T.C. ANADOLU ÜNİVERSİTESİ YAYINI NO: 2520
AÇIKÖĞRETİM FAKÜLTESİ YAYINI NO: 1491

DEVRE ANALİZİ

Yazarlar
Yrd.Doç.Dr. Emre KIYAK - Öğr.Gör. Işıl YAZAR (Ünite 1-4)
Yrd.Doç.Dr. Asuman ÖZGER (Ünite 5, 6)
Yrd.Doç.Dr. Semih ERGİN (Ünite 7)
Prof.Dr. Osman PARLAKTUNA (Ünite 8)

Editör
Yrd.Doç.Dr. Emre KIYAK

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

UZAKTAN ÖĞRETİM TASARIM BİRİMİ

Genel Koordinatör
Doç.Dr. Müjgan Bozkaya

Genel Koordinatör Yardımcısı
Doç.Dr. Hasan Çalışkan

Öğretim Tasarımcıları
Yrd.Doç.Dr. Seçil Banar
Öğr.Gör.Dr. Mediha Tezcan

Grafik Tasarım Yönetmenleri
Prof. Tevfik Fikret Uçar
Öğr.Gör. Cemalettin Yıldız
Öğr.Gör. Nilgün Salur

Grafikerler
Ayşegül Dibek
Hilal Küçükdağaşan
Aysun Şavlı

Kitap Koordinasyon Birimi
Uzm. Nermin Özgür

Kapak Düzeni
Prof. Tevfik Fikret Uçar
Öğr.Gör. Cemalettin Yıldız

Dizgi
Açıköğretim Fakültesi Dizgi Ekibi

Devre Analizi

ISBN
978-975-06-1189-6

1. Baskı

Bu kitap ANADOLU ÜNİVERSİTESİ Web-Ofset Tesislerinde 3.100 adet basılmıştır.
ESKİŞEHİR, Mayıs 2012

İçindekiler

Önsöz

Elinizdeki bu kitap, Devre Analizi ile ilgili önemli temel kavramları, devre yasalarını ve devre çözümlemelerinde kullanılan temel yöntemleri basit anlatımla ve bol örnek kullanımıyla vermeye çalışmaktadır. Ayrıca bobin ve kondansatör gibi elektrik-elektronik dünyasının en önemli elemanlarının yapısı ve DC karşısında davranış şekilleri açıklanmıştır. AC ise ayrıntılı bir şekilde ele alınmaktadır.

Yüksekokullarda ve meslek yüksekokullarında öğrenim gören öğrencilerin Devre Analizi dersiyle ilgili Türkçe kaynak sıkıntısı çekmekte olduğu görülmektedir. Önlisans öğrencileri için hazırlanan bu kitabın, önlisans öğrencilerinin yanında, yüksekokul ve meslek yüksekokullarında okuyan öğrenciler içinde bir kaynak kitap olarak kullanılabilmesine olanak sağlanmıştır.

Büyük bir eksikliği gidermede katkıda bulunacağını düşündüğüm bu kitabın hazırlanmasında özenli ve titiz çalışmaları bulunan hocalarıma teşekkür eder, öğrencilerimize başarılar dilerim.

Editör
Yrd.Doç.Dr. Emre KIYAK

DEVRE ANALİZİ

1

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- Uluslararası temel birim sistemleri ve birim katlarını tanımlayabilecek,
- Devre Analizi ile ilgili tanım ve kavramları açıklayabilecek,
- Devre Analizi ile ilgili ifadeleri matematiksel olarak hesaplayabilecek,
- Gerilim ve akım kaynaklarını sınıflandırabilecek,
- Ohm Kanunu'nu ifade edebilecek bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Birim sistemleri
- İletkenlik
- Akım
- Gerilim
- Direnç
- Güç
- Enerji
- Ohm Kanunu

İçindekiler

Temel Kavramlar

GİRİŞ

Devre Analizi dersinin kavranmasında matematik ve fizik bilgileri temel teşkil etmektedir. Bu bölümde verilen birim katları, elektrik yükü, akım, gerilim, direnç, güç, enerji ve Ohm Kanunu konuları özellikle bu bilgilerinde kullanıldığı konulardır.

Günlük hayatta kullandığımız kilogram, litre vb. birimler gibi Devre Analizi dersinde de sıklıkla kullanılacak temel birimler, alt birimler ve bunların da alt ve üst katları bulunmaktadır. Akım birimi olan Amper (A) ve zaman birimi olan saniye (s), SI birim sistemi içinde olan yedi temel birimden ikisidir. Bunun yanında gerilim birimi Volt (V), yük birimi Coulomb (C), direnç birimi Ohm (Ω), iletkenlik birimi mho (℧) veya Siemens (S), güç birimi olan Watt (W) ve enerji birimi olan Joule (J) önemli alt birimlerdir. Birim katlarından pico (p), nano (n), micro (μ) , mili (m), Kilo (k) ve Mega (M) elektrik ve elektronik dünyasında sıklıkla karşılaşılan birim katlarıdır.

Atom, elementlerin en küçük parçasıdır. Maddenin yapı taşıdır. Çekirdeğini protonlar ve nötronlar oluşturur. Çekirdeğin çevresinde yörüngelerde serbest dolaşan elektronlar bulunmaktadır. Elektronların hareketlerinin tersi yönde elektrik akımı oluşur.

Elektrik yükü, iletken-yalıtkan, akım ve çeşitleri, gerilim, direnç, iletkenlik, güç, enerji, kaynak ve çeşitleri bu bölümde temel kavramlar olarak ele alınmıştır.

Ohm Kanunu, Devre Analizi dersinin en önemli konularından biridir. Bir direncin uçlarındaki gerilimin uygulanan akımla doğru orantılı olarak değiştiğini söyler.

Bu bölümde, birim sistemleri ve birim katları, Devre Analizi ile ilgili temel kavramlar ve Ohm Kanunu incelenecektir. Konu anlatımında elden geldiği kadar sadelik esas alınmıştır. Her bölüm sonrasında verilen çözümlü örnekler ve sıra sizde soruları ile konunun pekiştirilmesi amaçlanmıştır.

BİRİM SİSTEMLERİ VE BİRİM KATLARI

Uluslararası Temel Birim Sistemleri (SI) ve Birim Katları

Uluslararası birim sisteminin içinde mekanik, elektrik, manyetik ve optik birimleri bir araya getirilmiştir. Sistemin yedi temel birimi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır. Çizelge 1.1'de verilen temel birimlerden elektrik akımı ve zaman nicelikleri, Devre Analizi dersi kapsamında değerlendirilmektedir. Çizelge 1.2'de ise temel elektrik birimleri verilmektedir.

Çizelge 1.1
Uluslararası temel birimler.

Fiziksel Nicelik	Birimin Adı	Kısaltması
Uzunluk	metre	m
Kütle	kilogram	mg
Zaman	saniye	s
Elektrik Akımı	Amper	A
Sıcaklık	Kelvin	K
Aydınlanma Şiddeti	candela	cd
Madde Miktarı	mole	mol

Çizelge 1.2
Temel elektrik birimleri.

Fiziksel Nicelik	Birimin Adı	Kısaltması
Elektrik yükü	Coulomb	C
Gerilim	Volt	V
Direnç	Ohm	Ω
İletkenlik	Siemens	S
Endüktans	Henry	H
Kapasitans	Farad	F
Frekans	Hertz	Hz
Güç	Watt	W
Enerji	Joule	J

Birim katları ise aşağıdaki gibidir. Çizelge 1.3'de verilen birim katlarından pico (p), nano (n), micro , mili (m), kilo (k) ve Mega (M) elektrik ve elektronik dünyasında sıkça kullanılan birim katlarıdır.

Çizelge 1.3
Birim Katları.

atto (a)	10^{-18}	deci (d)	10^{-1}
femto (f)	10^{-15}	deca (da)	10
pico (p)	10^{-12}	hecto (h)	10^{2}
nano (n)	10^{-9}	Kilo (k)	10^{3}
micro (μ)	10^{-6}	Mega (M)	10^{6}
mili (m)	10^{-3}	Giga (G)	10^{9}
centi (c)	10^{-2}	Tera (T)	10^{12}

SIRA SİZDE 1

1 mA'nın ne kadar μ olduğunu hesaplayınız.

TEMEL KAVRAMLAR

Elektrik Yükü

Elementlerin en küçük parçası atom olarak isimlendirilir. Atomlar maddenin yapı taşıdır. Atomun çekirdeğini pozitif yüklü protonlar ve yüksüz nötronlar oluşturur. Çekirdeğin çevresinde yörüngelerde ise negatif yüklü elektronlar bulunmaktadır. Metal iletkenlerde, atomik yapının en dış halkasındaki elektronlara, çekirdekten en uzak olmaları sebebiyle uygulanan çekim kuvveti daha azdır ve koparılmaları daha kolaydır. Koparılan elektronlar atomlar arasında dolaşmaya başlar. Elektronlar yer değiştirirken elektrik akımı meydana getirirler. Elektrik akımı yönü, elektron hareketinin tersi yöndedir.

Sıvı ya da plazmalarda ise, katılardan farklı olarak hareketli pozitif veya negatif yüklü iyonlar bulunur. Akım, pozitif iyonlarda hareket yönünde oluşurken, negatif iyonlarda ise hareket yönünün tersi yönde oluşur.

Devre Analizi dersinde, katılarda özellikle iletkenlerde olan durum diğerine göre daha fazla önem derecesine sahiptir.

İletken-Yalıtkan

Element listesinde, en dış halkasında dörtten daha az sayıda elektron olanlar iletken, dört elektron olanlar yarı-iletken ve dörtten fazla elektron olanlar ise yalıtkan olarak isimlendirilirler. İletken, yalıtkan ve yarı-iletken için bir başka tanımlama şu şekilde yapılabilir: Elektrik yükünü bir yerden bir başka yere taşıyabilen maddelere iletken, taşıyamayan maddelere ise yalıtkan denir. İletkenlikleri metallere göre daha az olmakla beraber, iletken ile yalıtkan arasında kalmış maddelere ise yarıiletken denir.

En iyi iletken gümüştür. Onu bakır ve altın takip eder. Yalıtkanlara örnek olarak tahta, cam ve plastik gösterilebilir. Silisyum, germanyum ve selenyum ise yarıiletkenlere örnek verilebilir.

Akım

Akım, yüklerin hareketinden doğar. Birimi Amper (A)'dir. 1 A'lık akım için iletkenin sabit bir kesitinden saniyede 6.24×10^{18} elektron geçmek zorundadır. Zamana bağlı olarak fonksiyonlar yardımıyla şu şekilde tanımlanır:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \qquad (1.1)$$

Burada q(t) toplam yük olarak tanımlanmıştır. Yükün birimi ise Coulomb (C)'dur. Parantez içinde yazılan t'ler ise, akımın ve toplam yükün zamanın birer fonksiyonu olduğunu göstermek amaçlı kullanılmaktadır.

Eşitlik (1.1)'den q(t) bulunabilir. dq(t) = i(t)dt şeklinde yazılıp, her iki tarafın başlangıç anı t_0'dan bitiş zamanı t' ye kadar olmak üzere integrali alınırsa,

$$\int_{t_0}^{t} dq(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt \Rightarrow q(t) - q(t_0) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt \Rightarrow q(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + q(t_0) \qquad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir ve belli bir andaki toplam yük bulunabilir.

Bir fonksiyonun belirli sınırlar altında integrali, aslında o fonksiyonun belirtilen sınırlar dâhilinde yatay eksenle arasında kalan bölgenin alanı şeklinde daha kolay bir şekilde tarif edilebilir. Dolayısıyla akım fonksiyonunun doğru, doğrusal olarak artan, azalan veya bunların çeşitli varyasyonları olması durumunda, hesap kolaylığı açısından alan hesabı yapılarak çözüme daha hızlı gidilebilir.

Akımın doğru ve alternatif olmak üzere temel olarak iki tipi bulunur.

Doğru Akım

Doğru akım, elektrik yüklerinin yüksek potansiyelden alçak potansiyele doğru sabit olarak akmasıyla oluşur. DC (Direct Current) olarak isimlendirilirler. Akımın yönü ve şiddetinde zamana göre bir değişme söz konusu değildir.

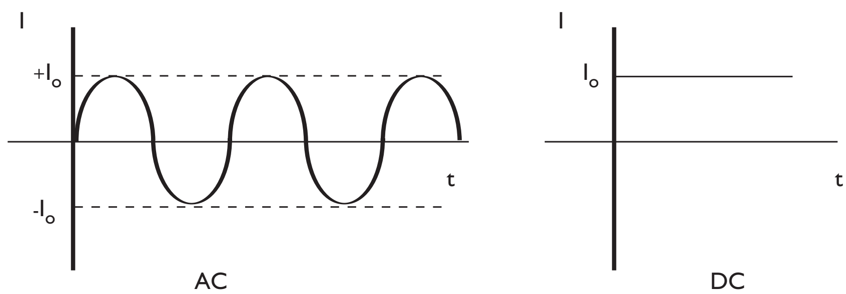
Alternatif Akım

Genliği (akımın büyüklüğü) ve yönü periyodik olarak değişen akımdır. AC (Alternative Current) olarak isimlendirilirler. En bilinen AC dalga biçimi sinüs dalgasıdır. Farklı uygulamalarda üçgen ve kare dalga gibi değişik dalga biçimleri de kullanılmaktadır. Alternatif akıma dair daha detaylı bilgi, bu kitabın 7. ve 8. bölümlerinde verilmektedir.

Şekil 1.1

Alternatif akım (AC) ve Doğru akım (DC).

Kaynak: *(Kılıçkaya, M. S.,1996)*



Temel İntegral Kuralları

Eşitlik (1.2)'de görüldüğü üzere, ders kapsamında integral kullanılması da gereklidir. İntegralle ilgili birçok formül olmakla beraber en çok kullanılanlar ve bu kapsamda değerlendirilecekler şu şekildedir:

1) $\int a\, dx = ax + c$

2) $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$

3) $\int \dfrac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

4) $\int e^x dx = e^x + c$

5) $\int a^x dx = \dfrac{ax}{\ln|a|} + c$

6) $\int \sin x\, dx = -\cos x + c$

7) $\int \cos x\, dx = \sin x + c$

Formüllerde gösterilen c ifadesi, belirsiz integral sabitidir. İntegral ifadesinde sınırlar olmadığı için bu şekilde gösterilmesi uygundur.

DİKKAT

Temel integral kuralları başlığı altında verilen matematiksel ifadelerde x değişkenine göre işlemler yapılmıştır. x yerine bir başka değişkene göre de integralin alınabilir olduğuna dikkat ediniz. Bu durumda elde edilen çözümler, o değişkene bağlı olarak yazılmalıdır.

ÖRNEK 1

a) $i(t)= 4e^{-2t}A$ olarak verildiğinde, toplam yükü bulunuz. (t_0=0 ve $q(t_0) = 0$)
b) 10. saniyedeki toplam yük nedir? (0-10 s. arası)

Çözüm 1:

a) $q(t) = \int_{t_0}^{t} i(t)dt + q(t_0) = \int_{0}^{t} 4e^{-2t}dt = -2\,(e^{-2t}-1)C$

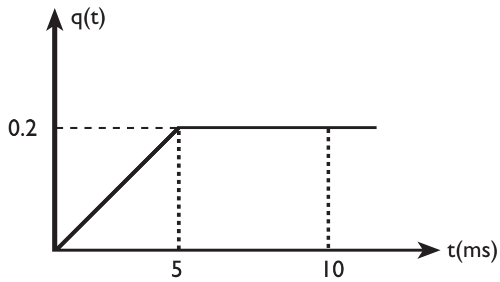
b) 10. s.'deki toplam yükle, aslında 0 - 10 s. arası (başlangıç anından bitiş anına kadar) süredeki durum kastedilmektedir. a şıkkında ifade edilen integral sınırları olarak t_0=0 ve t=10 alındığında,

$q(10) = -2\,(e^{-20}-1)$ C ($e \cong 2.718$ alınabilir.)

olarak elde edilir.

ÖRNEK 2

Şekildeki grafik için akım ifadesini bulunuz.



Çözüm 2: $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ olduğu bilinmektedir. Grafik incelendiğinde, iki parçadan oluştuğu gözlenmektedir. Bu durumda 0 - 5 ms. ve 5 - 10 ms. arası olmak üzere iki inceleme yapılmalıdır.

$$i_1(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{0.2-0}{(5-0)10^{-3}} = 40A \qquad 0 < t < 5 \text{ ms}$$

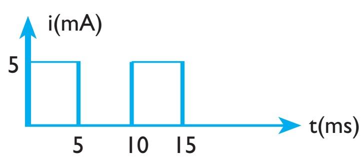
$$i_2(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{0.2-0.2}{(10-5)10^{-3}} = 0A \qquad 5 < t < 10\text{ms}$$

DİKKAT

Grafik veya fonksiyon olarak verilmiş sorularda yatay ve düşey eksenlerde tanımlanmış birim katları çok önemlidir. ÖRNEK 2'de yatay eksendeki zaman ifadesinin ms cinsinden verildiğine dikkat ediniz. Hesaplamalarda bu durum göz önüne alınmalıdır.

SIRA SİZDE 2

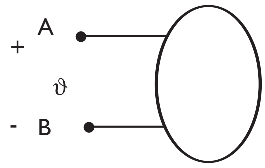
a) Şekildeki akım fonksiyonunu kullanarak, 8 - 12 ms arasında devreden geçen yük miktarını bulunuz.
b) 15. ms'deki toplam yük nedir? (t_0=0 ve $q(t_0)$=0)



Gerilim

Şekil 1.2

Gerilim.



Gerilim, (elektrik potansiyel farkı) elektronların maruz kaldıkları elektrostatik alan kuvvetine karşı hareket ettiren kuvvettir. Bir elektrik alanı içerisinde yeralan iki nokta arasındaki potansiyel fark olarak da tarif edilir. Birimi Volt'tur.

Şekil 1.2'de, A noktasının potansiyeli ϑ_A , B noktasının potansiyeli ise ϑ_B olarak tanımlanırsa, A - B noktaları arasındaki gerilim (potansiyel fark), $\vartheta = \vartheta_A - \vartheta_B$ şeklinde ifade edilebilir.

Direnç

Şekil 1.3

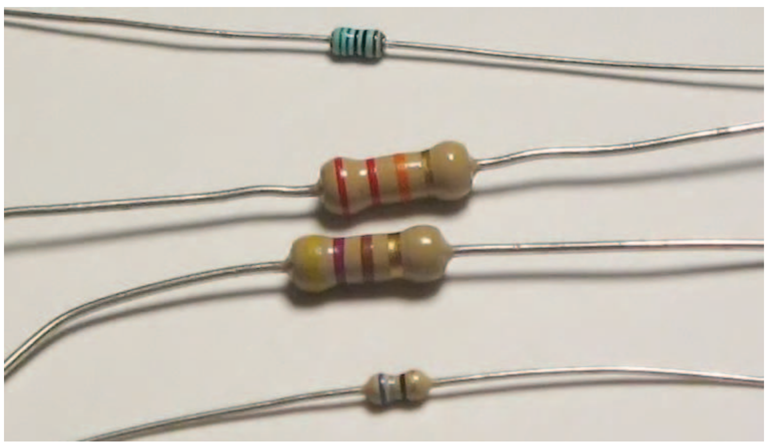
Direncin gösterimi.

