

- Bu durumda

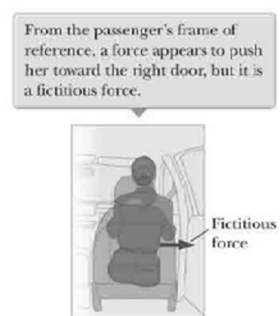
$$\vec{F} = \vec{F_r} + \vec{F_t}$$

- $\vec{F_t}$ kuvveti teğetsel ivmenin gelişmesinden sorumludur.



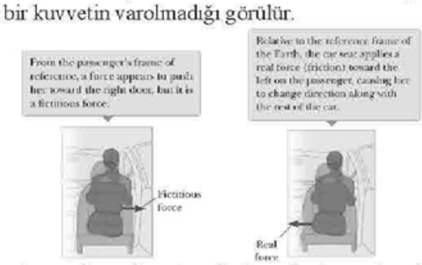
6.3. İVMELİ SİSTEMLERDE HAREKET

- Bir araç virajı dönerken, yolcuya etki eden kuvvetin sebebi, yolcu üzerine arabanın takip ettiği yolu takip ettirecek kadar kuvvet uygulanmamasıdır.
- Yolcuyu dışarı iten kuvvetlere Yalancı Kuvvetler veya Eylemsizlik Kuvvetleri denir.



6.3. İVMELİ SİSTEMLERDE HAREKET

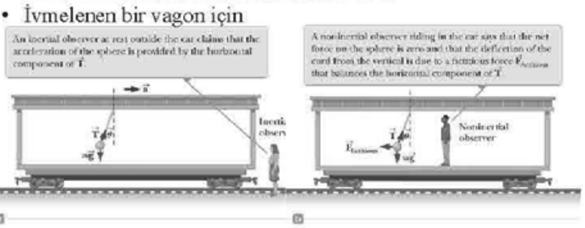
- Yolcunun referans sisteminden bakıldığında, bu kuvvetin görülmesine karşın, yer referans sisteminden bakıldığında, böyle bir kuvvetin varolmadığı görülür.



- Yalancı kuvvetler sadece ivmeli sistemlerde varolur. O nedenle hareket incelenirken eylemsiz referans sistemleri tercih edilir.

6.3. İVMELİ SİSTEMLERDE HAREKET

- İvmelenen bir vagon için



$\sum F_x = T\sin\theta = ma$ $\qquad \sum F_{x'} = T.Sin\theta - F_{yalancı} = 0$

$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$ $\qquad \sum F_{y'} = T.Cos\theta - m.g = 0$

- Trenin dışındaki gözlemci için sadece yatayda bir hareket olur. Trenin içindeki gözlemci için ise yatayda bir hareket olmaz. Bu iki denklem sisteminin eşitliği ancak $F_{yalancı}$=m.a olursa sağlanır.

6.4. DİRENÇLİ ORTAMLARDA HAREKET

- Ortamlar, içerisinde hareket eden cisimlere bir R direnç kuvveti uygular.
- Hava direnci

$$R = \frac{1}{2} D.\varrho.A.v^2$$

olarak hesaplanabilir.

D : Direnç katsayısı

(Küresel cisimlerde 0,5 civarı, düzensiz cicmlerde 2'yi bulabilir.)

ϱ : Havanın yoğunluğu

A : Düşen cismin harekete dik yüzeyine karşılık gelen alan.

6.4. DİRENÇLİ ORTAMLARDA HAREKET

- Bir cisim hava içerisinde serbest düşmeye bırakılırsa

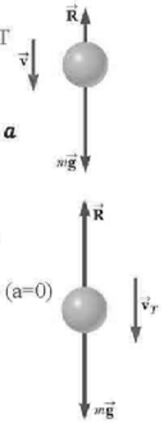
$$\sum F = m.g - \frac{1}{2} D.\varrho.A.v^2 = m.a$$

$$a = g - \left(\frac{D.\varrho.A}{2m}\right).v^2$$

- Cismin hızının artması, R'yi sürekli artırır ve bir süre sonra üzerindeki kuvvet sıfır olur.
- Cisim bundan sonra sabit hızlı hareket yapar. (a=0)

$$0 = g - \left(\frac{D.\varrho.A}{2m}\right).v^2$$

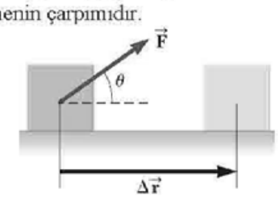
$$v_L = \sqrt{\frac{2.m.g}{D.\varrho.A}}$$



Bölüm 7:
İş ve Kinetik Enerji

7.1. SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

- Enerji bir cismin iş yapma yeteneğidir.
- Cisim üzerine sabit bir kuvvet uygulayan bir etkenin yaptığı iş (W), kuvvetin yerdeğiştirme yönündeki bileşeni ile yerdeğiştirmenin çarpımıdır.



$$W = F.\Delta r.\cos\theta$$

- Vektörler cinsinden

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$$

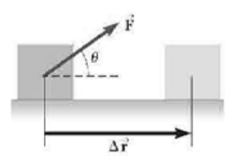
7.1. SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

- Cisim uygulanan kuvvet yönünnde hareket etmezse iş '0' olur.
- Eğer uygulanan kuvvet ile yerdeğiştirme ters yönlü ise kuvvet negatif iş yapmış olur.
- İş bir enerji aktarımı olayıdır. Sisteme (cisme) enerji aktarıldığı durumda değeri pozitif (+) olur. Sistemden (cisimden) enerji aktarıldığu durumda ise değeri negatif (-) olur.
- İş birimi joule (J)'dür.
- İş skaler bir niceliktir.

7.1. SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Örnek: Bir adam elektrik süpürgesinin yatayla 30° açı yapacak şekilde F=50N şiddetinde bir kuvvet ile sağa doğru çekiyor. Süpürge sağa doğru 3m yerdeğiştirdiğine göre, kuvvetin süpürge üzerinde yaptığı iş nedir?