Bir iletkenin içinden geçen akıma karşı gösterdiği zorluğa direnç adı verilir. Birimi Ohm'dur. Ω ile ifade edilir. Problem çözümlerinde direnç elemanı için Şekil 1.3'de verilen şekil kullanılacaktır.

Şekil 1.4'de, elektrik-elektronik dünyasında karşılaşılabilecek bazı dirençler görülmektedir.

Şekil 1.4

Dirençler.



Direnci Etkileyen Faktörler

Bir iletkenin direnci; iletkenin boyu, kesiti ve iletkenin yapıldığı malzemenin özdirencine bağlıdır. Direncin; boy, kesit ve özdirençle arasındaki bağıntıyı veren formül şu şekildedir:

$$R = \frac{\varphi 1}{S} \tag{1.3}$$

Eşitlik (1.3)'de φ iletkenin yapıldığı malzemenin özdirencini, l iletkenin m cinsinden boyunu ve S ise mm^2 cinsinden kesitini ifade etmektedir. 18-20 °C'deki birim uzunluk (1 metre) ve birim kesitteki (1 mm^2) iletkenin direncine özdirenç denir. Birimi ohm.mm^2/m'dir. Özdirencin tersine öziletkenlik denir. Onun birimi ise m/ohm.mm^2'dir.

Eşitlik (1.3)'de verilen iletken direnç durumunu gösteren formül şu şekilde yorumlanabilir:

1. İletkenin uzunluğu ile doğru orantılıdır.
2. İletkenin kesitiyle ters orantılıdır.
3. İletkenin yapıldığı malzemeye bağlıdır.

ÖRNEK 3

100 m uzunluğunda, 50 mm^2 kesitinde bir iletkenin özdirenci 0.015 ohm.mm^2/m ise direncini hesaplayınız.

Çözüm 3: $R = \frac{\varphi l}{S} = \frac{(0.015)(100)}{50} = 0.03\ \Omega$

Direncin Sıcaklıkla Değişimi

Saf metallerin direnç-sıcaklık ilişkileri için aşağıda verilen matematiksel ifade kullanılabilir:

$$R = R_0(1+\alpha(T-T_0)) \qquad (1.4)$$

Eşitlik (1.4)'de R, T sıcaklığındaki direnç değerini; R_0, T_0 sıcaklığındaki direnç değerini, T, R direncinin hesaplandığı sıcaklığı, T_0, başlangıç referans sıcaklığını ve α, direncin sıcaklık değişim katsayısını göstermektedir. Eşitlik (1.4)'de, direnç değerleri için ohm, sıcaklık değerleri için °C, sıcaklık değişim katsayısı için 1/°C birimleri kullanılmaktadır.

ÖRNEK 4

Saf bir metalin 0 °C'deki direnç değeri 500 ohm olarak ölçülmüştür. Bu metale ait sıcaklık değişim katsayısı α=0.004 ise, bu metalin 50 °C'deki direnç değeri nedir?

Çözüm 4: $R = R_0(1+\alpha(T-T_0)) = 500(1+0.004(50-0) = 600$ ohm

DİKKAT

Her maddenin direnci sıcaklıkla artmayabilir. Karbon, silikon ve germanyumun sıcaklık arttıkça direnç değerleri azalır.

SIRA SİZDE 3

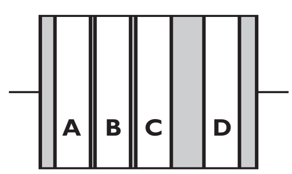
Saf bir metalin 20 °C'deki direnç değeri 100 ohm ve 40 °C'deki direnç değeri 110 ohm ise bu metale ait sıcaklık değişim katsayısı nedir?

Direnç Renk Kodları

Direnç değerinin okunmasında Şekil 1.5'de verilen direnç renklerinden yararlanılır. Çizelge 1.4'de verilen tabloya göre yapılacak hesaplama sonucunda elde edilen direnç değeri Ohm olarak bulunur.

Çizelge 1.4'de verilmeyen dördüncü renk olan D ise toleransa karşılık gelmektedir. Tolerans değeri altın rengi için ± % 5, gümüş rengi ise ± % 10 ve renk yok ise ± % 20 olarak kullanılır.

Şekil 1.5



Dirençte renklerin gösterimi.

Çizelge 1.4
Dört renkle gösterilmiş dirençler için hesaplama tablosu.

Renk	1. renk (A)	2. renk (B)	3. renk (C) (çarpan)
Siyah	0	0	$\times 10^0$
Kahverengi	1	1	$\times 10^1$
Kırmızı	2	2	$\times 10^2$
Turuncu	3	3	$\times 10^3$
Sarı	4	4	$\times 10^4$
Yeşil	5	5	$\times 10^5$
Mavi	6	6	$\times 10^6$
Mor	7	7	$\times 10^7$
Gri	8	8	$\times 10^8$
Beyaz	9	9	$\times 10^9$

Burada verilmeyen beş renkle gösterilmiş dirençler için ise, ilk üç renk katsayısı yanyana getirildikten sonra, 4. renk çarpan olacak şekilde hesaplama yapılır. Bu durumda, beşinci renk toleransı göstermektedir.

ÖRNEK 5

Dört renkle gösterilmiş bir direncin üzerindeki renkler sırasıyla sarı, mor, siyah ve altın rengi ise direnç değerini hesaplayınız.

Çözüm 5:

1. renk	2. Renk	3. Renk	Tolerans	Hesaplanan
Sarı (4)	Mor (7)	Siyah (10^0)	Altın (± % 5)	47 ± %5 ohm

ÖRNEK 6

Beş renkle gösterilmiş bir direncin üzerindeki renkler sırasıyla kırmızı, turuncu, mor, siyah ve gümüş rengi ise direnç değerini hesaplayınız.

Çözüm 6:

1. renk	2. Renk	3. Renk	4. Renk	Tolerans	Hesaplanan
Kırmızı (2)	Turuncu (3)	Mor (7)	Siyah (10^0)	Gümüş(±%10)	237±%10 ohm

SIRA SİZDE 4

Bir direncin üzerindeki renkler sırasıyla kırmızı, gri, yeşil ve gümüş rengi ise direnç değerini hesaplayınız.

İletkenlik

Bir iletkenin içinden geçen akıma karşı gösterdiği kolaylığa iletkenlik denir. Elektriksel direncin tam tersi olarak düşünülebilir. Akımın iletilebilirliğini derecelendirir. Birimi mho (℧) veya Siemens (S)'dir. Metaller yüksek iletkenliğe sahipken, yalıtkanlarınki sıfıra yakındır. İletkenlik için Eşitlik (1.5)'deki matematiksel ifade kullanılır:

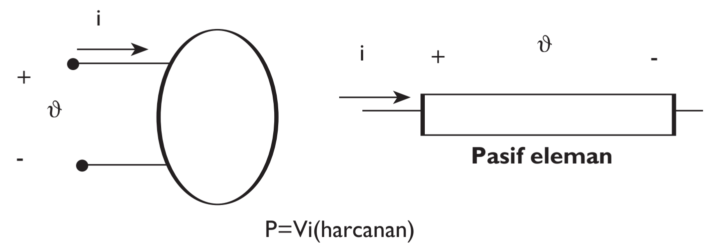
$$G = \frac{i}{\vartheta} \tag{1.5}$$

Güç

Akım ve gerilimin çarpımından ibarettir. Birimi Watt'dır. Direnç gibi pasif elemanlar devrede güç harcayan veya tüketen elemanlardır. Gerilim veya akım kaynağı gibi aktif elemanlar ise devreye güç veren veya sağlayan elemanlardır.

Her gerilim ve akım kaynağının mutlaka devreye güç veren bir aktif eleman olduğu sonucu çıkarılmamalıdır. Örneğin birbirlerine ters bağlanmış iki kaynaktan değeri büyük olan devreye enerji verirken, değeri küçük olan diğer kaynak ise pasif eleman gibi devrede güç harcar.

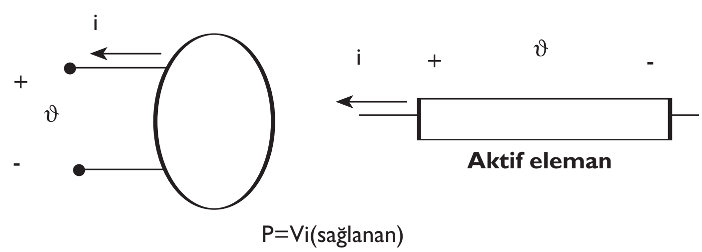
Şekil 1.6



Pasif elemanlarda harcanan güç.

Şekil 1.6'da, pasif bir elemanın uçlarında oluşan gerilim ve üzerinden geçen akımın yön tanımlaması yapılmıştır. Pasif elemanlarda hesaplanan gücün, harcanan güç olduğuna dikkat edilmelidir.

Şekil 1.7

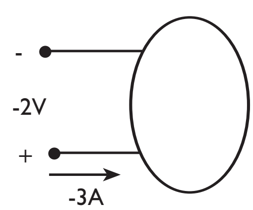


Aktif elemanlarda sağlanan güç.

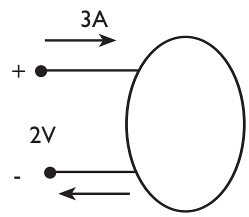
Şekil 1.7'de, aktif bir elemanın uçlarında oluşan gerilim ve üzerinden geçen akımın yön tanımlaması yapılmıştır. Aktif elemanlarda hesaplanan gücün, sağlanan güç olduğuna dikkat edilmelidir.

ÖRNEK 7

Şekildeki devrenin harcadığı gücü hesaplayınız.



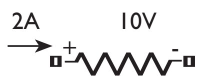
Çözüm 7: Devre aşağıdaki gibi daha anlaşılır hale getirilebilir.



$P = (2V)\,(3A) = 6W$
(harcanan, tüketilen)

SIRA SİZDE 5

Aşağıdaki direncin harcadığı gücü hesaplayınız.



Enerji

İş yapabilme yeteneğidir. Elektriksel anlamda, bir q yükünün gerilimi altında kazandığı enerji aşağıdaki eşitlikte verilmektedir:

$$E = \vartheta q \tag{1.6}$$

Eşitlik (1.1)' de verilen i denkleminden q çekilip, doğru akım devreleri için Eşitlik (1.6)'da yazılırsa,

$$E = \vartheta i t = Pt \tag{1.7}$$

elde edilir. Enerji birimi Joule (J)'dur.

SIRA SİZDE 6

Üzerinden 5 A'lik akım geçen 10 Ohm'luk bir direncin harcadığı gücü ve 10 saniyedeki harcadığı enerjiyi bulunuz.

Kaynaklar

Elektriksel enerji kaynakları birkaç şekilde sınıflandırılabilir. Bunlardan ilki, akım ve gerilim kaynakları şeklinde, kaynak tipinin gözönüne alındığı sınıflandırmadır. Diğer bir sınıflandırma ise bağımlı ve bağımsız kaynaklar şeklinde, eleman bağımlılığının gözönüne alındığı sınıflandırmadır. Bunlardan başka, DC kaynak ve AC kaynak şeklinde, zamana göre değişimin göz önüne alınmasıyla da sınıflandırma yapılmaktadır.

Kaynak Tipine Göre Sınıflandırma

Gerilim Kaynakları ve Akım Kaynakları

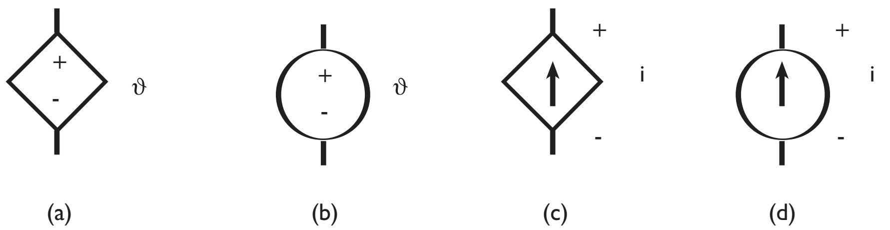
Kaynak tipine göre, akım ve gerilim kaynakları şeklinde bir sınıflandırma yapılabilir. Kendisine bağlanan yükten bağımsız olarak, her zaman belli bir gerilim oluşturan kaynaklar, gerilim kaynağı olarak tanımlanır. Kendisine bağlanan yükten bağımsız olarak, her zaman belli bir akım oluşturan kaynaklar ise, akım kaynağı olarak tanımlanır.

Eleman Bağımlılığına Göre Sınıflandırma

Bağımlı ve Bağımsız Kaynaklar

Eleman bağımlılığına göre, bağımlı ve bağımsız kaynaklar şeklinde bir sınıflandırma yapılabilir. Bağımsız kaynaklar, çekilen akım ne olursa olsun, kaynak değerinin değişmediği ve devredeki herhangi bir elemana bağlı olmayan kaynak çeşididir. Bağımlı kaynaklar ise, devrede tanımlı bir gerilime veya akıma bağlı olan kaynak çeşididir. Bağımlı kaynaklar baklava dilimi şeklinde, bağımsız kaynaklar ise daire sembolüyle gösterilirler.

Şekil 1.8

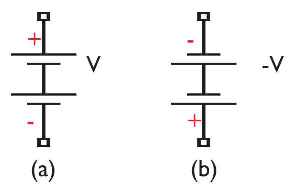


Bağımlı ve bağımsız kaynakların gösterimi.

Şekil 1.8 (a)'da bağımlı gerilim kaynağı, (b)'de bağımsız gerilim kaynağı, (c)'de bağımlı akım kaynağı ve (d)'de bağımsız akım kaynağı gösterilmektedir.

Devre Analizi problemlerinde bağımsız gerilim kaynağı olarak genellikle Şekil 1.9 (a)'da verilen gösterimden de yararlanılır. Burada uzun olan çizgi (terminal) + kutbu, kısa olan çizgi (terminal) ise - kutbu göstermektedir. Terminallerin kutupları ters çevrilirse aralarındaki gerilim büyüklüğü aynı kalmakla beraber işareti ters olur (Şekil 1.9 (b)).

Şekil 1.9



Bağımsız gerilim kaynaklarının gösterimi.

Kaynaklar, genellikle aktif eleman olarak düşünülürler. Aktif elamanlar, devreye enerji sağlayan elemanlardır. Kaynakların, genelde aktif eleman olarak tanımlanma sebebi, bazı durumlarda devrede enerji harcayan (pasif) eleman olarak da kullanılmalarından kaynaklanmaktadır. Örneğin büyük değerli bir kaynağa ters bağlanmış küçük değerli bir kaynak olması durumunda, küçük değerli kaynak artık aktif eleman olmaz. Devrede enerji harcayan bir eleman haline dönüşür.

Pasif elemanlar olarak, direnç, bobin ve kondansatör gibi kaynaktan enerji alıp, bu enerjiyi başka bir biçime dönüştüren ya da depolayan elemanlar düşünülür.

Zaman Bağımlılığına Göre Sınıflandırma

DC ve AC Kaynaklar

Kaynak sınıflandırmalarından bir diğeri, zaman bağımlılığına göre yapılan DC kaynak ve AC kaynak sınıflandırmasıdır. DC kaynakların çıkışı zamandan bağımsız iken, AC kaynakların çıkışı zamanla değişir. AC kaynakların çıkışı zamanın bir fonksiyonu şeklindedir.

Şekil 1.10

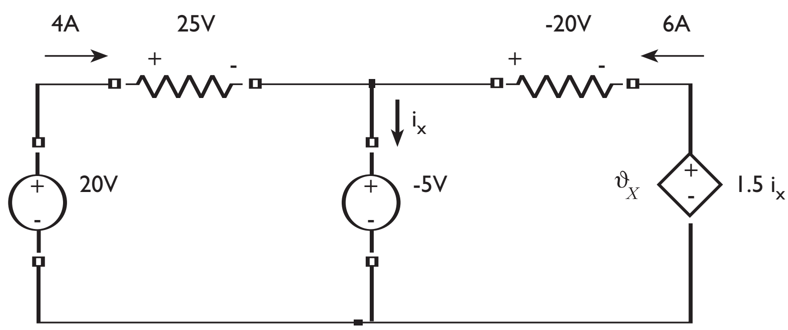
AC kaynaklar.

Şekil 1.8'de verilen bağımlı ve bağımsız kaynak gösterimleri DC kaynaklar için kullanılır. AC kaynakların gösterimi ise Şekil 1.10'da verilmektedir. Uygulamalarda sinüzoidal, kare dalga ve testere dişli olmak üzere AC kaynak çeşitleri kullanılabilir.

Şekil 1.10 (a)'da AC gerilim kaynağı, (b)'de ise AC akım kaynağı gösterilmektedir.

ÖRNEK 8

a) Devredeki her elemanın harcadığı gücü bulunuz.
b) Sağlanan ve harcanan güçlerin birbirine eşit olduğunu gösteriniz.



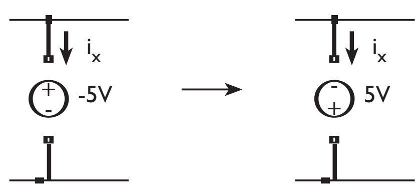
Çözüm 8:

a) Burada; 4 A ve 6 A birleşerek i_x = 10 A akımını oluştururlar. 2. bölümde bu konu daha detaylı bir şekilde anlatılmaktadır.

20 V'luk bağımsız gerilim kaynağının harcadığı güç şu şekildedir:

P_{kaynak} = (20 V) (4 A) = 80 W (sağlanan) = -80 W (harcanan)

-5 V'luk bağımsız gerilim kaynağının harcadığı gücü bulmak için o kısmın aşağıdaki gibi düzenlenmesi sağlanabilir:



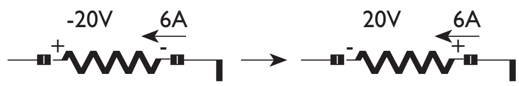
P_{-5V} = (5 V) (10 A) = 50 W (sağlanan) = -50 W (harcanan)

ϑ_x olarak tanımlanan bağımlı gerilim kaynağının harcadığı gücü bulmak için

$1.5i_x = 15 = \vartheta_x$ eşitliğinden hesaplanır. Elemanın sağladığı güç ise şu şekildedir:

P_{ϑ_x} = (15V) (6A) = 90W (sağlanan) = -90W (harcanan)

Uçlarında -20 V gerilim değeri oluşmuş direnç için o kısmın aşağıdaki gibi düzenlenmesi sağlanabilir:



P_{20V} = (20 V) (6 A)=120 W (harcanan)

Uçlarında 25 V gerilim değeri oluşmuş direncin harcadığı güç şu şekildedir:

P_{25V} = (25 V)(4 A)=100 W (harcanan)

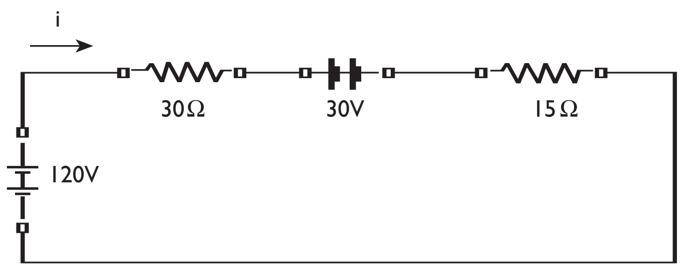
b) $\Sigma P_{harcanan} = \Sigma P_{sağlanan}$

(100+120) W = (80+50+90) W=220 W

Görüldüğü üzere devrede harcanan ve sağlanan güçler birbirine eşittir.

SIRA SİZDE 7

Şekildeki devre için i akımını ve her elemanın harcadığı gücü bulunuz.



OHM KANUNU

Bir direncin uçlarındaki gerilim, uygulanan akımla doğru orantılı olarak değişir.

$$\vartheta = Ri \tag{1.8}$$

Burada; R Ohm cinsinden direnç, i Amper cinsinden akım ve ϑ Volt cinsinden gerilim olarak tanımlanmıştır. Güç ise;

$$P = \vartheta i = i^2R = \vartheta^2 / R \tag{1.9}$$

şeklinde gösterilebilir.

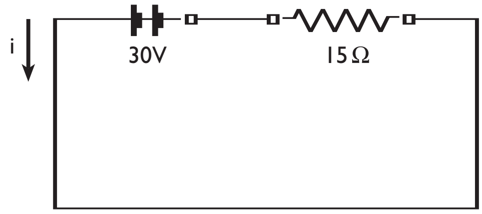
Bir devrede, kısa devre olduğunda, Eşitlik (1.8)'e göre direnç sıfır olduğundan gerilim de sıfır olur:

$$\vartheta = Ri \longrightarrow R = 0 \Longrightarrow \vartheta = 0$$

Bir devrede, açık devre olduğunda ise, akım akmayacağından değeri sıfır olur. Bu durumda direnç sonsuz olur:

$$\vartheta = Ri \longrightarrow i = 0 \Longrightarrow R = \frac{\vartheta}{0} = \infty$$

ÖRNEK 9 *Şekildeki devre için i akımını ve her elemanın harcadığı gücü bulunuz.*



Çözüm 9: ϑ = Ri eşitliği yeniden düzenlenirse,

$$i = \frac{\vartheta}{R} = \frac{30}{15} = 2A$$

olarak elde edilir. Burada tanımlanmış olan i akım yönünün gerilim kaynağının oluşturacağı yönde olduğuna dikkat edilmelidir.

Bu soruda tüm değerler aynı kalmak şartıyla tanımlanmış olan akımın yönü ters yönde sorulsaydı, bu durumda cevap -2 A şeklinde olurdu.

Özet

Uluslararası birimler sistemi olarak bilinen SI birim sistemi içinde, yedi temel ölçü birimi bir araya getirilmiştir. Bu temel ölçü birimlerinden elektrik akımı birimi olan Amper ve zaman birimi olan saniye, Devre Analizi dersi kapsamında değerlendirilmektedir. Yapılan hesaplamalarda çok küçük ve çok büyük ifadelerin yazılmasında temel birimlerin önüne ek olarak birim katlarının kullanılması yazmada kolaylık sağlar.

Devre Analizi ile ilgili temel kavramlar olarak elektrik yükü, iletken-yalıtkan, akım ve çeşitleri, gerilim, direnç, güç, enerji, kaynak ve çeşitleri konuları ele alınmıştır.

Akım ifadesinin elde edilmesinde toplam yükün kullanılması; sıklıkla kullanılan integral kuralları, direnci etkileyen faktörler, direncin sıcaklıkla değişmesi, iletkenlik, güç, enerji ve Ohm Kanunu gibi konuların matematiksel olarak ifade edilip, çeşitli hesaplamaların yapılabileceği gösterilmiştir.

Elektriksel enerji kaynakları birkaç şekilde sınıflandırılabilir. Bunlardan bir tanesi, akım ve gerilim kaynakları şeklinde, kaynak tipinin gözönüne alındığı sınıflandırmadır. Diğer bir sınıflandırma, bağımlı ve bağımsız kaynaklar şeklinde, eleman bağımlılığı gözönüne alınarak yapılmaktadır. Ayrıca, DC kaynak ve AC kaynak şeklinde, zamana göre değişimin göz önüne alınarak da sınıflandırma yapılmaktadır.

Ohm Kanunu, bir iletkenin uçlarındaki gerilimin akımla doğru orantılı olarak değiştiğini ifade eder. Bir devrede, kısa devre olduğunda direnç sıfır olduğundan gerilim de sıfır olur. Bir devrede açık devre söz konusuysa, bu durumda akım sıfır olduğundan direnç sonsuz olur.

Kendimizi Sınayalım

1. 20 µA ne kadar A'ya eşittir?
- a. 0.000002
- b. 0.0002
- c. 0.00002
- d. 0.002
- e. 0.02

2. Element listesinde, en dış halkasında üçten daha az sayıda elektron olanlar nedir?
- a. Yalıtkan
- b. İletken
- c. Yarı iletken
- d. Soygaz
- e. Ametal

3. Yük birimi aşağıdakilerden hangisidir?
- a. Amper
- b. Volt
- c. Farad
- d. Henry
- e. Coulomb

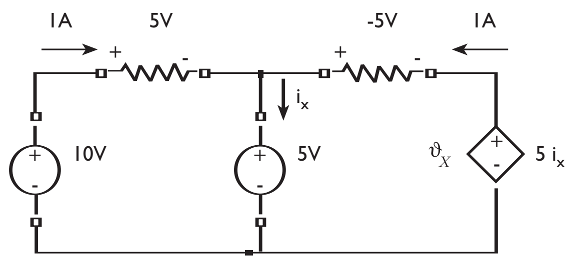
4. $i(t) = 2e^{-t}$ A olarak verildiğinde, toplam yük aşağıdakilerden hangisidir? ($t_0 = 0$ ve $q(t_0) = 0$)
- a. $-2\,(e^{-t} + 1)$ C
- b. $2\,(e^{-t} - 1)$ C
- c. $2\,(e^{-t} + 1)$ C
- d. $-2\,(e^{-t} - 1)$ C
- e. $-2\,(e^{-2t} - 1)$ C

5. $i(t) = e^{-t}$ A olarak verildiğinde, 10. s.'deki toplam yük aşağıdakilerden hangisidir? ($t_0 = 0$ ve $q(t_0) = 0$)
- a. $-\,(e^{-10} - 1)$ C
- b. $-\,(e^{-10} + 1)$ C
- c. $(e^{-10} + 1)$ C
- d. $(e^{-10} - 1)$ C
- e. $-\,(e^{-20} - 1)$ C

6. En iyi iletken aşağıdakilerden hangisidir?
- a. Altın
- b. Gümüş
- c. Bakır
- d. Demir
- e. Çinko

7. Dört renkle gösterilmiş bir direnç üzerindeki renkler sırasıyla yeşil, mor, kahverengi ve altın rengi ise direnç değeri aşağıdakilerden hangisidir?
- a. 470 ± % 5 ohm
- b. 580 ± % 5 ohm
- c. 570 ± % 20 ohm
- d. 570 ± % 5 ohm
- e. 470 ± % 10 ohm

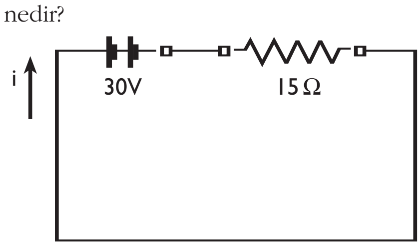
8. Aşağıda verilen devre için bağımlı gerilim kaynağı tarafından sağlanan güç nedir?



- a. 20 W
- b. 5 W
- c. 10 W
- d. -10 W
- e. -5 W

9. 8. soruda verilen 5 V'luk bağımsız kaynak tarafından sağlanan güç nedir?
- a. -10 W
- b. 10 W
- c. 5 W
- d. -5 W
- e. 20W

10. Aşağıda verilen devre için tanımlı olan i akım değeri nedir?



- a. 0 A
- b. -1 A
- c. 1 A
- d. 2 A
- e. -2 A

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. c	Yanıtınız yanlış ise "Uluslararası Temel Birim Sistemleri (SI) ve Birim Katları" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. b	Yanıtınız yanlış ise "İletken-Yalıtkan" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. e	Yanıtınız yanlış ise "Uluslararası Temel Birim Sistemleri (SI) ve Birim Katları" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. d	Yanıtınız yanlış ise "Akım" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. a	Yanıtınız yanlış ise "Akım" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. b	Yanıtınız yanlış ise "İletken-Yalıtkan" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. d	Yanıtınız yanlış ise "Direnç Renk Kodları" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. c	Yanıtınız yanlış ise "ÖRNEK 8"i yeniden gözden geçiriniz.
9. a	Yanıtınız yanlış ise "ÖRNEK 8"i yeniden gözden geçiriniz.
10. e	Yanıtınız yanlış ise "ÖRNEK 9"u yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

1 mA = 0.001 A = 1000 μA

Sıra Sizde 2

a) Bu soru iki farklı şekilde cevaplandırılabilir. Bunlardan birincisi şu şekildedir:

8-12 ms'ler arası akım, iki farklı fonksiyon şeklinde tanımlanabilir:

$i_1(t) = 0;$ $\quad 0.008 < t \leq 0.01$ s

$i_2(t) = 0.005;$ $\quad 0.01$ s $< t \leq 0.012$ s

Bu durumda,

$$q(t) = \int_{0.008}^{0.01} 0\,dt + \int_{0.01}^{0.012} 0.005\,dt$$

$$= 0.005\ (0.012 - 0.01) = 10\ \mu C$$

şeklinde elde edilir.

İkinci çözüm yolu ise; integral kavramının fonksiyonlar için uygulamasıyla ilgilidir. Bir fonksiyonun belirli sınırlar altındaki integrali, aslında, o fonksiyonun yatay eksenle arasında kalan alanın hesaplanması demektir. Bu durumda, 8-10 ms'ler arası hesaplanacak bir alan olmadığından bu durumda ilk parçanın alanı sıfırdır. 10-12 ms'ler arası, yatay eksen 2 ms ve düşey eksen ise 5 mA'dir. Bu durumda ikinci parçanın alanı 10μ olarak bulunur. İki parçanın toplamı yine 10μ olup, q(t) = 10μ şeklinde yazılabilir. Alan hesabı yapılırken birim katsayılarına dikkat edilmelidir.

b) Bu soruda öncekinden yola çıkarak iki farklı şekilde çözülebilir:

Bunlardan birincisi şu şekildedir:

0-15 ms'ler arası akım, üç farklı fonksiyon şeklinde tanımlanabilir:

$i_1(t) = 0.005;$ $\quad 0 < t < 0.005$ s

$i_2(t) = 0;$ $\quad 0.005 < t < 0.01$ s

$i_3(t) = 0.005;$ $\quad 0.01 < t < 0.015$ s

Bu durumda,

$$q(t) = \int_{0}^{0.005} 0.005\,dt + \int_{0.005}^{0.01} 0\,dt + \int_{0.01}^{0.015} 0.005\,dt$$

$$= 0.005\ (\ 0.005) + 0.005\ (\ 0.015 - 0.01)$$

$$= 50\ \mu C$$

şeklinde elde edilir.

İkinci çözüm yolu olarak alanlardan gidilebilir.

İlk parçanın alanı 25 μ, ikinci parçanın alanı sıfır ve üçüncü parçanın alanı 25 μ olup, alanlar toplamı 50 μ olarak kolayca hesaplanır. Bu durumda da q(t) = 50 μC şeklinde yazılabilir.

Sıra Sizde 3

Saf metallerin direnç-sıcaklık ilişkileri için

$$R = R_0(1+\alpha\,(T-T_0))$$

eşitliği kullanılmaktadır. Buradan α çekilirse,

$$\alpha = \frac{\dfrac{R}{R_0} - 1}{T - T_0} = \frac{\dfrac{110}{100} - 1}{40 - 20} = 0.005(1/°C)$$

olarak elde edilir.

Sıra Sizde 4

1. renk: Kırmızı:2
2. renk: Gri:8
3. renk: Yeşil:10^5

Tolerans: Gümüş: ± %10

Hesaplanan: 2800000 ± %10 ohm

Sıra Sizde 5

Direnç pasif bir elemandır. Yani devrede güç harcayan bir elemandır. Burada direnç üzerinden geçen 2 A'lik akım, direncin uçlarında şekildeki gibi 10 V'luk bir gerilim oluşmasına neden olmuştur. Bu durumda,

$$P = \vartheta i = (10)\ (2) = 20\ \text{W (harcanan)}$$

elde edilir.

Sıra Sizde 6

Soruda, gücün hesaplanmasında doğrudan verilmeyen gerilim değeri gerekmektedir. Gerilim Ri şeklinde, güç eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$P = \vartheta i = (Ri)i = (50)\ (5) = 250\ \text{W (harcanan)}$$

olarak elde edilir.

10 saniyedeki harcanan enerji ise,

$$E = Pt = (250)\ (10) = 2500\ \text{J}$$

şeklindedir.

Sıra Sizde 7

Kapalı bir devrede sağlanan ve harcanan güçlerin birbirine eşit olduğu bilinmektedir. Buradan yola çıkılırsa,

$$\Sigma P_{harcanan} = \Sigma P_{sağlanan}$$

olmalıdır.

$$\Sigma P_{harcanan} = P_{30\Omega} + P_{15\Omega} + P_{30V}$$

şeklindedir. Burada, 30 V'luk kaynağın büyük gerilim kaynağına (120 V) ters bağlı olduğu, bu durumda da pasif eleman olduğuna dikkat edilmelidir. Bu durumda i akımı kullanılarak,

$$\Sigma P_{harcanan} = (30i)i + (15i)i + 30i$$
$$= 45\ i^2 + 30i$$

şeklinde harcanan güç yazılabilir. Sağlanan güç ise,

$$\Sigma P_{harcanan} = P_{120V}$$

şeklindedir. Bu durumda i akımı kullanılarak,

$$\Sigma P_{sağlanan} = 120i$$

şeklinde sağlanan güç yazılabilir. Harcanan ve sağlanan güçler eşitlikte yerine yazılırsa,

$$45i^2 + 30i = 120i$$

elde edilir. Buradan da i = 2 A elde edilir.

Bu sorunun daha kolay bir çözümü, 2. bölümde anlatılan eşdeğer direnç ve eşdeğer kaynaklar bulunarak oluşturulmuş basit devreye Ohm Kanunu uygulanarak da bulunabilir.

Yararlanılan Kaynaklar

Kılıçkaya, M. S. (1996). Editör: Cemalcılar, A., **Temel Fizik,** T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 674, Açıköğretim Fakültesi Yayınları No: 331.

Hayt, W. H., Kemmerly, J. E., Durbin S. M. (2006). **Engineering Circuit Analysis,** McGraw Hill.

Edminister, J., Nahvi, M. (1999). Çevirenler: Dr. Aydemir, M. T., Nakipoğlu, K. C. **Elektrik Devreleri,** Nobel.

Yağımlı, M., Akar, F. (2010). **Doğru Akım Devreleri ve Problem Çözümleri,** Beta Basım

Ünal, A., Özenç, S. (2005). **Çözümlü Elektrik Devre Problemleri,** Birsen Yayınevi.

Selek, H. S. (2007). **Doğru Akım (DC) Devre Analizi**, Seçkin Yayıncılık.

Meslekî Eğitim Ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi (2007). **Elektriksel Büyüklükler Ve Ölçülmesi,** Milli Eğitim Bakanlığı.

DEVRE ANALİZİ

2

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- Bir devre üzerindeki önemli kavramları tanımlayabilecek,
- Kirchhoff'un yasalarını açıklayabilecek,
- Kirchhoff'un yasalarını tek gözlü ve tek düğümlü devrelere uygulayabilecek,
- Eşdeğer direnç ve eşdeğer kaynak hesabı yapabilecek,
- Gerilim ve akım paylaşım kurallarını yorumlayabilecek

bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Düğüm noktası
- Kirchhoff'un akım yasası
- Kirchhoff'un gerilim yasası
- Eşdeğer direnç
- Akım paylaşımı
- Gerilim paylaşımı

İçindekiler

Devre Yasaları

GİRİŞ

Bir önceki bölümde açıklanan Devre Analizi ile ilgili temel kavramların ardından, bu bölümde temel devre yasaları incelenecektir.

Temel devre yasalarının incelenmesi öncesinde, bu yasaların anlaşılmasında önemli yeri olan düğüm noktası, temel düğüm noktası, kol, çevre ve göz gibi kavramlar üzerinde durulmuştur.

Temel devre yasalarından biri olan Ohm Kanunu'na bir önceki bölümde yer verilmiştir. Kirchhoff'un yasaları olarak bilinen akım ve gerilim ile ilgili yasalar ise, çok önemli diğer temel yasalardır. Kirchhoff'un akım yasasına göre, bir düğüm noktasındaki akımların cebirsel toplamı sıfırdır. Bir başka deyişle, bir düğüm noktasına giren akımların toplamıyla çıkan akımların toplamı birbirine eşittir. Kirchhoff'un gerilim yasasına göre ise, bir devredeki herhangi bir kapalı yol üzerindeki gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır.

Kirchhoff'un çok önemli bu iki yasası, bu bölümde tek düğümlü ve tek gözden oluşmuş devreler için uygulanmıştır. Bu sayede özellikle 3. bölümde verilen düğüm gerilimleri yöntemi ve çevre akımları yöntemi gibi önemli devre analiz yöntemlerinin altyapısının oluşturulması amaçlanmıştır.

Karmaşık yapıda bağlanmış devrelerde eşdeğer direncin ve eşdeğer kaynak hesabının yapılması da bu bölümde anlatılmaktadır.

Son olarak gerilim ve akım paylaşım kurallarından bahsedilmektedir.

Burada sözü edilen kavram ve yasalar, Devre Analizi problemlerinde bir bütünü oluşturacak şekilde birbirleriyle bağlantılıdır. Bu kavram ve yasalar özellikle bundan sonraki anlatılacak konuların temelini oluşturmakta ve hemen her problemde mutlaka kullanılmaktadır. Bu bakımdan teoriden sonra verilen bol örneklerle konuların pekiştirilmesi amaçlanmıştır.