F = 50N
Θ = 30°
Δr = 3m



W=F.Δr.CosΘ
W=50.3.Cos(30°)
W=130 J

7.1. SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Örnek: x-y düzleminde hareket eden bir cisim

$$\vec{F} = 5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}\ (N)$$

sabit bir kuvvetin etkisi ile

$$\vec{d} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\ (m)$$

yerdeğiştirme yapıyor.

a) Yerdeğiştirme ve kuvvetin şiddetlerini (büyüklüklerini) hesaplayınız.

$$F = \sqrt{5^2 + 2^2} = 5{,}4\ N$$

$$d = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3{,}6\ m$$

b) Kuvvet tarafından yapılan işi hesaplayınız.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W = (5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) \cdot (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})$$

$$W = 16\ J$$

7.3. DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

- Kuvvet değişken ise, sadece küçük bir $\Delta \boldsymbol{x}$ aralığında iş hesaplanabilir, yani

$$\Delta W = F_x . \Delta x$$

- Bu durumda toplam iş

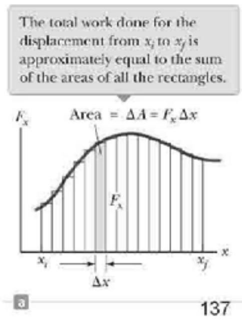
$$W \cong \sum_{x_i}^{x_s} F_x . \Delta x$$

- İşi tam olarak hesaplayabilmek için

$$\Delta x \to 0$$

- Bu durumda

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_s} F_x . \Delta x = \int_{x_i}^{x_s} F_x . dx$$



7.3. DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

- Daha genel olarak, üç boyutta

$$W = \int_{r_i}^{r_s} \vec{F} \cdot \overrightarrow{dr}$$

olarak ifade edilir.

- Burada,

$$\vec{F} = F_x \hat{\imath} + F_y \hat{\jmath} + F_z \hat{k}$$
$$\overrightarrow{dr} = dx.\hat{\imath} + dy.\hat{\jmath} + dz.\hat{k}$$

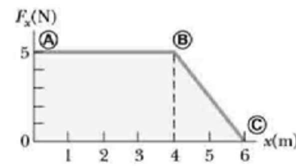
olduğundan,

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x . dx + \int_{y_i}^{y_s} F_y . dy + \int_{z_i}^{z_s} F_z . dz$$

olarak ifade edilebilir.

7.1. SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Örnek: Kuvvet-konum (F-x) grafiği verilen cisim için yapılan işi hesaplayınız.



Grafiğin altında kalan alan bize işi verecektir.

$$W = 4.5 + \frac{2.5}{2} = 25\ j$$

7.1. SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Örnek: Şiddeti

$$\vec{F} = (4x\hat{\imath} + 3y\hat{\jmath})\ N$$

olarak verilen kuvvet bir cisim üzerine orijinden başlayarak x=5 m noktasına kadar etki etmektedir. Kuvvet tarafından cisim üzerine yapılan işi hesaplayınız.

$$W = \int_{r_i}^{r_s} \vec{F} \cdot \overrightarrow{dr}$$

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x . dx + \int_{y_i}^{y_s} F_y . dy$$

$$W = \int_0^5 (4x) . dx + \int_0^0 (3y) . dy$$

$$W = 4\frac{x^2}{2} = 2x^2 = 2.5^2 = 50\ (J)$$

7.3. DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Bir Yayın Yaptığı İş:

- Yatay düzlemde yaya bağlı bir cisme etkiyen kuvvet (Hook Yasası)

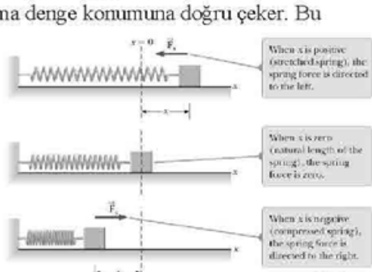
$$F_s = -k.x$$

- Bu kuvvet cismi daima denge konumuna doğru çeker. Bu durumda yapılan iş,

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_s . dx$$

$$W = \int_{x_{maks}}^{0} (-k.x) . dx$$

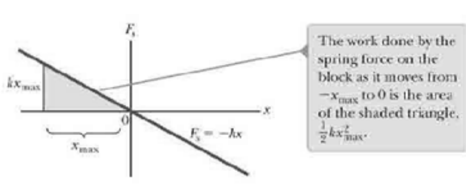
$$W = \frac{1}{2} k . x_{maks}{}^2$$



7.3. DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Bir Yayın Yaptığı İş:

- Aynı şekilde, F-x grafiğinden



- Herhangi iki konum arasında yapılan iş ise,

$$W = \int_{x_i}^{x_s} (-k.x) . dx = \frac{1}{2} k . x_i{}^2 - \frac{1}{2} k . x_s{}^2$$

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

- Karmaşık kuvvetler içeren problemlerde Newton'un 2. Yasası'nı kullanmak zor olabilir.

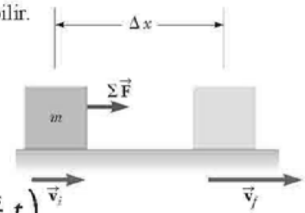
$$\sum W = \sum F . d = m.a.d$$

$$d = v_{ort} . t = \frac{v_i + v_s}{2} . t$$

$$a = \frac{v_s - v_i}{t}$$

$$\sum W = m . \left(\frac{v_s - v_i}{t}\right) . \left(\frac{v_i + v_s}{2} . t\right)$$

$$\sum W = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$



7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

$$\sum W = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

- Burada $\frac{1}{2}\boldsymbol{mv^2}$ niceliği cismin hareketi ile ilgili enerjiyi temsil eder. Buna Kinetik Enerji (K) ismini alır.
- Bu durumda

$$\sum W = K_s - K_i = \Delta K$$

olarak ifade edilir.

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Kinetik Sürtünme İçeren Durumlar

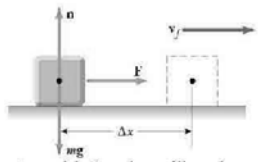
- Sürtünme içeren durumlarda hareketi incelemenin bir yolu da, sürtünmeden doğan enerji kaybını belirlemektir.
- Sürtünme kuvveti daima harekete zıt yönlü olduğundan,

$$\Delta K_{sürtünme} = -f_k . d$$

$$K_i + \sum W_{diğer} - f_k . d = K_s$$

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Örnek: Başlangıçta durgun olan 6kg'lık bir blok sürtünmesiz bir düzlem üzerinden, 12N'luk sabit yatay bir kuvvet ile çekilmektedir. Blok 3m hareket ettikten sonraki hızını bulunuz.



Yerdeğiştirme yatay olduğundan, dikey kuvvetler iş yapmaz. Düzlem sürtünmesiz olduğundan, bloğa etkiye net kuvvet 1N olur.

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Örnek: Başlangıçta durgun olan 6kg'lık bir blok sürtünmesiz bir düzlem üzerinden, 12N'luk sabit yatay bir kuvvet ile çekilmektedir. Blok 3m hareket ettikten sonraki hızını bulunuz.