TANIMLAMALAR

Düğüm Noktası

İki ya da daha fazla devre elemanının bağlandığı noktaya düğüm noktası adı verilir. Buraya, basit düğüm noktası adı da verilir. Çünkü akımın bölünmesi olayı söz konusu değildir.

Temel Düğüm Noktası

Üç ya da daha fazla devre elemanının bağlandığı noktaya temel düğüm noktası adı verilir. Düğüm noktasından farklı olarak, burada akımın bölünmesi olayı söz konusudur.

Kol

İki düğüm noktası arasında kalmış parçaya kol denir. Başka bir anlamda, her bir devre elemanına kol denir.

Çevre

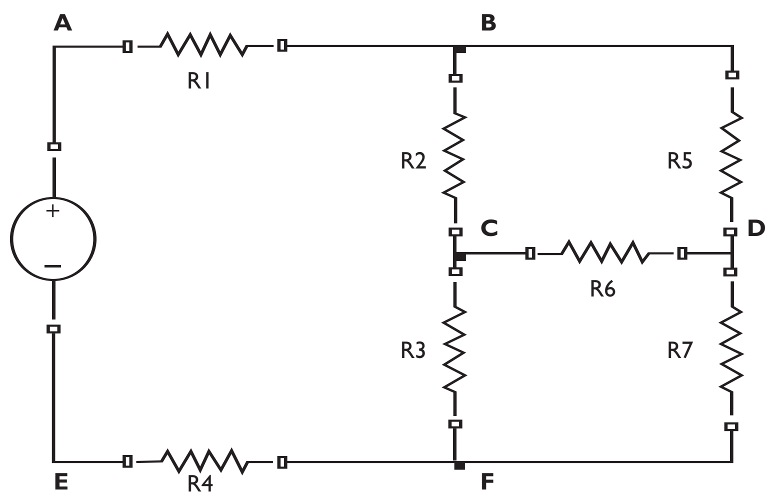
Devre elemanlarından bir defa geçmek koşuluyla herhangi bir düğüm noktasından başlanıp, başlanılan düğüm noktasına ulaşıldığında elde edilen kapalı yola çevre adı verilir.

Göz

Herhangi bir kol tarafından kesilmeyen çevreye göz denir.

ÖRNEK 1

Aşağıda verilen devrede düğüm, temel düğüm, kol, çevre ve göz tanımlarını gösteriniz.



Çözüm 1:

Düğüm noktaları: A, B, C, D, E ve F noktaları olmak üzere altı adet düğüm noktası bulunmaktadır. Burada B ve F noktalarının kısa devreden dolayı o hat boyunca aynı düğüm noktasına karşılık geldiğine dikkat edilmelidir.

Temel düğüm noktaları: B, C, D ve F noktaları olmak üzere dört adet temel düğüm noktası bulunmaktadır.

Kol: A-B, B-C, B-D, C-D, C-F, D-F, E-F ve A-E olmak üzere sekiz adet kol vardır.

Çevre: A-B-D-F-E-A, A-B-D-C-F-E-A, A-B-C-F-E-A, A-B-C-D-F-E-A, B-C-F-D-B, B-C-D-B ve F-D-C-F olmak üzere yedi çevre bulunmaktadır. Çevrenin başlangıç noktası farklı seçilip, tekrar aynı noktaya gelindiğinde aynı tanıma ulaşılacağına dikkat edilmelidir.

Göz: A-B-C-F-E-A, B-C-D-B ve C-D-F-C olmak üzere üç göz bulunmaktadır. Gözün başlangıç noktası farklı seçilip, tekrar aynı noktaya gelindiğinde aynı tanıma ulaşılacağına dikkat edilmelidir.

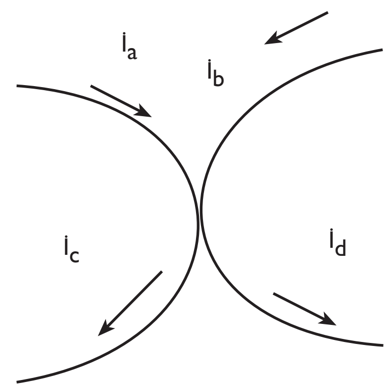
KİRCHHOFF YASALARI

Kirchhoff'un akım ve gerilim yasası olmak üzere çok önemli iki yasası bulunmaktadır.

Kirchhoff'un Akım Yasası

Kirchhoff'un akım yasasına göre, bir düğüm noktasındaki akımların cebirsel toplamı sıfırdır. Cebirsel toplam terimi, akımın düğüm noktasına giriş ve çıkış durumlarının da gözönüne alınmasını anlatmaktadır.

Şekil 2.1



Kirchhoff'un akım yasası.

Şekil 2.1'de, bir devrede bir düğüm noktasına gelen ve giden akımlar tanımlanmaktadır. Bu gösterimden yararlanılarak Kirchhoff'un akım yasası aşağıdaki şekilde matematiksel olarak ifade edilebilir.

$$-i_a - i_b + i_c + i_d = 0 \qquad (2.1)$$

Eşitlik (2.1)'de denklem yazılırken düğüm noktasına gelen akımların önüne -, çıkan akımların önüne + işaretinin konulduğuna dikkat edilmelidir. Bu durum yukarıda sözü edilen akımın düğüm noktasına giriş ve çıkışlarının göz önüne alınmasından kaynaklanmaktadır.

Eşitlik (2.1), önüne - işaretli yazılan düğüm noktasına gelen akımlar bir tarafta, önüne + işaretli yazılan düğüm noktasından ayrılan akımlar bir tarafta olmak üzere yeniden düzenlenirse, Eşitlik (2.2) elde edilir:

$$i_a + i_b = i_c + i_d \qquad (2.2)$$

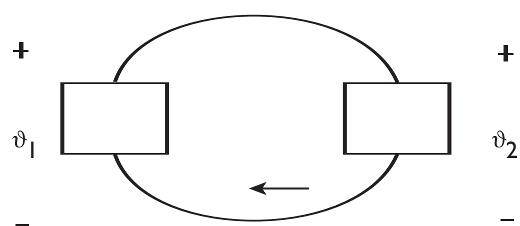
Eşitlik (2.2) incelendiğinde, Kirchhoff'un akım yasasının bir başka yorumu ile karşılaşılır: Bir düğüm noktasına giren akımların toplamıyla çıkan akımların toplamı birbirine eşittir.

Kirchhoff'un Gerilim Yasası

Kirchhoff'un gerilim yasasına göre, bir devredeki herhangi bir kapalı yol üzerindeki gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır. Cebirsel toplam terimi, gerilim polaritelerinin gözönüne alınmasını anlatmaktadır.

Şekil 2.2, kapalı bir devrede oluşan gerilim değerlerini tanımlamaktadır. Bu gösterimden yararla-

Şekil 2.2



Kirchhoff'un gerilim yasası.

nılarak Kirchhoff'un gerilim yasası aşağıdaki şekilde matematiksel olarak ifade edilebilir:

$$-\vartheta_1 + \vartheta_2 = 0 \tag{2.3}$$

Denklem yazılırken Şekil 2.2'de okla gösterilen yönde hareket edilmiştir. Bu durumda ϑ_1 şeklinde tanımlanan gerilim değerinin - kutbuyla karşılaşılmıştır. Daha sonra ise, ϑ_2 şeklinde tanımlanan gerilim değerinin + kutbuyla karşılaşılmıştır. Bu durum yukarıda sözü edilen gerilim polaritelerinin gözönüne alınmasından kaynaklanmaktadır.

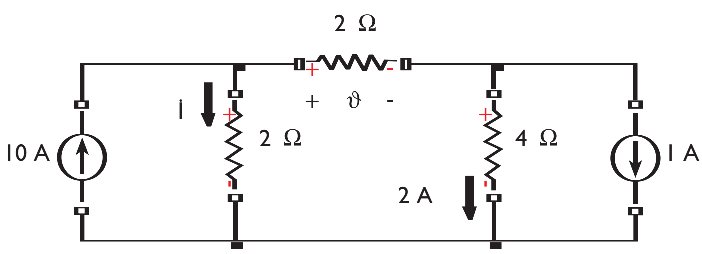
Eşitlik (2.3), önüne - işaretli yazılan gerilimler bir tarafta, önüne + işaretli yazılan gerilimler bir tarafta olmak üzere yeniden düzenlenirse, Eşitlik (2.4) elde edilir:

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 \tag{2.4}$$

Eşitlik (2.4) incelendiğinde, Kirchhoff'un gerilim yasasının bir başka yorumu ile karşılaşılır: Paralel kollardaki gerilim değerleri birbirine eşittir.

ÖRNEK 2

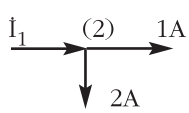
Aşağıdaki devrede i_x ve ϑ_x' i bulunuz.



Çözüm 2:

i akımının tanımlandığı şekilde hesaplanabilmesi için Kirchhoff'un akım yasasından yararlanılmalıdır. Bunun için devre üzerinde gerekli düğüm noktaları tanımlanmalıdır. ϑ şeklinde gerilim tanımlaması yapılmış 2 **Ω**'luk direncin, sol tarafı 1. temel düğüm noktası ve sağ tarafı 2. temel düğüm noktası olarak tanımlanırsa, bu noktalara giren ve çıkan akımlardan yola çıkılarak sorulan i akımı bulunabilir.

Öncelikle 2. temel düğüm noktası için inceleme yapılmalıdır. 1. temel düğüm noktası için ilk inceleme yapılırsa iki tane bilinmeyen akım olması sebebiyle bir sonuca varılamaz. Burada ϑ gerilim tanımlamasına sahip direnç için üzerinden geçen akım bulunmalıdır. Bu akım, i_1 şeklinde aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

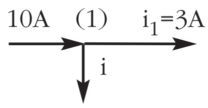


2. temel düğüm noktası göz önüne alınarak Kirchhoff'un akım yasası için denklem aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$-i_1 + 1 + 2 = 0$$

Denklem çözülürse i_1 = 3 A olarak bulunur. Burada bulunan i_1 akımının soldan sağa şeklinde akan bir akım olduğu anlaşılmaktadır.

Bu noktadan hareketle, 1. düğüm noktası göz önüne alınarak akımlar aşağıdaki şekilde gösterilebilir.



1. temel düğüm noktası göz önüne alınarak Kirchhoff'un akım yasası için denklem aşağıdaki gibi yazılabilir:

$-10 + 3 + i = 0$

Denklem çözülürse i = 7 A olarak bulunur. Burada bulunan i akımının yukarıdan aşağıya doğru akan bir akım olduğu anlaşılmaktadır.

ϑ şeklinde tanımlanan gerilimini bulmak için o dirençten geçen akım kullanılmalıdır. Bu akım i_1 = 3 A olarak aşağıdaki denklemde kullanılırsa

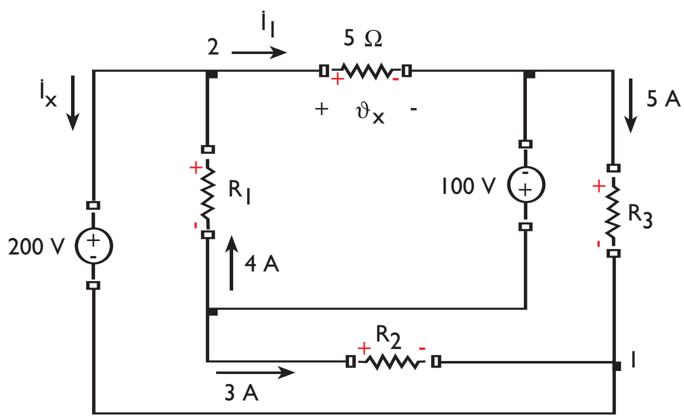
$\vartheta = i_1 R_{2\Omega} = (3\ A)(2\Omega) = 6\ V$

şeklinde elde edilir.

Burada tanımlı ϑ gerilimi ile kullanılan i_1 akımının oluşturacağı gerilimin uygunluğuna dikkat edilmelidir. Eğer soruda ϑ geriliminin kutupları ters olarak verilmiş olsa idi, bu durumda hesaplanan değer -6 V şeklinde olurdu.

ÖRNEK 3

Aşağıdaki devrede i_x ve ϑ_x 'i bulunuz.



Çözüm 3:

Sorunun çözümünde Kirchhoff'un akım yasasından faydalanılacaktır. Soruda verilen 1. ve 2. temel düğüm noktaları için Kirchhoff'un akım yasası uygulanmalıdır. Diğer düğüm noktalarının kullanılmasına ihtiyaç olmadığından şekil üzerinde tanımlanmamışlardır.

1. temel düğüm noktası için gelen ve giden akımlara dikkat edilerek denklem yazılırsa,

$-3 - 5 - i_x = 0$

elde edilir. Denklem çözümünden i_x = -8 A elde edilir.

2. temel düğüm noktası için gelen ve giden akımlara dikkat edilerek denklem yazılırsa,

$-4 + i_x + i_1 = 0$

elde edilir. Bilinen yerine yazıldığında,

$-4 - 8 + i_1 = 0$

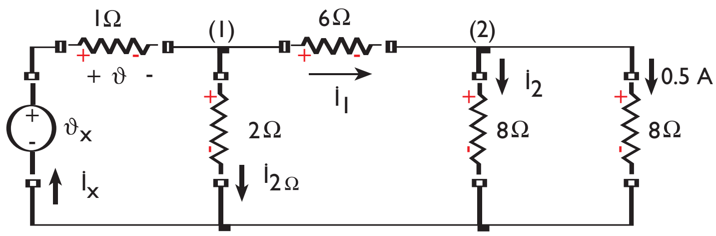
elde edilir. Denklem çözümünden $i_1 = 12$ A elde edilir.

Tanımlı ϑ_x gerilim değerinin hesaplanması için i_1 akımı kullanılmalıdır. Burada sorulan tanımlı ϑ_x gerilimi ile öncesinde hesaplanmış i_1 akımının oluşturacağı gerilimin uygunluğuna dikkat edilmelidir. Soruda gerçekten de i_1 akımı, tanımlanmış ϑ_x şeklinde kutupları uygun olacak şekilde bir gerilim oluşturur ve değeri,

$\vartheta_x = i_1 R_{5\Omega} = (12\text{ A})(5\Omega) = 60\text{ V}$

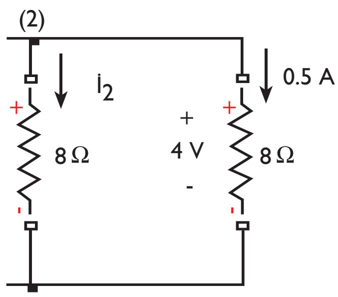
şeklindedir.

ÖRNEK 4 *Aşağıdaki devrede i_x ve ϑ_x' i bulunuz.*



Çözüm 4:

Sorunun çözümünde öncelikle ilk bulunması gereken i_2 akımıdır. i_2 akımının bulunmasında Kirchhoff'un gerilim yasasından faydalanılabilir.



Devre incelendiğinde, üzerinden 0.5 A geçen 8 Ω'luk direncin uçlarında yukarıda gösterildiği gibi 4 V'luk bir gerilim oluşur. Bu durumda bu göz için Kirchhoff'un gerilim yasası denklemi yazılırsa,

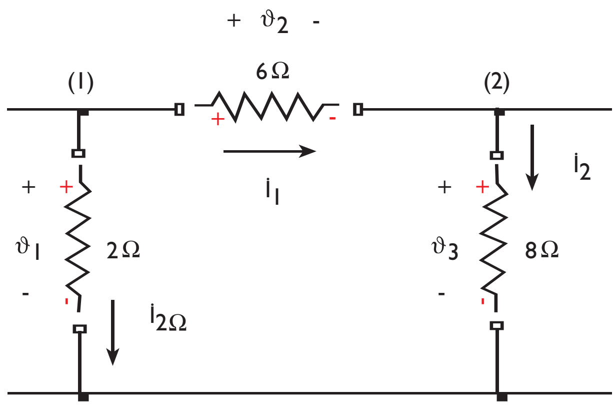
$8i_2 - 4 = 0$

elde edilir. Denklem çözümünden $i_2 = 0.5$ A olarak bulunur. (i_2 akımının bulunmasında daha hızlı bir metot ise aynı büyüklüğe sahip dirençlerin üzerinden de aynı akımın akmasıdır. Bu durumda da $i_2 = 0.5$ A olduğu görülür.)

Sonrasında, Kirchhoff'un akım yasasından yararlanarak 2. temel düğüm noktası için denklem yazılırsa,

$-i_1 + i_2 + 0.5 = 0$

şeklinde elde edilir. Denklem çözümünden $i_1 = 1$ A olarak bulunur.



Ortadaki göz için 2 **Ω**, 6 **Ω** ve 8 **Ω**'luk dirençlerin uçlarında yukarıdaki gibi ϑ_1, ϑ_2 ve ϑ_3 gerilim değerleri tanımlanırsa, Kirchhoff'un gerilim yasası,

$$-\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 = 0$$

şeklinde yazılabilir. Burada paralel kollardaki gerilimlerin aynı olacağından hareketle ϑ_3 = 4 V'dur.

$\vartheta_2 = 6i_1 = (6)(1) = 6$ V olarak bulunabilir. Buradan $\vartheta_1 = 10$ V olarak bulunur. Bu durumda,

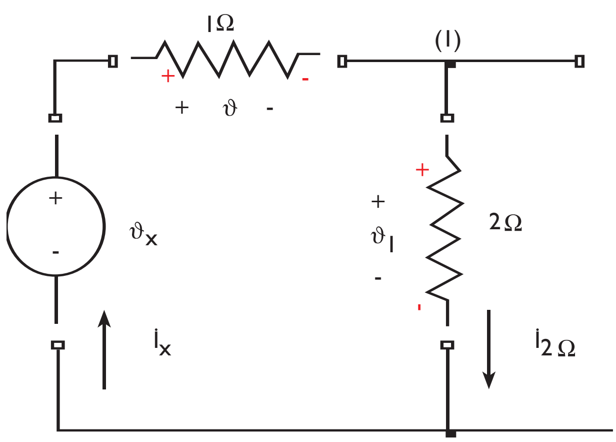
$$i_{2\,\Omega} = \frac{\vartheta_1}{2\,\Omega} = \frac{10\text{ V}}{2\,\Omega} = 5\text{ A}$$

olarak elde edilir.

Kirchhoff'un akım yasasından yararlanarak 1. temel düğüm noktası için denklem yazılırsa,

$$-i_x + i_{2\Omega} + i_1 = 0$$

olarak elde edilir. Buradan da i_x = 6 A bulunur.



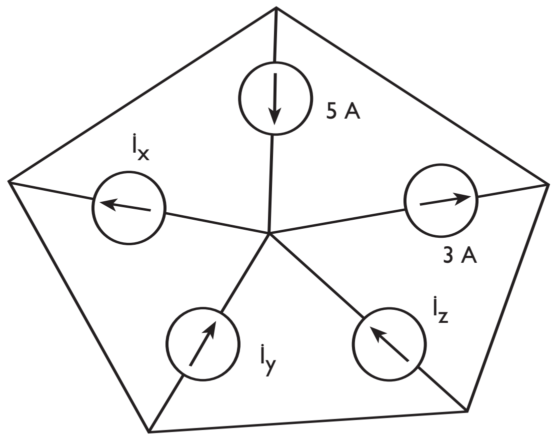
Yukarıdaki devre için $\vartheta = 1i_x = (1)(6) = 6$ V olarak bulunur. Bu durumda en soldaki göz için Kirchhoff'un gerilim yasası,

$$-\vartheta_x + \vartheta + \vartheta_1 = 0 \rightarrow \vartheta_x = \vartheta + \vartheta_1 = 6 + 10 = 16\text{ V}$$

olarak hesaplanır.

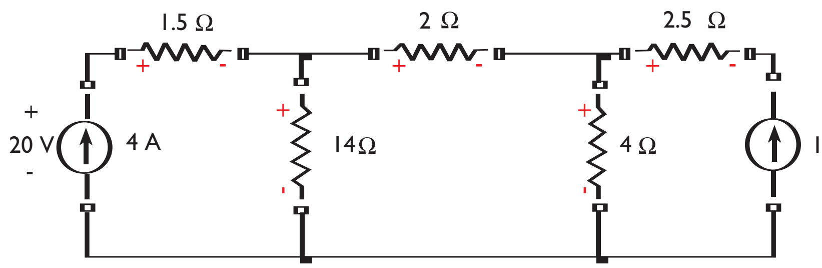
SIRA SİZDE 1

Aşağıdaki devrede
a) i_y = 2 A ve i_z = 0 A ise i_x akımı nedir?
b) i_x = 2 A ve i_z = $2i_y$ ise i_y akımı nedir?
c) i_x = i_y = i_z ise i_z akımı nedir?



SIRA SİZDE 2

Şekildeki devrede tanımlı olan I akım kaynağının değerini bulunuz.



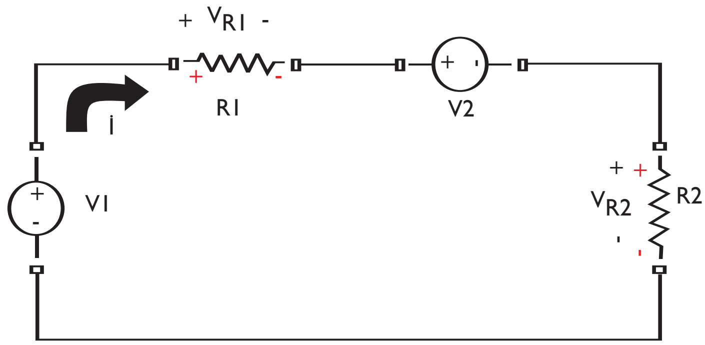
TEK GÖZLÜ VE TEK TEMEL DÜĞÜM NOKTALI DEVRE ANALİZİ

Bu bölümde, Kirchhoff'un akım ve gerilim yasalarının, tek bir gözden veya tek temel düğüm noktasından oluşmuş devreler için uygulamaları ele alınacaktır.

Tek Gözlü Devre Analizi

Tek gözlü devre analizi uygulamalarının esası, aslında o göz için Kirchhoff'un gerilim yasasını uygulamaktan ibarettir. Kirchhoff'un gerilim yasası, tek gözlü devrelerde, bağımlı ve bağımsız kaynak kullanımlarında da geçerlidir.

Aşağıda verilen devrede V1 > V2 olduğu kabul edilmektedir.



Şekil 2.3

Tek gözlü devre.

Yukarıda verilen devreye Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanırsa,

$$-V1 + V_{R1} + V2 + V_{R2} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R2} = V1 - V2 \rightarrow iR_1 + iR_2 = V1 - V2$$

$$i = \frac{V1 - V2}{(R_1 + R_2)}$$

olarak elde edilir.

ÖRNEK 5

Şekil 2.3'deki devre için V1 = 120 V, V2 = 30 V, R_1 = 30 Ω ve R_2 = 15 Ω ise ana koldan geçen akımı ve her elemanın harcadığı ya da sağladığı gücü bulunuz.

Çözüm 5:

$$i = \frac{V1 - V2}{(R_1 + R_2)} = \frac{90\ V}{45\ \Omega} = 2\ A$$

$P_{120\ V}$=(2 A)(120 V)=240 W (sağlanan)

$P_{30\ V}$=(2 A)(30 V)=60 W (harcanan)

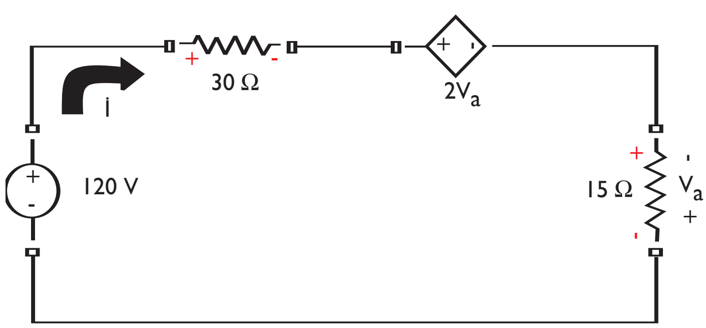
P_{R1}=(2 A)(60 V)=120 W (harcanan)

P_{R2}=(2 A)(30 V)=60 W (harcanan)

$\Sigma P_{sağlanan} = \Sigma P_{harcanan}$

ÖRNEK 6

Aşağıdaki devrede i akımını bulunuz.



Çözüm 6:

Devreye, Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanırsa,

$-120 + 30i + 2\vartheta_a + 15i = 0$

olarak elde edilir. Öte yandan tanımlı olan V_a gerilimi ile i arasında,

$V_a = -15i$

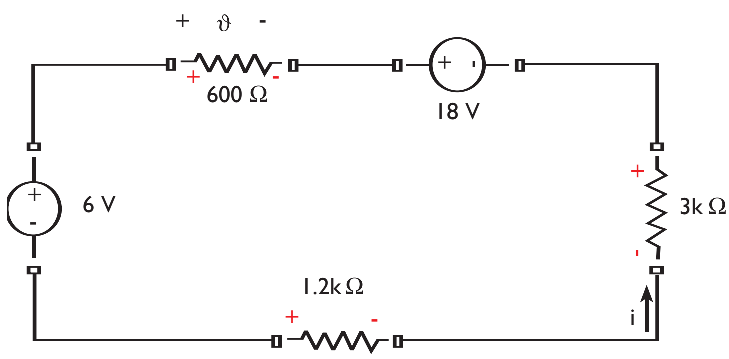
şeklinde bir ilişki söz konusudur. Burada tanımlı olan i akımı, 15 Ω'luk direnç üzerinde 15i şeklinde bir gerilim oluşturmakla birlikte, pasif elemanlar üzerinde oluşan gerilim göz önüne alındığında, ters polariteye sahip bir V_a gerilimini oluşturur. Bu durum, eşitlikte negatif katsayısı kullanımı anlamına gelir. Bu durum Kirchhoff'un gerilim yasası denkleminde yerine yazılırsa,

$-120 + 30i - 30i + 15i = 0 \rightarrow i=8\ A$

olarak elde edilir.

ÖRNEK 7

Aşağıdaki devre için
a) *i akımını,*
b) *ϑ gerilimini,*
c) *6 V'luk kaynağın sağladığı gücü*
bulunuz.



Çözüm 7:

a) $-18 + 600i + 6 + 1200i + 3000i = 0 \rightarrow 4800i = 12 \rightarrow i=2.5\ mA$

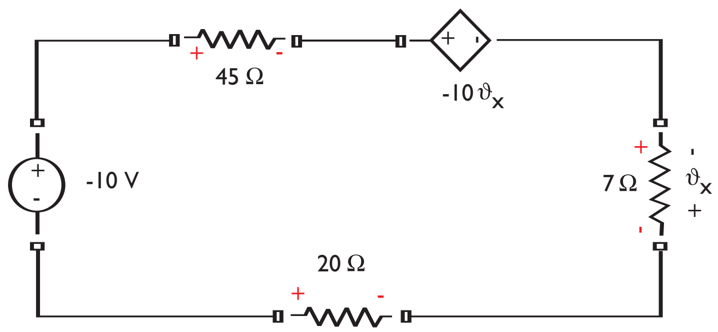
b) $\vartheta = -600i = -600(2.5x10^{-3}) = -15\ V$

c) $P = Vi = 6(2.5x10^{-3}) = 15\ mW$ (harcanan) $= -15\ mW$ (sağlanan)

Burada, 6 V'luk kaynak, akım yönüne göre terstir. Bu durumda kaynağın pasif eleman gibi davrandığına dikkat edilmelidir.

ÖRNEK 8

Aşağıdaki devre için
a) ϑ_x,
b) Bağımsız kaynak tarafından sağlanan gücü,
c) Bağımlı kaynak tarafından sağlanan gücü
bulunuz.



Çözüm 8:

a) Akım, saat yönünde tanımlanarak Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanırsa,

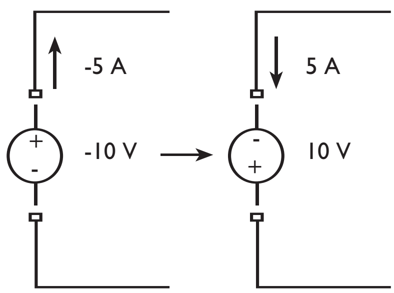
$10 - 10\vartheta_x + 45i + 7i + 20i = 0$

$10 - 10(7i) + 45i + 7i + 20i = 0 \rightarrow 2i = -10 \rightarrow i = -5$ A

$\vartheta_x = 7i = 7(-5) = -35$ V

olarak elde edilir.

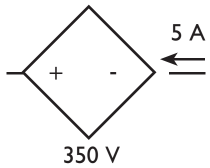
b) -10 V'luk bağımsız gerilim kaynağına ait detaylar aşağıdaki gibidir.



Bu durumda -10 V'luk gerilim kaynağı tarafından sağlanan güç şu şekilde bulunur:

$P_{-10V} = Vi = 10(5) = 50$ W (sağlanan)

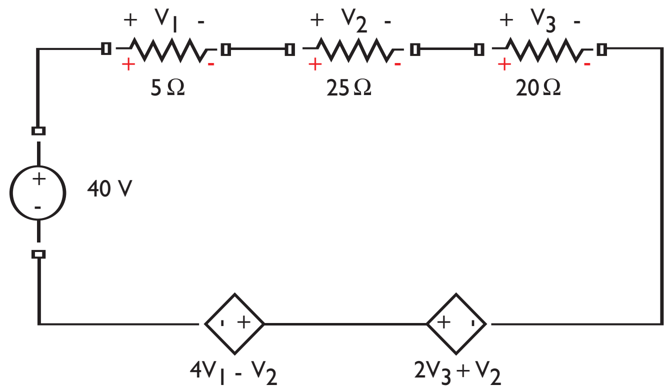
c) $-10\vartheta_x$ değerine sahip bağımlı gerilim kaynağına ait detaylar ise şu şekildedir.



$P_{-10\vartheta x} = Vi = 350(5) = 1750$ W (sağlanan)

SIRA SİZDE 3

Şekildeki devrede bağımsız gerilim kaynağın sağladığı gücü bulunuz.

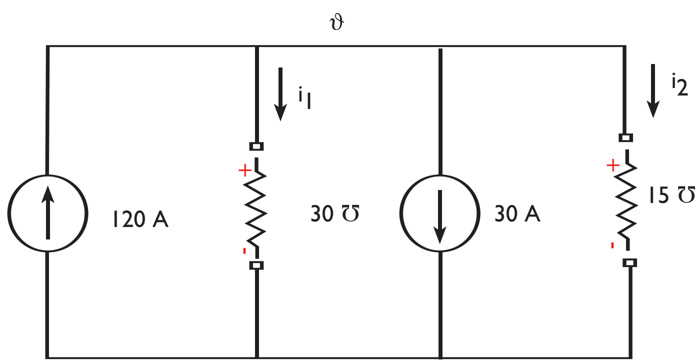


Tek Temel Düğüm Noktalı Devre Analizi

Tek temel düğüm noktalı devre analizi uygulamalarının esası, aslında ilgili düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasasını uygulamaktan ibarettir.

ÖRNEK 9

Aşağıdaki devre için
a) ϑ gerilimini,
b) i_1 ve i_2 akımlarını,
c) Her elemanın sağladığı/harcadığı gücü bulunuz.



Çözüm 9:

a) Tanımlanmış temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$$-120+\frac{\vartheta}{\frac{1}{30}}+30+\frac{\vartheta}{\frac{1}{15}}=0$$

elde edilir. Burada, direnç ile gösterilen şekillerde iletkenlik birimi olan mho ifadesinin kullanıldığına dikkat edilmelidir. Bu durumda tanımlı ϑ değeri

$$45\vartheta = 90 \rightarrow \vartheta = 2\ \text{V}$$

olarak hesaplanır.

b) Tanımlı ϑ değeri bulunduktan sonra, Ohm Kanunu kullanılarak her bir dirençten geçen akım bulunabilir:

$$i_1 = \frac{\vartheta}{\frac{1}{30}} = \frac{2}{\frac{1}{30}} = 60\text{ A},\ i_2 = \frac{\vartheta}{\frac{1}{15}} = \frac{2}{\frac{1}{15}} = 30\text{ A}$$

c) Tek temel düğümden oluşan bu devrede paralel kollardaki gerilimler birbirine eşittir. Bu durumda 120 A'lik ve 30 A'lik akım kaynaklarının uçlarında 2 V'luk bir gerilim oluşmuştur. Buradan,

$P_{120\text{ A}} = Vi_{120\text{ A}} = 2(120) = 240$ W (sağlanan)

$P_{30\text{ A}} = Vi_{30\text{ A}} = 2(30) = 60$ W (harcanan)

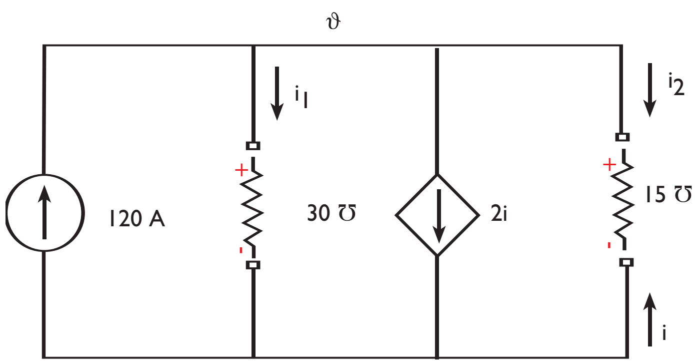
$P_{30\mho}$ $=Vi_1$ 2(60) 120 W (harcanan)

$P_{15\mho}$ $=Vi_2$ 2(30) 60 W (harcanan)

olarak elde edilir. 30 A'lik akım kaynağı pasif eleman gibi davranmıştır. Sağlanan ve harcanan güçler birbirine eşittir.

ÖRNEK 10

Aşağıdaki devre için
a) ϑ gerilimini,
b) i akımını
bulunuz.



Çözüm 10:

a) Tanımlanmış temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$$-120 + \frac{\vartheta}{\frac{1}{30}} + 2i + \frac{\vartheta}{\frac{1}{15}} = 0$$

$-120 + 30\vartheta + 2i + 15\vartheta = 0$

olarak elde edilir. Öte yandan,

$$i_2 = \frac{\vartheta}{R} = \frac{\vartheta}{\frac{1}{15}} = 15\vartheta,\ i = -i_2 = -15\vartheta$$

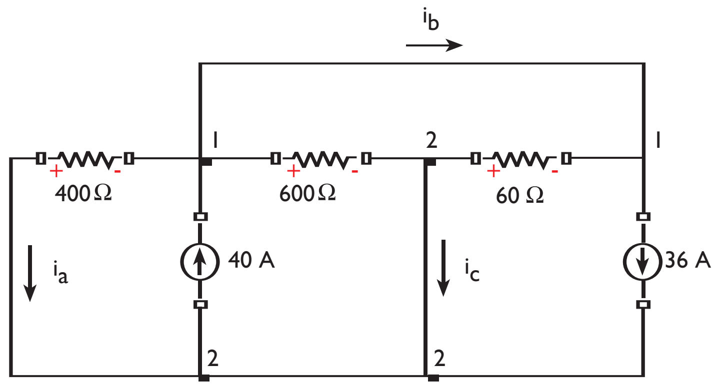
yazılabilir. Bu durum Kirchhoff'un akım yasası denkleminde yerine yazılırsa,

$-120 + 30\vartheta - 30\vartheta + 15\vartheta = 0 \rightarrow \vartheta = 8V$

olarak hesaplanır.

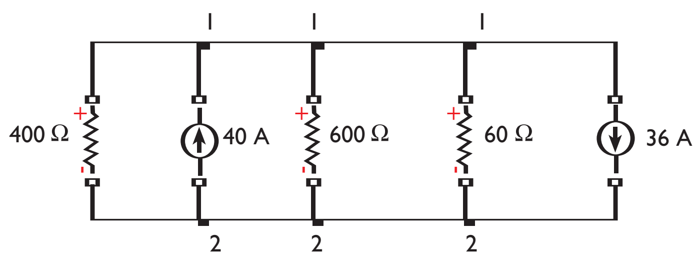
b) $i = -15\vartheta = -15(8) = -120$ A

ÖRNEK 11 *Şekildeki devrede i_a, i_b ve i_c akımlarını bulunuz.*



Çözüm 11:

Şekil incelendiğinde, 1 ve 2 numaralı düğüm noktalarını yeniden düzenleyerek problemi çözmek daha kolay olacaktır. 1. temel düğüm noktası gerilimi ϑ olarak tanımlanırsa, problem aşağıdaki gibi tek düğüm noktalı devre haline dönüşür. 2. düğüm noktası ise, referans olarak belirlenmiştir.



Tanımlanmış temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$$-40+36+\frac{\vartheta}{400}+\frac{\vartheta}{600}+\frac{\vartheta}{60}=0 \rightarrow \vartheta = 192 \text{ V}$$

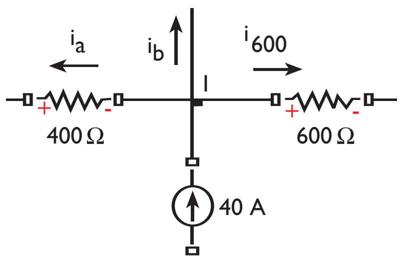
olarak elde edilir. Bu temel düğüm noktasından hareketle,

$$i_a = \frac{\vartheta}{400} = \frac{192}{400} = 0.48 \text{ A}$$

$$i_{600} = \frac{\vartheta}{600} = \frac{192}{600} = 0.32 \text{ A}$$

$$i_{60} = \frac{\vartheta}{60} = \frac{192}{600} = 3.2 \text{ A}$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada, 600 Ω ve 60 Ω'un üzerinden geçen akımlar, 1. temel düğüm noktasından 2. düğüm noktasına (referans) doğrudur. Aşağıdaki şekilde 1. temel düğüm noktasına giren ve çıkan akımlar gösterilmektedir.