W=F.d=12.3=36 J

İlk kinetik enerji '0' olduğundan,

$$W = K_s - K_i = \frac{1}{2}.m.v_s^2 - \frac{1}{2}.m.v_i^2$$

$$36 = \frac{1}{2}.6.v_s^2 - 0$$

$$v_s = 3{,}5\ m/s$$

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Örnek: Yüzey 0,15'lik kinetik sürtünme katsayısına sahipse, son hızını bulunuz.

Öncelikle sürtünmeden doğan enerji kaybını hesaplamalıyız.

$$f_k = \mu_k . n = \mu_k . m . g$$

$$f_k = (0{,}15).6.(9{,}8) = 8{,}82\ N$$

$$\Delta K_{sürtünme} = -f_k . d$$

$$\Delta K_{sürtünme} = -(8{,}82).3 = -26{,}5\ J$$

$$K_i + \Delta W_{diğer} - f_k . d = K_s$$

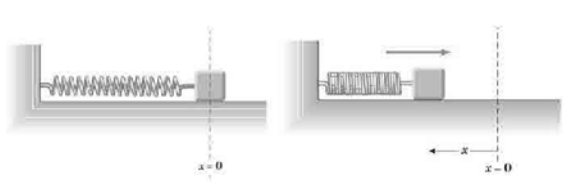
$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum W_{diğer} - f_k . d = \frac{1}{2}mv_s^2$$

$$0 + 36 - 26{,}5 = \frac{1}{2}.6.v_s^2$$

$$v_s = 1{,}8\ m/s$$

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Örnek: 1,6kg'lık bir blok yatay düzlem üzerinde kuvvet sabiti 10^3 N/m olan yatay bir yaya bağlanmıştır. Yay 2cm kadar sıkıştırılmış ve blok ilk hızsız serbest bırakılmıştır. Blok x=0 denge konumundan geçerken hızı ne olur?



7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Örnek: 1,6kg'lık bir blok yatay düzlem üzerinde kuvvet sabiti 10^3 N/m olan yatay bir yaya bağlanmıştır. Yay 2cm kadar sıkıştırılmış ve blok ilk hızsız serbest bırakılmıştır. Blok x=0 denge konumundan geçerken hızı ne olur?

Blok hareketine x_i= -2cm konumunda ve v_i=0m/s ilk hızı ile başlar.

Soruda x_s=0 konumunda v_s sorulmakta.

Yayın yaptığı iş

$$W_s = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(10^3)(-0{,}02)^2$$

$$W_s = 0{,}20\ J$$

7.4. KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Örnek: 1,6kg'lık bir blok yatay düzlem üzerinde kuvvet sabiti 10^3 N/m olan yatay bir yaya bağlanmıştır. Yay 2cm kadar sıkıştırılmış ve blok ilk hızsız serbest bırakılmıştır. Blok x=0 denge konumundan geçerken hızı ne olur?

Yapılan işten dolayı kinetik enerjideki değişim

$$W_s = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$0{,}20 = \frac{1}{2}(1{,}6)v_s^2 - 0$$

$$v_s = 0{,}5\ m/s$$

7.4. GÜÇ

- Güç, iş yapma hızıdır.
- Ortalama güç,

$$\overline{P} = \frac{W}{t}$$

- Daha genel bir tanımla, enerji aktarma hızıdır.
- Birimi **Watt (W)** $= \frac{Joule}{saniye}$ 'dir.
- Ani güç

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

olur.

7.4. GÜÇ

Örnek: Elektrik motorlu bir model tren durgun halden 0,62 m/s hıza 21 ms sürede ulaşıyor. Trenin toplam kütlesi 875 g ise, trene motor tarafından aktarılan ortalama gücü bulunuz.

$$\overline{P} = \frac{W}{t} = \frac{K_S - K_i}{t} = \frac{\frac{1}{2}.m.v_S^2 - \frac{1}{2}.m.v_i^2}{t}$$

$$\overline{P} = \frac{\frac{1}{2}.(0{,}875(kg)).(0{,}62)^2}{0{,}021(s)}$$

$$\overline{P} = 8{,}01\ W$$

7.4. GÜÇ

Örnek: 28 W güce sahip bir ekonomi ampülü, 100 W güce sahip normal bir ampülün parlaklığına sahiptir. Ekonomi ampulünün ömrü 10000 saat ve fiyatı 17 TL iken normal ampulün ömrü 750 saat ve fiyatı 0,42 TL'dir. Elektrik ücretinin 0,08 TL/kilowatt.saat(kWh) olduğu bir yerde, ömrü boyunca kullanılan bir ekonomi lambasının sağlayacağı kazanç nedir?

$$Enerji = W = P.t$$

28 W'lık lambanın 10000 saatte kullanacağı enerji

$$W = 28.10000 = 280000\ W.saat = 280\ kW.saat$$

28 W'lık lamba için harcanacak toplam para

$$Maliyet = 17(TL) + 280(kW.saat).\left(0{,}08\left(\frac{TL}{kW.saat}\right)\right)$$

$$Maliyet = 39{,}40\ TL$$

7.4. GÜÇ

Örnek: 28 W güce sahip bir ekonomi ampülü, 100 W güce sahip normal bir ampülün parlaklığına sahiptir. Ekonomi ampulünün ömrü 10000 saat ve fiyatı 17 TL iken normal ampulün ömrü 750 saat ve fiyatı 0,42 TL'dir. Elektrik ücretinin 0,08 TL/kilowatt.saat(kWh) olduğu bir yerde, ömrü boyunca kullanılan bir ekonomi lambasının sağlayacağı kazanç nedir?

100 W'lık lambanın 10000 saatte kullanacağı enerji

$$W = 100.10000 = 1000000\ W.saat = 1000\ kW.saat$$

Kullanılacak lamba sayısı $\frac{10000}{750} = 13{,}3\ lamba$

28 W'lık lamba için harcanacak toplam para

$$M. = 0{,}42(TL).13{,}3 + 1000(kW.saat).\left(0{,}08\left(\frac{TL}{kW.saat}\right)\right)$$

$$Maliyet = 85{,}60\ TL$$

$$Kazanç = 85{,}60 - 39{,}40 = 46{,}20\ TL$$

Bölüm 8: Potansiyel Enerji Ve Enerjinin Korunumu

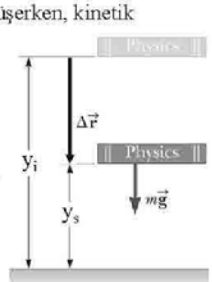
8.1. POTANSİYEL ENERJİ

Kütle çekim potansiyel enerjisi:

- Yeryüzünde bir cisim yerden yüksekte iken iş yapma potansiyeline sahiptir.
- Bu enerji, cisim serbest bırakılınca, düşerken, kinetik enerjiye dönüşür.
- Sebebi kütle çekim kuvvetidir.
- U_g ile gösterilir ve tanımı

$$U_g = m.g.y$$

- Herhangi bir y_i konumundan y_s konumuna hareket eden bir cisim için



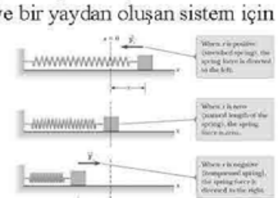
$$W_g = m.g.\Delta r$$
$$W_g = -(m.g.(y_s - y_i))$$
$$W_g = m.g.y_i - m.g.y_s$$
$$W_g = U_i - U_s = -\Delta U$$

- Kuvvet iş yaptığında, U azalır. Bu da – işarete sebep olur

8.1. POTANSİYEL ENERJİ

Esneklik potansiyel enerjisi:

- Bir blok ve bir yaydan oluşan sistem için



$$F_s = -k.x$$
$$W_s = \frac{1}{2}.k.x^2$$

- Bu sistemin esneklik potansiyel enerjisi

$$U_s = \frac{1}{2}.k.x^2$$

8.2. KORUNUMLU VE KORUNUMSUZ KUVVETLER

Korunumlu Kuvvetler:

- Herhangi iki nokta arasında hareket eden bir cisim üzerine yaptığı iş, cismin hareketinden bağımsızdır.
- Kapalı bir yol boyunca cisim üzerine yapılan iş sıfırdır. (Başlangıç ve bitiş noktası aynı olan yol.)
- Kütle çekim ve yay kuvvetleri korunumludur.

$$W_g = m.g.y_i - m.g.y_s$$
$$W_s = \frac{1}{2}.k.x_i^2 - \frac{1}{2}.k.x_s^2$$

- Korunumlu bir kuvvet, bir potansiyel enerji ile eşleştirilebilir.
- Bir korunumlu kuvvetin yaptığı iş

$$W_c = U_i - U_s$$

8.2. KORUNUMLU VE KORUNUMSUZ KUVVETLER

- Bir cismin kinetik ve potansiyel enerjileri toplamına Mekanik Enerji (E) denir.

$$E = K + U$$

- Bir kuvvet cismin mekanik enerjisinde değişime sebep oluyorsa, bu kuvvet korunumsuzdur.
- Sürtünme kuvveti cismi yavaşlatarak mekanik enerjisini değiştirdiği için, korunumsuz bir kuvvettir.

8.3. KORUNUMLU KUVVETLER VE POTANSİYEL ENERJİ

- Bir cisim x-ekseni doğrultusunda giderken korunumlu $\vec{F}$ kuvvetinin yaptığı iş

$$W_c = \int_{x_i}^{x_s} F_x . dx = -\Delta U = -(U_s - U_i)$$

$$U_s = -\int_{x_i}^{x_s} F_x . dx + U_i$$

- Burada U_i potansiyelin referans noktasıdır. Diğer konumlardaki tüm potansiyeller bu nokta referans alınırak ölçülür.
- U_i referans değeri genellikle sıfır alınır.

8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

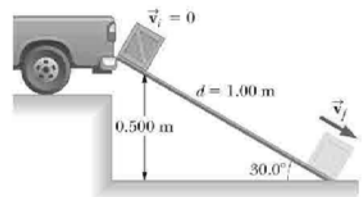
- Korunumlu kuvvetlerle etkileşen sistemlerde, E her zaman sabittir.

$$E = K + U$$
$$E_i = E_s$$
$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

- Bir sistem üzerine etkiyen birden fazla korunumlu kuvvet varsa, her kuvvet için bir U varolacaktır.

8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Örnek: 3 kg'lık bir sandık, 1 m uzunluğunda ve 30°'lik eğime sahip bir eğik düzlem üzerinde kaymaktadır. Sandık düzlemin tepesinde durgun halde harekete başlayarak, hareket boyunca sabit 5 N şiddetinde bir kinetik sürtünme kuvvetine maruz kalıyor. Eğik düzlemin tabanında sandığın hızını hesaplayınız.



8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Örnek: 3 kg'lık bir sandık, 1 m uzunluğunda ve 30°'lik eğime sahip bir eğik düzlem üzerinde kaymaktadır. Sandık düzlemin tepesinde durgun halde harekete başlayarak, hareket boyunca sabit 5 N şiddetinde bir kinetik sürtünme kuvvetine maruz kalıyor. Eğik düzlemin tabanında sandığın hızını hesaplayınız.
Sistemde korunumsuz kuvvet olduğundan E_i=E_s olmaz.
Tepe noktasında,

$$E_i = K_i + U_i$$
$$E_i = \frac{1}{2}.m.v_i^2 + m.g.y_i$$
$$E_i = 0 + 3.(9{,}8).(0{,}5) = 14{,}7\ J$$

Tabanda,

$$E_s = K_s + U_s$$
$$E_s = \frac{1}{2}.m.v_s^2 + m.g.y_s = \frac{3}{2}.v_s^2$$

8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Örnek: 3 kg'lık bir sandık, 1 m uzunluğunda ve 30°'lik eğime sahip bir eğik düzlem üzerinde kaymaktadır. Sandık düzlemin tepesinde durgun halde harekete başlayarak, hareket boyunca sabit 5 N şiddetinde bir kinetik sürtünme kuvvetine maruz kalıyor. Eğik düzlemin tabanında sandığın hızını hesaplayınız.
Sistemde korunumsuz kuvvet olduğundan E_i=E_s olmaz.
Sürtünme için,

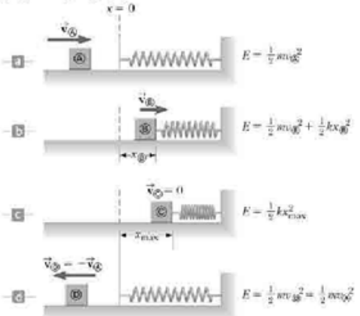
$$\Delta E = -f_k . d$$
$$\Delta E = -5.1 = -5\ J$$

Son ve ilk mekanik enerji arasındaki fark,

$$E_i - E_s = 14{,}7 - \frac{3}{2}.v_s^2 = \Delta E = 5$$
$$v_s = 2{,}54\ m/s$$

8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Örnek: 0,8 kg kütleli bir bloğa v_A=1,2 m/s'lik bir hız verilmektedir. Blok k=50 N/m kuvvet sabitli ve kütlesi ihmal edilebilir bir yay ile çarpışıyor.