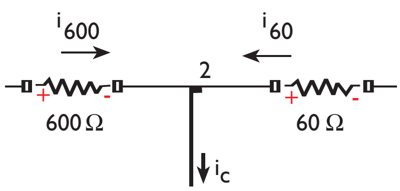


1. temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$i_b + i_a - 40 + i_{600} = 0$

$i_b + 0.48 - 40 + 0.32 = 0 \rightarrow i_b = 39.2$ A

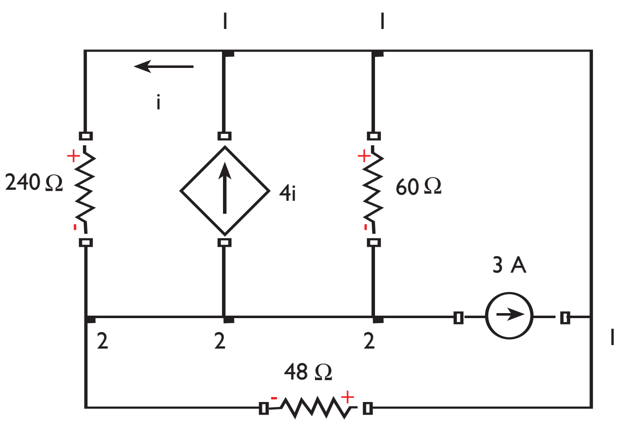
olarak hesaplanır.
Aşağıdaki şekilde 2. düğüm noktasına giren ve çıkan akımlar gösterilmektedir.



$i_c - i_{600} - i_{60} = 0 \rightarrow i_c = i_{600} + i_{60} = 0.32 + 3.2 = 3.52$ A

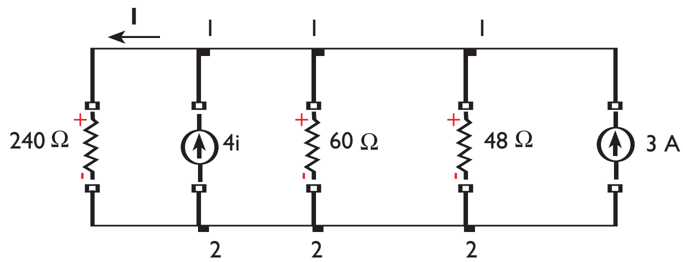
ÖRNEK 12

Şekildeki devrede i akımını bulunuz.



Çözüm 12:

1 ve 2 numaralı düğüm noktalarını yeniden düzenleyerek problemi çözmek daha kolay olacaktır. 1. temel düğüm noktası gerilimi ϑ olarak tanımlanırsa, problem aşağıdaki gibi tek düğüm noktalı devre haline dönüşür. 2. düğüm noktası ise, referans olarak belirlenmiştir.



Tanımlanmış temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$$-4i - 3 + \frac{\vartheta}{240} + \frac{\vartheta}{60} + \frac{\vartheta}{48} = 0$$

olarak yazılabilir. Öte yandan tanımlı i akımı,

$$i = \frac{\vartheta}{240}$$

şeklindedir. Tanımlı i akımı Kirchhoff'un akım yasası denkleminde yerine yazılırsa,

$$-4\left(\frac{\vartheta}{240}\right) - 3 + \frac{\vartheta}{240} + \frac{\vartheta}{60} + \frac{\vartheta}{48} = 0 \rightarrow \vartheta = 120 \text{ V}$$

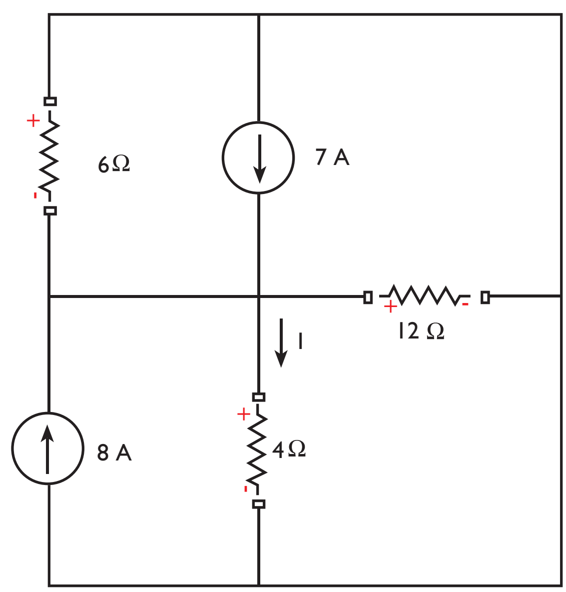
olarak elde edilir. Buradan da i akımı,

$$i = \frac{\vartheta}{240} = \frac{120}{240} = 0.5 \text{ A}$$

şeklinde hesaplanır.

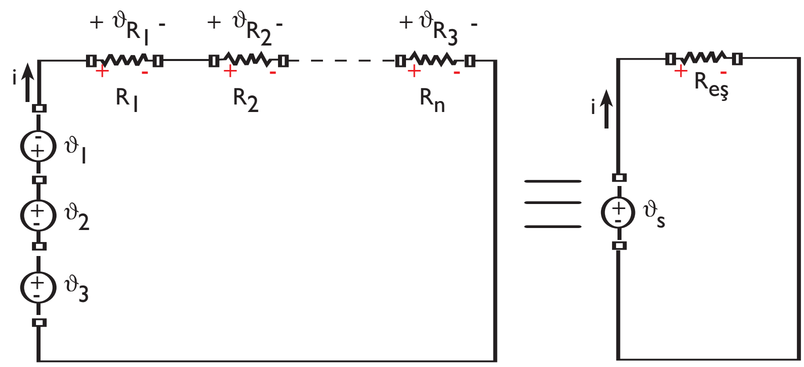
SIRA SİZDE 4

Aşağıdaki devrede tanımlı olan I akımının değerini bulunuz.



EŞDEĞER DİRENÇ VE KAYNAK HESABI

Seri Bağlanmış Dirençler İçin Eşdeğer Direnç Hesabı



Şekil 2.4

Eşdeğer seri direnç devresi.

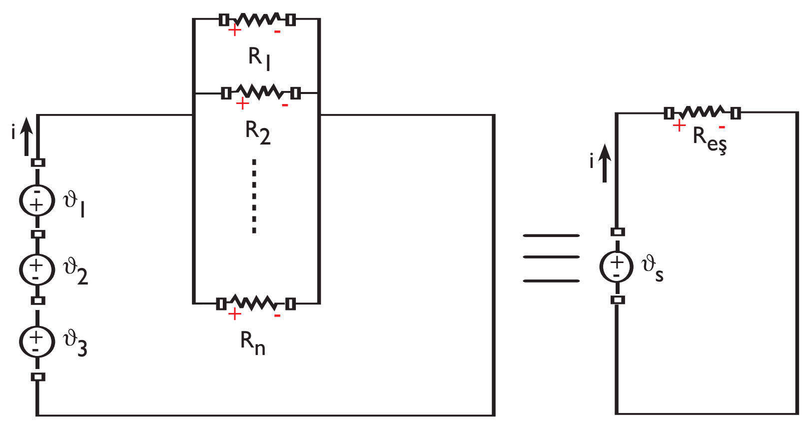
Şekil 2.4'de, n tane seri bağlanmış dirençten ve üç adet bağımsız gerilim kaynağından oluşan bir devrenin eşdeğer gösterimi verilmektedir. Burada,

$$\vartheta_s = -\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 \qquad (2.5)$$

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (2.6)$$

olarak yazılabilir.

Paralel Bağlanmış Dirençler İçin Eşdeğer Direnç Hesabı



Şekil 2.5

Eşdeğer paralel direnç devresi.

Şekil 2.5'de, n tane paralel bağlanmış dirençten ve üç adet bağımsız gerilim kaynağından oluşan bir devrenin eşdeğer gösterimi verilmektedir. Burada,

$$\vartheta_s = -\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 \qquad (2.7)$$

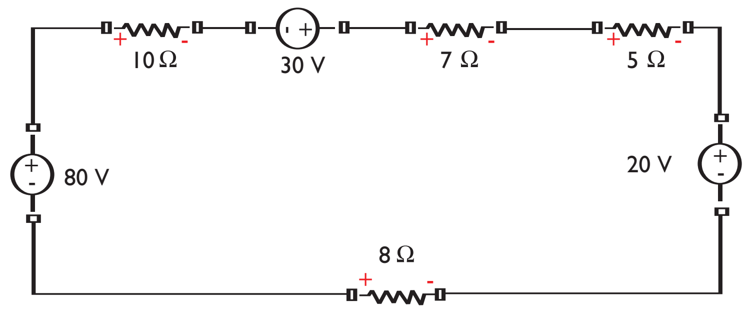
$$\frac{1}{R_{es}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \qquad (2.8)$$

olarak yazılabilir.

DİKKAT

Kaynakların paralel bağlanması durumunda, birbirine eşit olan kaynakların kullanımına dikkat edilmelidir. Aksi takdirde, değeri küçük olan kaynak(lar) değeri büyük olan kaynak(lar)dan boş yere güç çekecektir. Aynı değere sahip olan gerilim kaynakları paralel bağlandığında, bu kaynakların eşdeğeri tek bir kaynağın değerine eşit olur.

ÖRNEK 13 *Şekildeki devreyi basitleştiriniz.*



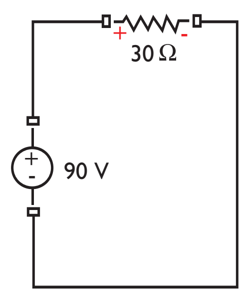
Çözüm 13:

Eşitlik (2.5) ve (2.6)'da verilenler doğrultusunda;

$\vartheta_s = 80 + 30 - 20 = 90$ V

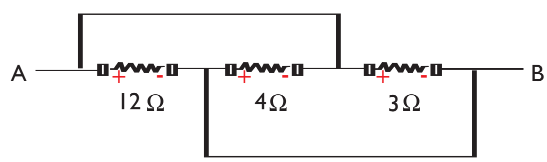
$R_{eş} = 10 + 7 + 5 + 8 = 30\Omega$

olarak hesaplanır.



SIRA SİZDE 5

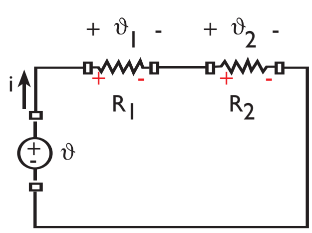
A - B arası eşdeğer direnci hesaplayınız.



GERİLİM VE AKIM PAYLAŞIM KURALLARI

Şekil 2.6

Gerilim paylaşımı.



Gerilim Paylaşımı

Şekildeki gibi birbirine seri bağlanmış iki direnç ve bir gerilim kaynağından oluşmuş bir devrede dirençler üzerine düşen gerilimler, direnç değerleriyle doğru orantılı olarak paylaşılırlar.

Burada, tanımlı olan ϑ_1 ve ϑ_2 değerleri i akımı kullanılarak şu şekilde yazılabilir:

$$\vartheta_1 = R_1 i,\quad \vartheta_2 = R_2 i \tag{2.9}$$

i akımı ise, Ohm Kanunu'ndan şu şekilde yazılabilir:

$$i = \frac{\vartheta}{R_1 + R_2} \tag{2.10}$$

Eşitlik (2.10)'da verilen i akımı, Eşitlik (2.9)'da verilen denklemlerde yerine yazılırsa,

$$\vartheta_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\vartheta,\ \vartheta_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\vartheta \tag{2.11}$$

olarak elde edilir.

ÖRNEK 14

Şekil 2.6'daki devre için $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$ ve $\vartheta = 10$ V ise, ϑ_1 ve ϑ_2 nedir?

Çözüm 14:

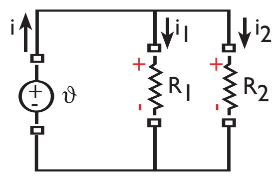
$$\vartheta_1 = \frac{2}{5}10 = 4\ \text{V},\ \vartheta_2 = \frac{3}{5}10 = 6\ \text{V}$$

Akım Paylaşımı

Şekildeki gibi birbirine paralel bağlanmış iki direnç ve bir gerilim kaynağından oluşmuş bir devrede dirençler üzerinden geçen akımlar, direnç değerleriyle ters orantılı olarak paylaşılırlar.

Burada, tanımlı olan i_1 ve i_2 değerleri ϑ gerilimi kullanılarak şu şekilde yazılabilir:

Şekil 2.7



Akım paylaşımı.

$$i_1 = \frac{\vartheta}{R_1},\ i_2 = \frac{\vartheta}{R_2} \tag{2.12}$$

ϑ gerilimi ise, eşdeğer direnç hesaplanıp, Ohm Kanunu'ndan şu şekilde yazılabilir:

$$\vartheta = iR_{es} = i\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{2.13}$$

Eşitlik (2.13)'de verilen ϑ gerilimi, Eşitlik (2.12)'de verilen denklemlerde yerine yazılırsa,

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}i,\ i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}i$$

olarak elde edilir.

DİKKAT

İkiden daha fazla direncin paralel bağlanmasında, bir direnç üzerinden geçen akımın, akım paylaşım kurallarıyla bulunması gerektiğinde, o direnç hariç diğer dirençlerin eşdeğeri hesaplanarak devre iki paralel bağlanmış direnç haline getirildikten sonra akım paylaşım kuralı devreye sokulabilir.

ÖRNEK 15

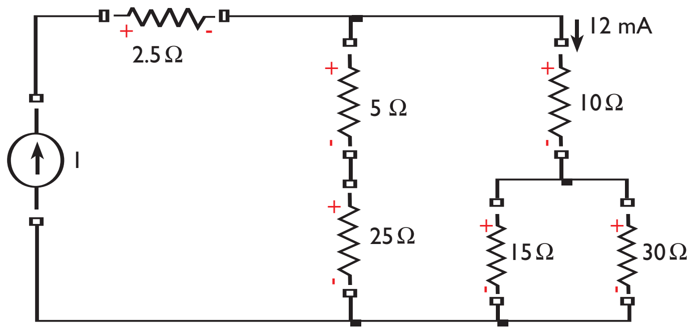
Şekil 2.7'deki devre için $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$ ve $i = 2$ A ise, i_1 ve i_2 nedir?

Çözüm 15:

$$i_1 = \frac{3}{9}2 = \frac{2}{3}\text{ A},\quad i_2 = \frac{6}{9}2 = \frac{4}{3}\text{ A}$$

SIRA SİZDE 6

Şekildeki devrede I akım kaynağının değerini bulunuz.



Özet

1. ünitede verilen temel kavramlardan sonra bu ünitede, temel devre yasaları üzerinde durulmuştur.

Temel devre yasalarının anlaşılmasında bir takım özel kavramların bilinmesi gerekmektedir. Bu bakımdan; düğüm noktası, temel düğüm noktası, kol, çevre ve göz kavramları kısaca açıklanmıştır.

İki ya da daha fazla devre elemanının bağlandığı noktaya düğüm noktası adı verilir. Üç ya da daha fazla devre elemanının bağlandığı noktaya temel düğüm noktası adı verilir. Düğüm noktasından farklı olarak, burada akımın bölünmesi olayı söz konusudur. İki düğüm noktası arasında kalmış parçaya kol denir. Devre elemanlarından bir defa geçmek koşuluyla herhangi bir düğüm noktasından başlanıp, başlanılan düğüm noktasına ulaşıldığında elde edilen kapalı yola çevre adı verilir. Herhangi bir kol tarafından kesilmeyen çevreye göz denir.

Devre Analizi'nde, Ohm Kanunu'ndan sonra en temel kanunlar Kirchhoff yasalarıdır. Kirchhoff 'un akım yasası ve Kirchhoff'un gerilim yasası olmak üzere iki yasası bulunmaktadır. Kirchhoff'un akım yasasına göre, bir düğüm noktasındaki akımların cebirsel toplamı sıfırdır. Cebirsel toplam terimi, akımın düğüm noktasına giriş ve çıkış durumlarının da gözönüne alınmasını anlatmaktadır. Kirchhoff'un gerilim yasasına göre ise, bir devredeki herhangi bir kapalı yol üzerindeki gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır. Cebirsel toplam terimi, gerilim polaritelerinin gözönüne alınmasını anlatmaktadır.

Kirchhoff'un yasaları, tek gözlü ve tek temel düğüm noktalı devreler için uygulaması gerçekleştirilmiş, böylece bundan sonraki bölümde anlatılacak olan düğüm gerilimleri ve çevre akımları yöntemlerinin temelleri de oluşturulmaya çalışılmıştır.

Devre Analizi'nde her zaman devreler tek bir direnç ve tek bir kaynak şeklinde bağlanmış olmayabilir. Seri ve/veya paralel bağlanmış dirençlerin eşdeğer direncinin hesaplanması bu bölümde anlatılmıştır. Seri bağlanmış gerilim kaynaklarının da eşdeğer kaynak hesabının nasıl yapılacağı yine bu bölümde verilmiştir. Paralel bağlanmış gerilim kaynaklarının değerleri aynı seçilmelidir. Aksi takdirde, değeri küçük olan gerilim kaynağı, değeri büyük olan gerilim kaynağından boş yere güç çekecektir.

Gerilim ve akım paylaşım kuralları, bu bölümün son konusu olarak ele alınmıştır. Birbirine seri bağlanmış iki direnç ve bir gerilim kaynağından oluşmuş bir devrede, dirençler üzerine düşen gerilimler, direnç değerleriyle doğru orantılı olarak paylaşılırlar. Birbirine paralel bağlanmış iki direnç ve bir gerilim kaynağından oluşmuş bir devrede ise, dirençler üzerinden geçen akımlar, direnç değerleriyle ters orantılı olarak paylaşılırlar.

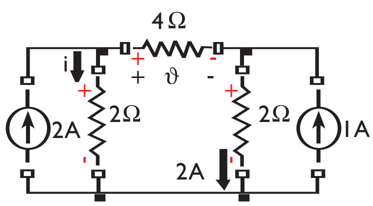
Konu anlatımlarında verilen çeşitli örneklerle konuların pekişmesi amaçlanmıştır.

Kendimizi Sınayalım

1. İki ya da daha fazla devre elemanının bağlandığı noktaya ne ad verilir?

a. Kol
b. Göz
c. Düğüm noktası
d. Toprak
e. Gerilim noktası

2. Şekildeki devrede tanımlı olan ϑ geriliminin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

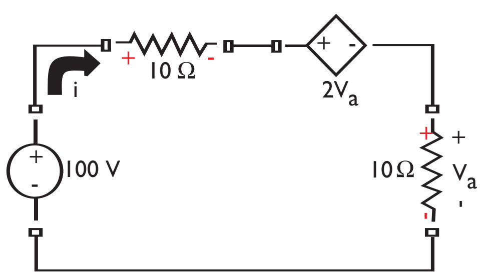


a. 1 V
b. 2 V
c. 3 V
d. 4 V
e. 8 V

3. İkinci soruda tanımlı olan i akımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

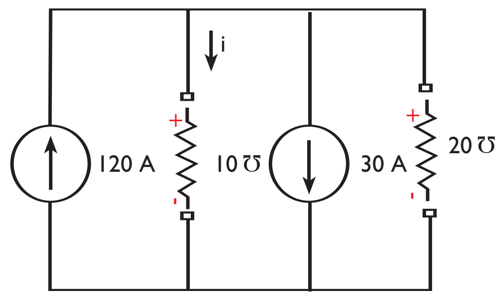
a. -1 A
b. 1 A
c. 3 A
d. 4 A
e. 5 A

4. Şekildeki devrede tanımlı ϑ_a geriliminin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



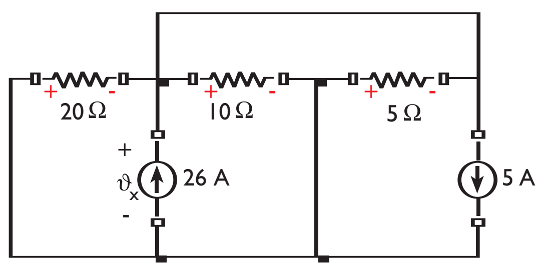
a. 5 V
b. 10 V
c. 15 V
d. 20 V
e. 25 V

5. Şekildeki devrede tanımlı olan i akımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?



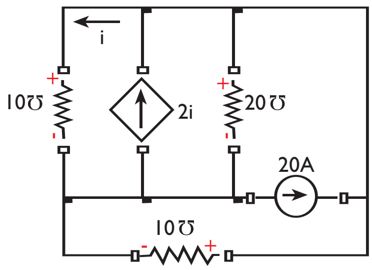
a. 30 A
b. 25 A
c. 20 A
d. 15 A
e. 10 A

6. Şekildeki devrede tanımlı olan ϑ_x geriliminin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



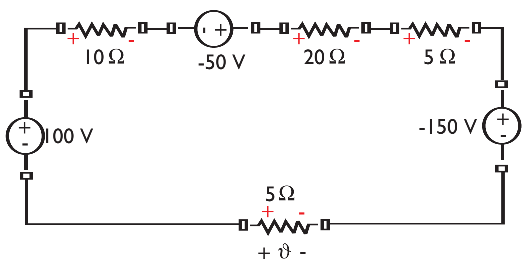
a. 40 V
b. 50 V
c. 60 V
d. 70 V
e. 80 V

7. Şekildeki devrede tanımlı olan i akımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?



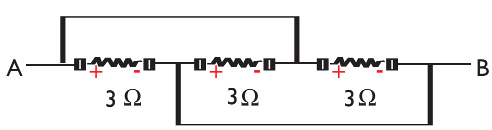
a. 10 A
b. 20 A
c. 30 A
d. 40 A
e. 50 A

8. Şekildeki devrede tanımlı olan ϑ geriliminin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



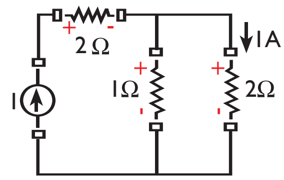
a. -25 V
b. -15 V
c. 15 V
d. 25 V
e. 35 V

9. Şekildeki devrede A-B arası eşdeğer direncin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



a. 9 Ω
b. 6 Ω
c. 3 Ω
d. 2 Ω
e. 1 Ω

10. Şekildeki devrede kaynak tarafından sağlanan güç aşağıdakilerden hangisidir?



a. 20 W
b. 24 W
c. 28 W
d. 32 W
e. 36 W

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. c	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Noktası" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. d	Yanıtınız yanlış ise "Örnek 2"yi yeniden gözden geçiriniz.
3. b	Yanıtınız yanlış ise "Örnek 2"yi yeniden gözden geçiriniz.
4. e	Yanıtınız yanlış ise "Örnek 6"yı yeniden gözden geçiriniz.
5. a	Yanıtınız yanlış ise "Örnek 9"u yeniden gözden geçiriniz.
6. c	Yanıtınız yanlış ise "Örnek 11"i yeniden gözden geçiriniz.
7. a	Yanıtınız yanlış ise "Örnek 12"yi yeniden gözden geçiriniz.
8. a	Yanıtınız yanlış ise "Eşdeğer Direnç ve Kaynak Hesabı" ve "Gerilim ve Akım Paylaşım Kuralları" başlıklı konuları yeniden gözden geçiriniz.
9. e	Yanıtınız yanlış ise "Paralel Bağlanmış Dirençler İçin Eşdeğer Direnç Hesabı" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. b	Yanıtınız yanlış ise "Gerilim ve Akım Paylaşım Kuralları" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

Soru Kirchhoff'un akım yasasıyla çözülmelidir.

a) Ortadaki nokta, temel düğüm noktası olarak seçilip, bu noktaya Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$-5 + 3 + i_x - i_y - i_z = 0$

yazılabilir. $i_y = 2$ A ve $i_z = 0$ A durumları denklemde yerine yazılırsa,

$-5 + 3 + i_x - 2 = 0 \rightarrow i_x = 4$ A

olarak elde edilir.

b) Ortadaki nokta, temel düğüm noktası olarak seçilip, bu noktaya Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$-5 + 3 + i_x - i_y - i_z = 0$

yazılabilir. $i_x = 2$ A ve $i_z = 2i_y$ durumları denklemde yerine yazılırsa,

$-5 + 3 + 2 - i_y - 2i_y = 0 \rightarrow i_y = 0$ A

olarak elde edilir.

c) Ortadaki nokta, temel düğüm noktası olarak seçilip, bu noktaya Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$-5 + 3 + i_x - i_y - i_z = 0$

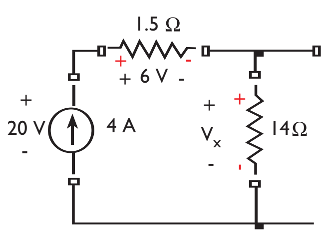
yazılabilir. $i_x = i_y = i_z$ durumları denklemde yerine yazılırsa,

$-5 + 3 + i_z - i_z - i_z = 0 \rightarrow i_y = -2$ A

olarak elde edilir.

Sıra Sizde 2

4 A'lik akım kaynağı 1.5 Ω'luk direncin uçlarında aşağıdaki şekilde 6 V'luk gerilim oluşturur.



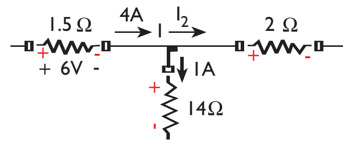
Bu noktadan hareketle, kapalı göz için Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanırsa,

$-20 + 6 + V_x = 0 \rightarrow V_x = 14$ V

olarak elde edilir. 14 Ω'luk direncin uçlarındaki gerilim biliniyorsa, üzerinden geçen akımda;

$I_{14\Omega} = 1$ A

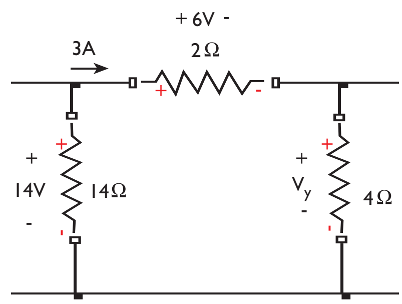
olarak Ohm Kanunu'ndan hesaplanabilir.



1 numaralı temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$-4 + 1 + I_2 = 0 \rightarrow I_2 = 3$ A

olarak elde edilir. 3 A'lik akım, 2 Ω'luk direncin uçlarında aşağıdaki şekilde 6 V'luk gerilim oluşturur.



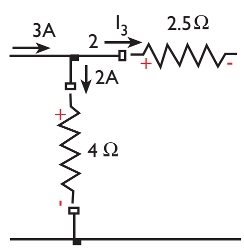
Bu noktadan hareketle, kapalı göz için Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanırsa,

$-14 + 6 + V_y = 0 \rightarrow V_y = 8$ V

olarak elde edilir. 4 Ω'luk direncin uçlarındaki gerilim biliniyorsa, üzerinden geçen akımda;

$I_{4\Omega} = 2$ A

olarak Ohm Kanunu'ndan hesaplanabilir.



2 numaralı temel düğüm noktası için Kirchhoff'un akım yasası uygulanırsa,

$-3 + 2 + I_3 = 0 \rightarrow I_3 = 1$ A

olarak elde edilir. Bu durumda da,

$I = -I_3 = -1$ A

olarak elde edilir.

Sıra Sizde 3

Soru, Kirchhoff'un gerilim yasasıyla çözülmelidir. Burada i akımı, saat yönünde tanımlanmıştır. Bu durumda,

$$-40 + 5i + 25i + 20i - 2V_3 - V_2 + 4V_1 - V_2 = 0$$

olarak yazılabilir. Öte yandan,

$$V_1 = 5i,\ V_2 = 25i,\ V_3 = 20i$$

şeklindedir. Bu değerler, Kirchhoff'un gerilim yasası denkleminde yerine yazılırsa,

$$i = -2\ \text{A}$$

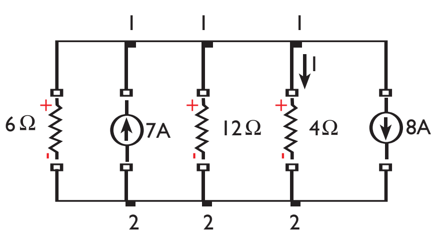
olarak bulunur. Bağımsız gerilim kaynağının harcadığı güç ise;

$$P_{40\ V} = Vi = (40)(2) = 80\ \text{W (harcanan)}$$

şeklindedir. Burada, gerilim kaynağının pasif eleman olduğuna dikkat edilmelidir. Bu durumda sağlanan güç ise, -80 W şeklinde olur.

Sıra Sizde 4

Temel düğüm noktalarını yeniden düzenleyerek problemi çözmek daha kolay olacaktır. 1. temel düğüm noktası gerilimi ϑ olarak tanımlanırsa, problem aşağıdaki gibi tek düğüm noktalı devre haline dönüşür. 2. düğüm noktası ise, referans olarak belirlenmiştir.



Bu durumda, 1. düğüm noktasına için Kirchhoff'un akım yasası denklemi yazılırsa,

$$\frac{\vartheta}{6} - 7 + \frac{\vartheta}{12} + \frac{\vartheta}{4} - 8 = 0 \rightarrow \vartheta = 30\text{V}$$

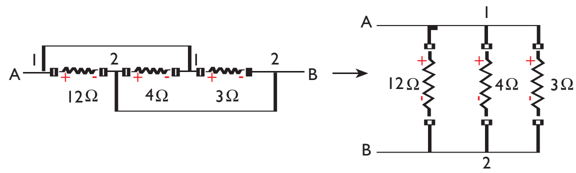
olarak elde edilir. Sorulan akım ise,

$$I = \frac{\vartheta}{4} = \frac{30}{4} = 7.5\ \text{A}$$

olarak hesaplanır.

Sıra Sizde 5

Düğüm noktalarının belirlenmesiyle devre daha anlaşılır bir hale getirilebilir.



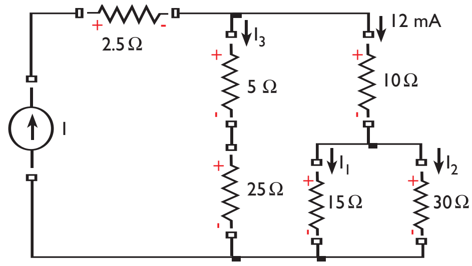
Bu durumda 3 direncin birbirine paralel olduğu görülmektedir. Bu durumda,

$$\frac{1}{R_{es}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \rightarrow R_{es} = 1.5\Omega$$

olarak elde edilir.

Sıra Sizde 6

Sorunun çözümünde gerekli bazı akım tanımlamaları şekilde gösterilmektedir.

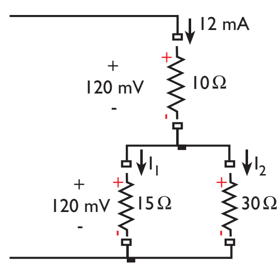


I_1 ve I_2 akımları, akım paylaşımından bulunabilir:

$$I_1 = \frac{30}{45}(12\text{mA}) = 8\text{mA}$$

$$I_2 = \frac{15}{45}(12\text{mA}) = 4\text{mA}$$

Bu durumda dirençler üzerine düşen gerilimler ise aşağıdaki gibi olur:



Paralel kolların gerilimlerinin eşit olduğundan hareketle;

$$I_3 = \frac{240\text{mV}}{30\Omega} = 8\text{mA}$$

şeklinde hesaplanır.

$$I = I_3 + 12\ \text{mA} = 8\ \text{mA} + 12\ \text{mA} = 20\ \text{mA}$$

olarak istenen akım kaynağı değeri elde edilir.

Yararlanılan Kaynaklar

Hayt, W. H., Kemmerly, J. E., Durbin S. M. (2006). **Engineering Circuit Analysis,** McGraw Hill

Edminister, J., Nahvi, M. (1999). Çevirenler: Dr. Aydemir, M. T., Nakipoğlu, K. C. **Elektrik Devreleri,** Nobel

Yağımlı, M., Akar, F. (2010). **Doğru Akım Devreleri ve Problem Çözümleri,** Beta Basım

Ünal, A., Özenç, S. (2005). **Çözümlü Elektrik Devre Problemleri,** Birsen Yayınevi

Selek, H. S. (2007). **Doğru Akım (DC) Devre Analizi,** Seçkin Yayıncılık

Meslekî Eğitim Ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi (2007). **Elektriksel Büyüklükler Ve Ölçülmesi,** Milli Eğitim Bakanlığı

DEVRE ANALİZİ

3

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- Düğüm gerilimleri yöntemi ile ilgili tanım ve kavramları açıklayabilecek,
- Düğüm gerilimleri yöntemini devre çözümünde kullanabilecek,
- Çevre akımları yöntemi ile ilgili tanım ve kavramları açıklayabilecek,
- Çevre akımları yöntemini devre çözümünde kullanabilecek

bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Graf Teorisi
- Düğüm
- Çevre
- Düğüm gerilimleri yöntemi
- Çevre akımları yöntemi

İçindekiler

Düğüm Gerilimleri Yöntemi ve Çevre Akımları Yöntemi

GİRİŞ

Elektrik devrelerinin analizinde birçok farklı yöntem kullanılmaktadır. Bu analiz yöntemleri yardımıyla devredeki elemanlar üzerindeki gerilim, elemanlar üzerinden geçen akım, devrede harcanan güç veya devreye kazandırılan güç gibi değerler hesaplanabilmektedir. Ayrıca elektrik devresi tasarımı için de bu analiz yöntemlerinden yararlanılmaktadır.

Bu ünitede, öncelikle devre analizinde kullanılan yöntemlerin temelini oluşturan Graf Teorisi ve tanımları anlatılmaktadır. Graf Teorisi'nde yönlendirilmiş çizgi parçası Graf elemanı olarak tanımlanmaktadır. Graf elemanının uçları ise düğüm olarak isimlendirilmektedir.

Daha sonra analiz yöntemlerinden olan düğüm gerilimleri yöntemi ve çevre akımları yöntemleri üzerinde durulmaktadır. Bu iki yöntem Devre Analizi'nde sıkça kullanılan temel yöntemlerdir.

Düğüm gerilimleri yöntemindeki amaç, gerilimi başlangıçta bilinmeyen düğüm noktalarının gerilimini, yöntemin kurallarına göre hesaplamaktır. Denklemler oluşturulurken her bir düğüm noktasında Kirchhoff'un akım yasasından yararlanılır. Düğüm noktasına gelen veya çıkan akımların tümü isimlerle veya oklarla belirtilmelidir. Düğüm noktasına gelen akımlar (-) işaretle, çıkan akımlar ise (+) işaretle denkleme aktarılmalıdır.

Çevre akımları yönteminde, her çevre (göz) için referans bir akım yönü seçilerek akımlar isimlendirilir. Devrede bütün çevreler (gözler) için seçilen akım yönünde Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanarak denklemler elde edilir.

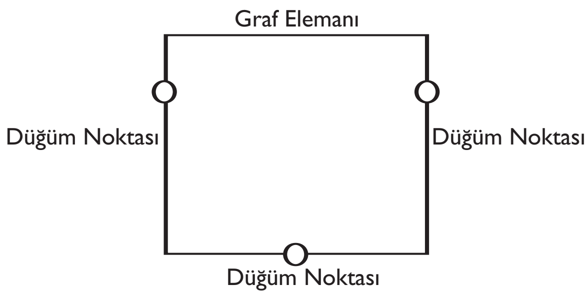
Bir sonraki ünitede diğer devre analizi yöntemlerinin incelenmesine devam edilecektir. Ünitede incelenecek devreler sadece DC kaynak bulunduran devrelerdir. AC kaynak bulunduran devrelerin analizi ile ilgili konular ilerleyen ünitelerde incelenecektir.

GRAF TEORİSİ VE TANIMLARI

Elektrik devreleri, yapıları itibariyle karmaşık ya da basit yapıda olabilmektedir. Gerek basit yapıdaki devrelerin gerekse karmaşık yapıdaki devrelerin analizi için çeşitli analiz yöntemleri kullanılmaktadır. Graf Teorisi bu analiz yöntemlerinin bir kısmına temel oluşturarak çözüme ulaşılmasında kolaylık sağlamaktadır. Graf Teorisi'nde yönlendirilmiş çizgi parçası Graf elemanı olarak tanımlanmaktadır. Graf elemanının uçları ise düğüm olarak isimlendirilmektedir. Bir düğüme bağlı toplam ele-

Şekil 3.1

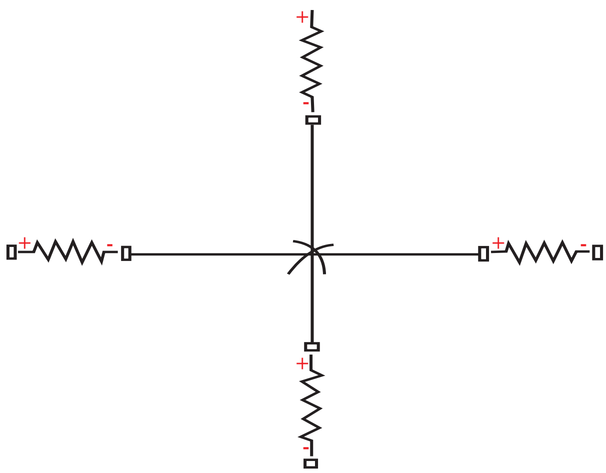
Graf yapısı.



man sayısı o düğüm noktası için düğüm derecesi'ni belirtmektedir. Tanımlanan bu elemanlar biraraya gelerek Graf adı verilen geometrik şekli oluşturmaktadır. Her bir düğüm noktasında düğüme gelen akımlar negatif (-), düğümden çıkan akımlar pozitif (+) olarak alınır; düğüm noktasına giren ve çıkan akımların cebirsel toplamı sıfırdır.