8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Örnek: 0,8 kg kütleli bir bloğa v_A=1,2 m/s'lik bir hız verilmektedir. Blok k=50 N/m kuvvet sabitli ve kütlesi ihmal edilebilir bir yay ile çarpışıyor.

a) Yüzeyin sürtünmesiz olduğu durumda yayın maksimum sıkışma miktarını hesaplayınız.

Mekanik enerji korunduğundan, blokun tüm künetik enerjisi sıkıştırılmış yayın potansiyel enerjisine eşit olur.

$$E_A = E_C$$
$$K_A + U_{sA} = K_C + U_{sC}$$
$$\frac{1}{2}.m.v_A^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}.k.x_c^2$$
$$\frac{1}{2}.(0{,}8).(1{,}2)^2 = \frac{1}{2}.50.x_c^2$$
$$x_c = 0{,}15\ m$$

8.4. MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

Örnek: 0,8 kg kütleli bir bloğa v_A=1,2 m/s'lik bir hız verilmektedir. Blok k=50 N/m kuvvet sabitli ve kütlesi ihmal edilebilir bir yay ile çarpışıyor.
b) Yüzeyin 0,5'lik sürtünme katsayısına sahip olduğu durumda, yayın maksimum sıkışmasını hesaplayınız

$$\Delta E = -f_k . d = -\mu_k . n . x_B$$
$$\Delta E = -3{,}92 . x_c$$
$$E_A - \Delta E = E_C$$
$$K_A + U_{sA} - \Delta E = K_C + U_{sC}$$
$$\frac{1}{2}.m.v_A^2 + 0 - 3{,}92.x_c = 0 + \frac{1}{2}.k.x_c^2$$
$$\frac{1}{2}.(0{,}8).(1{,}2)^2 - 3{,}92.x_c = \frac{1}{2}.50.x_c^2$$
$$25.x_c^2 + 3{,}92.x_c - 0{,}576 = 0$$
$$x_c = 0{,}092\ m$$

8.5. KORUNUMLU KUVVET VE POTANSİYEL ENERJİ ARASINDAKİ BAĞLANTI

- Potansiyel enerji ile kuvvet arasındaki bağlantı

$$U = -\int_{x_i}^{x_s} F_x . dx$$

- Bunu türev formunda

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Yay için

$$U_s = \frac{1}{2}.k.x^2$$

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}.k.x^2\right) = -k.x$$

- Benzer şekilde yerçekimi kuvveti de hesaplanabilir.

Bölüm 9: Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar

9.1. DOĞRUSAL MOMENTUM VE KORUNUMU

- Bir cismin doğrusal momentumu, kütlesi ve hızının çarpımı olarak tanımlanır.

$$\vec{P} = m.\vec{v}$$

- Birimi $kg\frac{m}{s}$ 'dir.
- Vektörel bir niceliktir. Bu durumda,

$$P_x = m.v_x \,;\, P_y = m.v_y \,;\, P_z = m.v_z$$

- Doğrusal momentumun değişme hızı, cisme etkiyen toplam kuvvete eşittir.

$$\sum F = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m.\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(\vec{v})}{dt} = m.\vec{a}$$

- Cisme etkiyen kuvvet sıfır olduğunda, momentumun zaman göre türevi de sıfır olur.

$$\sum F = 0 \,;\, \vec{P} = Sabit$$

9.1. DOĞRUSAL MOMENTUM VE KORUNUMU

- İki cisimden oluşan bir sistemde, cisimler $\overrightarrow{P_1}$ ve $\overrightarrow{P_2}$ momentumlarına sahipse, her cisim için etkileşim halinde üzerlerine etkiyen kuvvet, momentumun zamana göre değişimine eşit olacağından,

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\overrightarrow{P_1}}{dt} \,;\quad \vec{F}_{12} = \frac{d\overrightarrow{P_2}}{dt}$$

Bu kuvvetler bir etki-tepki çifti olacağından,

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Bu durumda sisteme etkiyen toplam kuvvet

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

$$\frac{d\overrightarrow{P_1}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{P_2}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}\right) = 0$$

$$\left(\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}\right) = sabit$$

$$\overrightarrow{P_{1i}} + \overrightarrow{P_{2i}} = \overrightarrow{P_{1s}} + \overrightarrow{P_{2s}}$$

9.1. DOĞRUSAL MOMENTUM VE KORUNUMU

- Bileşenler cinsinden,

$$\sum_{sistem} P_{ix} = \sum_{sistem} P_{sx}$$

$$\sum_{sistem} P_{iy} = \sum_{sistem} P_{sy}$$

$$\sum_{sistem} P_{iz} = \sum_{sistem} P_{sz}$$

- Yalıtılmış bir sistemde, iki veya daha fazla cisim etkileştiğinde, toplam momentum sabit kalır.

9.2. İMPULS

- Kuvvet

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\int_{P_i}^{P_s} d\vec{P} = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}.dt$$

- Bu ifadeye İmpuls (I) denir

$$I = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}.dt$$

- Kuvvet sabit ise

$$I = \vec{F}.\Delta t = m.\Delta\vec{v}$$

9.2. İMPULS

Örnek: 50 gram ağırlığında 25 m/s hızla hareket eden bir tenis topu raket ile karşılandıktan sonra zıt yönde 30 m/s hızla hareket etmektedir. Raketin top ile temas süresi 0,1 s olduğuna göre, topa uygulanan kuvveti hesaplayınız.

$$\vec{F}.\Delta t = m.\Delta\vec{v}$$

Tek boyutta hareket olduğundan dolayı,

$$F.\Delta t = m.\Delta v$$

$$F.\Delta t = m.(v_s - v_i)$$

$$F.(0{,}1) = (0{,}05).(-30 - 25)$$

$$F = -27{,}5\ N$$

9.4. ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

- Esnek çarpışmalar, toplam kinetik enerji ve toplam momentumun çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışmalardır.

- Esnek olmayan çarpışmalar ise toplam momentumun korunduğu, ancak toplam kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalardır.

- Tüm çarpışmalarda momentum korunur.
- Sadece esnek çarpışmalarda toplam kinetik enerji korunur.

9.4. ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar:

- Esnek olmayan çarpışmalar ise toplam momentumun korunduğu, ancak toplam kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalardır.
- Bu tür çarpışmalarda, çarpışmadan sonra cisimler birlikte hareket eder.

$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2).\vec{v}_s$$

- Cisimler çarpışmadan sonra ortak hıza sahip olur.

9.4. ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Esnek Olmayan Çarpışmalar:

- Esnek olmayan çarpışmalar ise toplam momentumun korunduğu, ancak toplam kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalardır.
- Bu tür çarpışmalarda, çarpışmadan sonra cisimler birlikte hareket etmez.

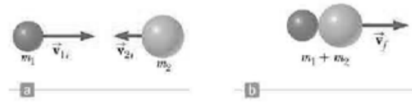
$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = m_1.\vec{v}_{1s} + m_2.\vec{v}_{2s}$$

- Cisimler çarpışmadan sonra farklı hızlara sahip olur.

9.4. ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Örnek: 75 kg ağırlığında bir futbol oyuncusu sürtünmesi ihmal edilebilecek bir buz pisti üzerinde durmaktadır. Tam bu sırada 7 kg kütleye sahip bir top 5 m/s hız ile oyuncuya doğru yatay olarak fırlatılmaktadır.

a) Oyuncu topu yakaladıktan sonra hızı ne olur?

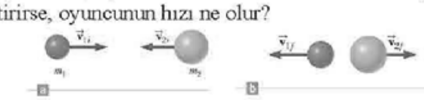


$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2).\vec{v}_s$$
$$7.5 + 75.0 = (7 + 75).v_s$$
$$35 = (82).v_s$$
$$v_s = 0{,}43 \text{ m/s}$$

9.4. ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Örnek: 75 kg ağırlığında bir futbol oyuncusu sürtünmesi ihmal edilebilecek bir buz pisti üzerinde durmaktadır. Tam bu sırada 7 kg kütleye sahip bir top 5 m/s hız ile oyuncuya doğru yatay olarak fırlatılmaktadır.

b) Oyuncu topu yakalamadan 0,5 m/s hızla tam ters yönde sektirirse, oyuncunun hızı ne olur?

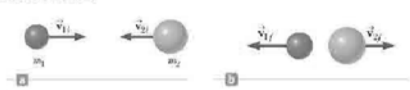


$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = m_1.\vec{v}_{1s} + m_2.\vec{v}_{2s}$$
$$7.5 + 75.0 = 7.(-0{,}5) + 75.v_{2s}$$
$$35 = -3{,}5 + 75.v_{2s}$$
$$v_{2s} = 0{,}51 \text{ m/s}$$

9.4. ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Esnek Çarpışmalar:

- Esnek çarpışmalar, toplam kinetik enerji ve toplam momentumun çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışmalardır.
- Bu tür çarpışmalarda, çarpışmadan sonra cisimler birlikte hareket etmez.

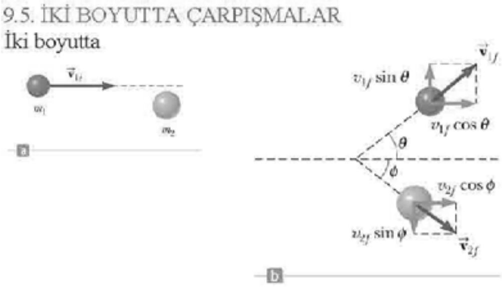


$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = m_1.\vec{v}_{1s} + m_2.\vec{v}_{2s}$$

$$\frac{1}{2}.m_1.v_{1i}^2 + \frac{1}{2}.m_2.v_{2i}^2 = \frac{1}{2}.m_1.v_{1s}^2 + \frac{1}{2}.m_2.v_{2s}^2$$

9.5. İKİ BOYUTTA ÇARPIŞMALAR

- İki boyutta



$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = m_1.\vec{v}_{1s} + m_2.\vec{v}_{2s}$$

x,y ve z yönlerinde

$$m_1.v_{1ix} + m_2.v_{2ix} = m_1.v_{1sx} + m_2.v_{2sx}$$
$$m_1.v_{1iy} + m_2.v_{2iy} = m_1.v_{1sy} + m_2.v_{2sy}$$
$$m_1.v_{1iz} + m_2.v_{2iz} = m_1.v_{1sz} + m_2.v_{2sz}$$

9.5. İKİ BOYUTTA ÇARPIŞMALAR

Örnek: 1500 kg ağırlığında 25 m/s hızı ile doğuya doğru hareket eden bir araba 2500 kg ağırlığında 20 m/s hızı ile kuzeye doğru hareket eden bir minibüs ile çarpışıyor. Araçlar tamamen esnek olmayan çarpışma yaptığına göre, çarpışmadan sonraki ortak hızlarını hesaplayınız.

9.5. İKİ BOYUTTA ÇARPIŞMALAR

Örnek: 1500 kg ağırlığında 25 m/s hızı ile doğuya doğru hareket eden bir araba 2500 kg ağırlığında 20 m/s hızı ile kuzeye doğru hareket eden bir minibüs ile çarpışıyor. Araçlar tamamen esnek olmayan çarpışma yaptığına göre, çarpışmadan sonraki ortak hızlarını hesaplayınız.

$$m_1.\vec{v}_{1i} + m_2.\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2).\vec{v}_s$$

x ve y yönlerinde

$$m_1.v_{1ix} + m_2.v_{2ix} = (m_1 + m_2).v_{sx}$$
$$m_1.v_{1iy} + m_2.v_{2iy} = (m_1 + m_2).v_{sy}$$
$$v_{1ix} = 25 \text{ m/s}$$
$$v_{1iy} = 0$$
$$v_{2ix} = 20 \text{ m/s}$$
$$v_{2iy} = 0$$

9.5. İKİ BOYUTTA ÇARPIŞMALAR

Örnek: 1500 kg ağırlığında 25 m/s hızı ile doğuya doğru hareket eden bir araba 2500 kg ağırlığında 20 m/s hızı ile kuzeye doğru hareket eden bir minibüs ile çarpışıyor. Araçlar tamamen esnek olmayan çarpışma yaptığına göre, çarpışmadan sonraki ortak hızlarını hesaplayınız.

$$m_1.v_{1ix} + m_2.v_{2ix} = (m_1 + m_2).v_{sx}$$
$$1500.25 + 2500.0 = (1500 + 2500).v_{sx}$$
$$37500 = 4000.v_{sx}$$
$$v_{sx} = 9{,}375\ \text{m/s}$$
$$m_1.v_{1iy} + m_2.v_{2iy} = (m_1 + m_2).v_{sy}$$
$$1500.0 + 2500.20 = (1500 + 2500).v_{sy}$$
$$50000 = 4000.v_{sx}$$
$$v_{sy} = 12{,}5\ \text{m/s}$$

9.5. İKİ BOYUTTA ÇARPIŞMALAR

Örnek: 1500 kg ağırlığında 25 m/s hızı ile doğuya doğru hareket eden bir araba 2500 kg ağırlığında 20 m/s hızı ile kuzeye doğru hareket eden bir minibüs ile çarpışıyor. Araçlar tamamen esnek olmayan çarpışma yaptığına göre, çarpışmadan sonraki ortak hızlarını hesaplayınız.

$$v_s = \sqrt{v_{sx}^2 + v_{sy}^2}$$
$$v_s = \sqrt{(9{,}375)^2 + (12{,}5)^2}$$
$$v_s = 15{,}6\ \text{m/s}$$

$$tan\theta = \frac{v_{sy}}{v_{sx}}$$
$$tan\theta = \frac{12{,}5}{9{,}375}$$
$$\theta = 53{,}1°$$

Bölüm 10: Katı Bir Cismin Sabit Bir Eksen Etrafında Dönmesi

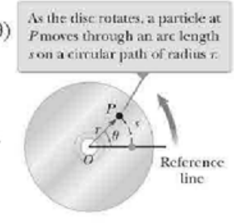
10.1. AÇISAL YERDEĞİŞTİRME, HIZ VE İVME

- Dönme hareketinde, cisim üzerindeki her parçacık, bir eksen etrafında dairesel hareket yapar.
- Dönen P noktasının konumunu P(r,θ) koordinatları ile göstermek daha uygun olur.
- **r: orijinden uzaklık**
  θ: pozitif x-ekseninden ölçülen açı
- **Bu gösterimde bir parçacık için r sabit kalırken, θ zamana göre değişir.**
- **Dairesel yerdeğiştirme**

$$s = r.\theta$$

Açısal yerdeğiştirme

$$\theta = \frac{s}{r}$$



10.1. AÇISAL YERDEĞİŞTİRME, HIZ VE İVME

- **θ'nın birimi radyan'dır.**

$$360° = 2\pi\, radyan$$

- **Açısal Yerdeğiştirme**

$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_i$$

Birimi radyan (rad)'dır.

- **Ortalama Açısal Hız**

$$\overline{w} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_s - \theta_i}{t_s - t_i}$$

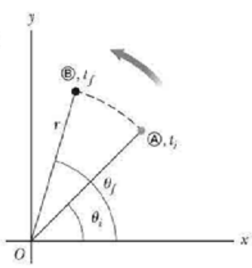
(Birimi $\frac{radyan}{saniye} = \frac{rad}{s}$ **olur.)**

- **Ani Açısal Hız**

$$w = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

- **Ortalama ve Ani Açısal İvme**

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{w_s - w_i}{t_s - t_i};\ \alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{dw}{dt};\ (\text{Birimi } \frac{rad}{s^2})$$



10.2. DÖNME KİNEMATİĞİ, SABİT İVMELİ DÖNME HAREKETİ

- **Dönme hareketi ile doğrusal hareket birbirine benzer matematiksel araçlar kullanılarak analiz edilebilir.**
- **İvmenin tanımından,**

$$w_s = w_i + \alpha.t$$

- **Benzer şekilde, toplam açısal yerdeğiştirme ve konum**

$$\theta_s = \theta_i + w_i.t + \frac{1}{2}.\alpha.t^2$$

- **Benzer şekilde zamansız hız formülü**

$$w_s^2 = w_i^2 + 2.\alpha.(\theta_s - \theta_i)$$

10.2. DÖNME KİNEMATİĞİ, SABİT İVMELİ DÖNME HAREKETİ

- **Doğrusal hareket ile kıyaslandığında**

x,y,z → θ
v → w
a → α

$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
$\theta_f = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$

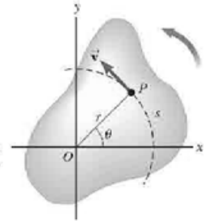
10.3. AÇISAL VE DOĞRUSAL NİCELİKLER

- **Dönen bir cisim için açısal ve doğrusal nicelikler arasında kullanışlı bağıntılar çıkarılabilir.**
- **Açısal ve doğrusal hız arasında**

$$v = \frac{ds}{dt}$$
$$s = r.\theta$$
$$r = sabit$$

Veriler kullanılarak

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r.\theta)}{dt}$$
$$v = r.\frac{d(\theta)}{dt}$$
$$v = r.w$$

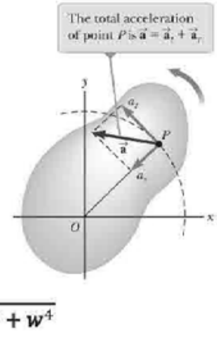


- **Katı bir cisimde cisim üzerindeki her nokta aynı w değerine, ancak farklı v değerlerine sahip olur.**

10.3. AÇISAL VE DOĞRUSAL NİCELİKLER

- **İvmeler arasında,**

$$v = r.w$$
$$a_t = \frac{dv}{dt} = r.\frac{dw}{dt}$$
$$a_t = r.\alpha$$



Bu durumda

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$
$$a_r = \frac{(r.w)^2}{r}$$
$$a_r = r.w^2$$

Ayrıca,

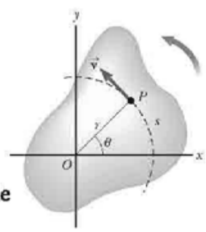
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = r.\sqrt{\alpha^2 + w^4}$$

BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

10.4. DÖNME KİNETİK ENERJİSİ

- **Katı bir cisim üzerindeki her noktasal parçacık bir hıza ve buna bağlı olarak bir Kinetik enerjiye sahiptir.**
- **Her i'nci parçacığın kinetik enerjisi,**

$$K_i = \frac{1}{2}.m.v_i^2$$
$$v_i = r.w_i$$
$$K_i = \frac{1}{2}.m.r_i^2.w_i^2$$



Toplam Dönme Kinetik Enerjisi

$$K_D = \sum_i K_i = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i.r_i^2\right)w^2$$

- **Cismin dönmeye karşı direncini ifade eden <u>Eylemsizlik Momenti</u>**

$$I = \sum_i m_i.r_i^2$$

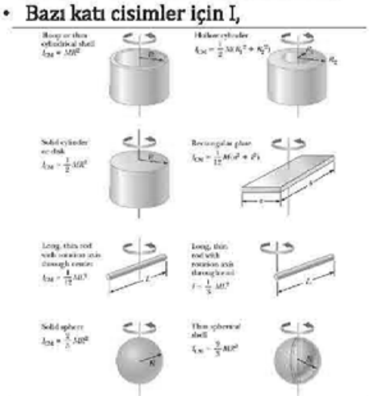
- **Dönme Kinetik Enerjisi**

$$K_D = \frac{1}{2}.I.w^2$$

BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

10.4. DÖNME KİNETİK ENERJİSİ

- **Bazı katı cisimler için I,**



Dikkat edilirse, I sadece kütleye değil, dönme eksenine ve kütlenin eksene göre dağılımına da bağlıdır.

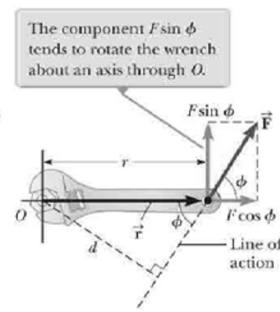
BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

10.6. TORK

- **Bir kuvvetin bir cismi döndürme etkisine Tork (τ) denir.**
- **Bir $\vec{F}$ kuvvetinin Torku**

$$\tau = r.F.Sin(\theta) = F.d$$

- **Burada r, F kuvvetinin uygulama noktasından dönme eksenine uzaklığıdır.**
- **r.Sin(θ) ifadesi, moment kolu adını alır.**



BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

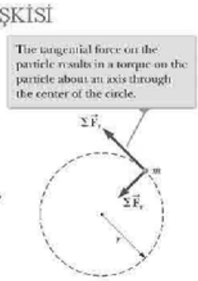
10.7. TORK VE AÇISAL İVME İLİŞKİSİ

- **Teğetsel kuvvet**

$$F_t = m.a_t$$

F_t, r'ye dik olduğu için, Tork

$$\tau = F_t.r$$
$$\tau = m.a_t.r$$
$$a_t = r.\alpha$$
$$\tau = m.(r.\alpha).r$$
$$\tau = m.r^2.\alpha$$
$$I = m.r^2$$
$$\tau = I.\alpha$$



- **Sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cisimi oluşturan parçacıklar için, tüm doğrusal nicelikler değişkendir. Bu nedenle hareket açısal nicelikler cinsinden tanımlanır.**

$$\sum \tau = I.\alpha$$

BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

10.8. DÖNME HAREKETİNDE İŞ-ENERJİ

- **Dönme hareketinde cisme etkiyen kuvvetin neden olacağı Torkun cisim üzerinde yapacağı iş**

$$W_D = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \tau.d\theta$$

- **Yapılan iş dönme kinetik enerjisine dönüşeceğinden, iş-kinetik enerji teoremi**

$$W_D = \frac{1}{2}.I.w_s^2 - \frac{1}{2}.I.w_i^2$$

olarak ifade edilebilir.

- **Yani, katı bir cismin sabit bir eksen etrafında dönmesi sırasında dış kuvvetlerin oluşturacağı Torkun yapacağı net iş, cismin dönme kinetik enerjisindeki değişime eşittir.**

BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

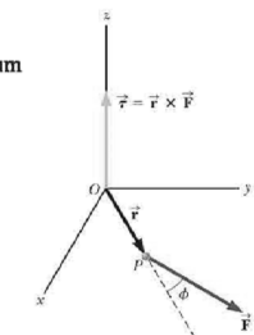
11.2. VEKTÖREL ÇARPIM VE TORK

- **Bir cisme etki eden kuvvetin neden olacağı $\vec{\tau}$ vektörü,**

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

olarak tanımlanır.

- **Burada vektörel çarpım kullanıldığına dikkat edilmelidir.**



BÖLÜM 10. KATI BİR CİSMİN SABİT BİR EKSEN ETRAFINDA DÖNMESİ

11.3. AÇISAL MOMENTUM

- **Bir parçacığın açısal momentumu**

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

- **Doğrusal momentum cinsinden**

$$\vec{P} = m.\vec{v}$$
$$L = m.v.r.Sin(\theta)$$

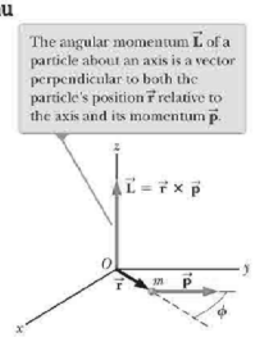
- **Doğrusal hareket sırasında**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

olduğundan, aynı analoji ile

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

- **Cisme etkiyen net tork, cismin açısal momentumunun zamana göre değişimine eşittir.**



11.4. DÖNEN BİR CİSMİN AÇISAL MOMENTUMU

- **Her noktasal parçacık için**

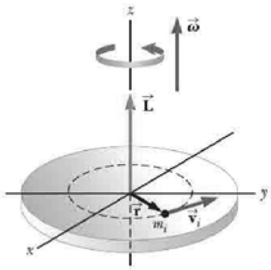
$$L_i = m_i.v_i.r_i = m_i.r_i^2.w_i$$

Açısal momentumun yönü
z-ekseni doğrultusunda olur.

$$L_z = \left(\sum_i m_i.r_i^2\right).w$$

$$L_z = I.w$$

olur.



11.5. AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

- **Eğer bir cisme etki eden net dış Tork '0' ise, cismin açısal momentumunun yönü ve büyüklüğü sabittir.**

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\vec{L} = sabit$$

$$\vec{L_i} = \vec{L_s}$$

- **Yani sonuçta, cisme etkiye toplam net kuvvet '0' ise, korunum yasaları**

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$\vec{P_i} = \vec{P_s}$$

$$\vec{L_i} = \vec{L_s}$$

şeklinde ifade edilebilir.

11.5. AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

- **Tüm açısal ve doğrusal nicelikler arasındaki benzerlik aşağıdaki tabloda verilmiştir.**

Angular speed $\omega = d\theta/dt$	Translational speed $v = dx/dt$
Angular acceleration $\alpha = d\omega/dt$	Translational acceleration $a = dv/dt$
Net torque $\Sigma\tau_{ext} = I\alpha$	Net force $\Sigma F = ma$
If α = constant $\begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha t \\ \theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \end{cases}$	If a = constant $\begin{cases} v_f = v_i + at \\ x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) \end{cases}$
Work $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta$	Work $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx$
Rotational kinetic energy $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$	Kinetic energy $K = \frac{1}{2}mv^2$
Power $P = \tau\omega$	Power $P = Fv$
Angular momentum $L = I\omega$	Linear momentum $p = mv$
Net torque $\Sigma\tau = dL/dt$	Net force $\Sigma F = dp/dt$

- **Dikkat edilirse**

x,y,z → θ	**F → τ**
v → w	**m → I**
a → α	**P → L**