SIRA SİZDE 1

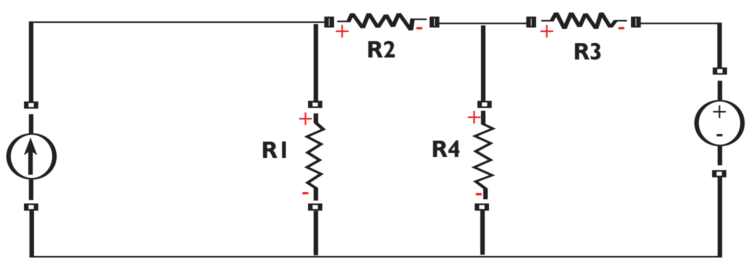
Şekildeki düğümün derecesi nedir?

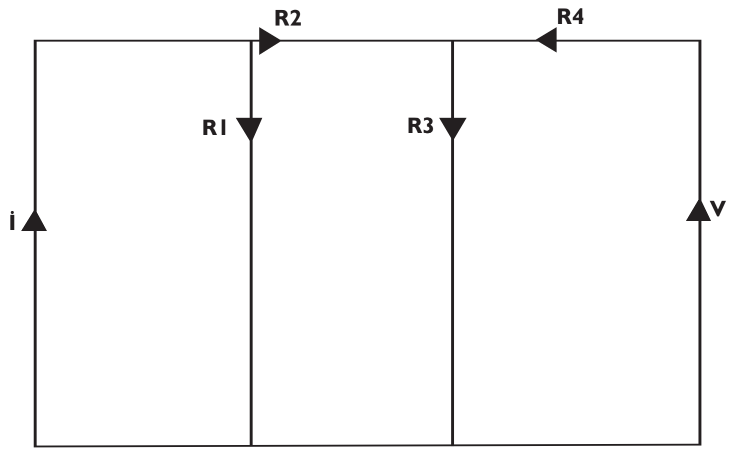


Elektrik devrelerinin graf modeli oluşturulurken devre elemanları devrede yokmuş ve elemanların düğüm noktaları, birbirine bağlıymış gibi kabul edilir. Graf modelinde graf elemanları üzerinde akımın yönleri belirlenirken gerilim kaynakları ve akım kaynaklarının yönleri dikkate alınır. Dirençlerde akımın yönü istenildiği gibi seçilir.

Şekil 3.2

Elektrik devresi.





Şekil 3.3

Elektrik devresi grafı.

Graf içerisinde, bütün düğümlerin derecesi iki olacak şekilde biraraya gelip oluşturdukları alt grafa çevre adı verilmektedir. Bir graf çok sayıda çevreden oluşabilir. Grafı oluşturan küçük pencerelerin hepsi bağımsız çevre olarak tanımlanmaktadır. Çevre veya bağımsız çevrelerde akım yönleri keyfi olarak seçilebilir.

DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ

Elektrik devrelerinin analizinde kullanılan yöntemlerden birisi, düğüm gerilimleri yöntemidir. Bu yöntemde amaç, gerilimi başlangıçta bilinmeyen düğüm noktalarının gerilimini, yöntemin kurallarına göre hesaplamaktır. Düğüm gerilimleri yönteminde izlenecek basamaklar sırasıyla şöyledir:

1. Elektrik devresinin devre grafı çizilir.
2. Sıfır potansiyele sahip referans bir düğüm noktası seçilir.

Bu nokta seçilirken:

a) Devrede hiç gerilim kaynağı yoksa herhangi bir düğüm noktası referans düğümü (noktası) olarak seçilebilir.

b) Devrede bir tane gerilim kaynağı varsa tercihen gerilim kaynağının (-) ucu referans düğümü olarak seçilir.

c) Devrede birden fazla gerilim kaynağı varsa ve bu kaynakların birer ucu ortak bir düğüme bağlı ise bu ortak düğüm noktası referans düğüm olarak seçilir.

3. Diğer düğümler, keyfi olarak V_1, V_2, V_3 gibi değişkenlerle isimlendirilir. Eğer referans düğümü ile bazı düğümler arasında gerilim kaynakları bulunuyorsa bu düğümlerin gerilimleri o gerilim kaynaklarının değerine eşittir. İki düğüm noktası arasında gerilim kaynağı varsa, bu düğümler süper düğüm olarak adlandırılır.
4. Devrede bulunan N tane düğümden biri referans düğüm noktası olarak seçilip, diğerleri (N-1) tane değişkenle isimlendirildikten sonra, kalan bu (N-1) adet düğüm için değişkenler kullanılarak (N-1) adet denklem takımı oluşturulur. Bu denklemler oluşturulurken her bir düğüm noktasında Kirchhoff'un akım yasasından yararlanılır. Düğüm noktasına gelen veya çıkan akımların tümü isimlerle veya oklarla belirtilmelidir. Düğüm noktasına ge-

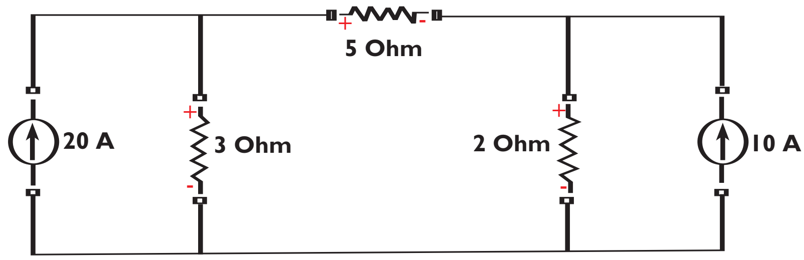
len akımlar (-) işaretle, çıkan akımlar ise (+) işaretle denkleme aktarılmalıdır. Düğüm gerilimlerinin elde edilmesinin ardından devre elemanlarının gerilimleri, akımları ve diğer istenen bilgiler kolaylıkla hesaplanabilir.

SIRA SİZDE 2

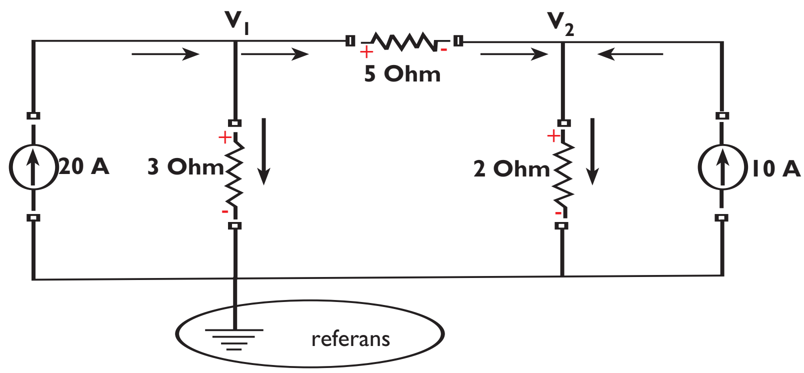
Referans düğümü seçiminde dikkat edilecek hususlar nelerdir?

ÖRNEK 1

Düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak şekildeki devredeki dirençler üzerindeki gerilim, akım ve güç değerlerini hesaplayınız.



Çözüm 1:



Devrede öncelikle referans düğüm noktası seçilir. V_1 ve V_2 noktaları ise, devredeki diğer düğüm noktalarıdır. Düğüm noktalarındaki akımların yönleri keyfi seçilir. Bu noktalarda akımın cebirsel toplamı sıfırdır.

1. düğüm noktası için denklem: $-20+\frac{V_1}{3}+\frac{V_1-V_2}{5}=0$

2. düğüm noktası için denklem: $-10+\frac{V_2}{2}-(\frac{V_1-V_2}{5})=0$

Her iki denklem için payda eşitlemesi yapıldığında,
1. düğüm noktası denklemi: $300 = 8V_1 - 3V_2$

2. düğüm noktası denklemi: $100 = 7V_2 - 2V_1$
olarak elde edilir.

2. düğüm noktası denkleminde, eşitliğin her iki tarafını 4 ile çarpıp, 1. düğüm noktası için yazılan denklemle taraf tarafa toplarsak önce V_2, sonra da V_1 elde edilir.

$300 = 8V_1 - 3V_2$

$400 = 28V_2 - 8V_1$

$700 = 25V_2$ $V_2 = 28V$ ve $V_1 = 48V$ olarak bulunur. Buradan;

3 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim, 48 V
5 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim, $V_1 - V_2 = 48 - 28 = 20V$

2 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim 28 V olarak bulunur.

Akım değerleri ise $I = \dfrac{V}{R}$ formülünden;

3 Ohm'luk direnç için $I = \dfrac{48}{3} = 16\,A$,

5 Ohm'luk direnç için $I = \dfrac{20}{5} = 4\,A$,

2 Ohm'luk direnç için $I = \dfrac{28}{2} = 14\,A$ olarak hesaplanır.

Her bir direncin harcadığı güç $P = I^2 \times R$ formülü ile

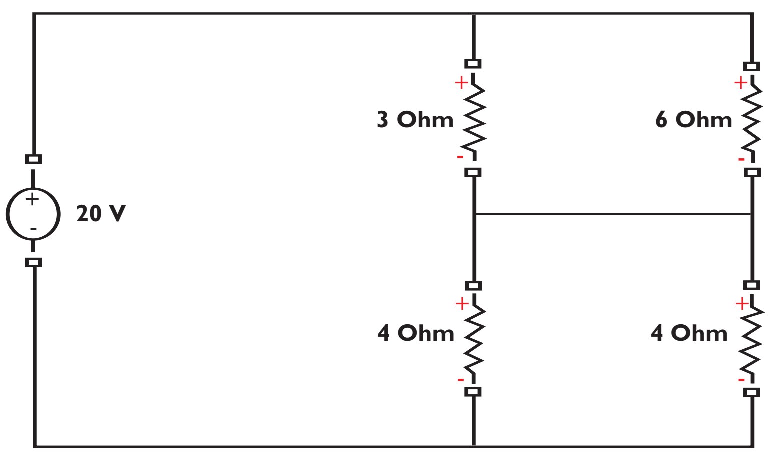
3 Ohm'luk direnç için $P = 16^2 \times 3 = 768$ W

5 Ohm'luk direnç için $P = 4^2 \times 5 = 80$ W

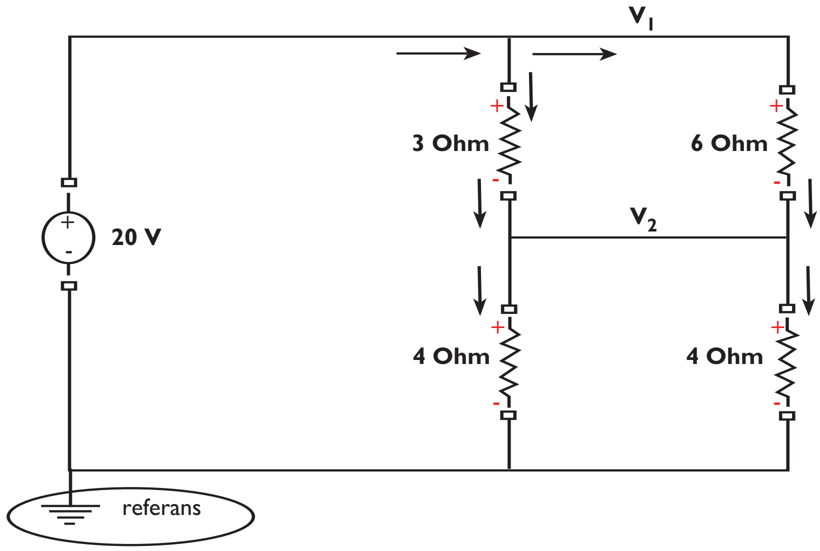
2 Ohm'luk direnç için $P = 14^2 \times 2 = 392$ W olarak bulunur.

ÖRNEK 2

Düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak şekildeki devredeki dirençler üzerindeki gerilim, akım ve güç değerlerini hesaplayınız.



Çözüm 2:



Bir önceki örnekte olduğu gibi sırasıyla referans ve diğer düğüm noktaları belirlenir. Ardından düğüm noktaları için denklem takımları yazılır. Referans düğüm noktası ile V_1 olarak tanımlanan düğüm noktası arasında gerilim kaynağı olduğu için bu düğümün değeri, gerilim kaynağının değerine eşittir ve $V_1 = 20$ olarak belirlenir. Dolayısıyla sadece V_2 olarak tanımlanan düğüm noktası için denklem yazılır.

$$-\left(\frac{20-V_2}{3}\right)-\left(\frac{20-V_2}{6}\right)+\frac{V_2}{4}+\frac{V_2}{4}=0$$

Payda eşitlemesi yapıldığında,
$6V_2 = 60$ V $V_2 = 10$ V olarak bulunur. Buradan;

3 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim $V_1 - V_2 = 20 - 10 = 10$ V,

6 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim $V_1 - V_2 = 20 - 10 = 10$ V, (Aynı zamanda paralel kollardaki gerilimlerin birbirine eşit olduğundan hareketle 10 V olduğu görülebilir.)

4'er Ohm'luk dirençler üzerindeki gerilim $V_2 = 10$ V olarak bulunur.

Akım değerleri ise $I = \frac{V}{R}$ formülünden;

3 Ohm'luk direnç için $I = \frac{10}{3} = 3.33$ A,

6 Ohm'luk direnç için $I = \frac{10}{6} = 1.67$ A,

4'er Ohm'luk dirençler için $I = \frac{10}{4} = 2.5$ A olarak hesaplanır.

Her bir direncin harcadığı güç $P = I^2 \times R$ formülü ile

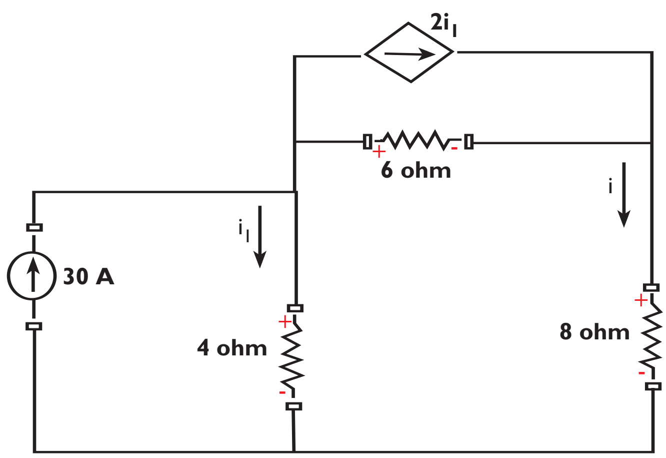
3 Ohm'luk direnç için P = $3.33^2 \times 3 = 33.27$ W

6 Ohm'luk direnç için P = $1.67^2 \times 6 = 16.73$ W

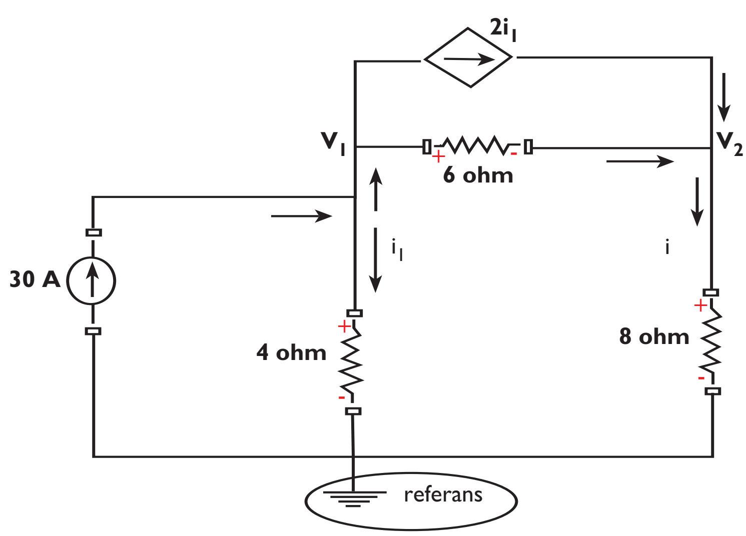
4'er Ohm'luk dirençler için P = $2.5^2 \times 4 = 25$ W olarak bulunur.

ÖRNEK 3

Düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak şekildeki devredeki dirençler üzerindeki gerilim, akım ve güç değerlerini hesaplayınız.



Çözüm 3:



Düğüm noktaları için denklemler şu şekildedir:

1. düğüm noktası için denklem: $-30 + \frac{V_1}{4} + 2i_1 + \frac{V_1 - V_2}{6} = 0$

2. düğüm noktası için denklem: $-2i_1 + \frac{V_2 - V_1}{6} + \frac{V_2}{8} = 0$

Öte yandan,

$$i_1 = \frac{V_1}{4}$$

olduğu görülmektedir.
i_1 denklemde yerine konulduğunda,

$$\frac{V_1}{4} + \frac{2V_1}{4} + \frac{V_1 - V_2}{6} = 30$$
$$\frac{-2V_1}{4} + \frac{V_2 - V_1}{6} + \frac{V_2}{8} = 0$$

olarak yazılabilir. Denklemler ortak olarak çözüldüğünde ise;

V_1 = 56 V, V_2 = 128 V

olarak bulunur.
4 Ohm'luk direnç (üzerinden i_1 akımı geçen) üzerindeki gerilim V_1 = 56 V,

6 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim $V_2 - V_1$ = 128 – 56 = 72 V ,

8 Ohm'luk direnç (üzerinden i akımı geçen) üzerindeki gerilim V_2 = 128 V olarak bulunur.

Akım değerleri ise $I = \frac{V}{R}$ formülünden;

4 Ohm'luk direnç için, $I = \frac{56}{4} = 14\ \text{A}$ (i_1'in değeri)

6 Ohm'luk direnç için $I = \frac{72}{6} = 12\ \text{A}$,

8 Ohm'luk direnç için $I = \frac{128}{8} = 16\ \text{A}$ (i'nin değeri) olarak hesaplanır.

Her bir direncin harcadığı güç $P = I^2 \times R$ formülü ile

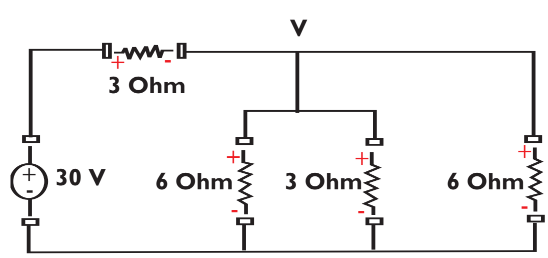
4 Ohm'luk direnç için $P = 14^2 \times 4 = 784$ W

6 Ohm'luk direnç için $P = 12^2 \times 6 = 864$ W

8 Ohm'luk direnç için $P = 16^2 \times 8 = 2048$ W olarak bulunur.

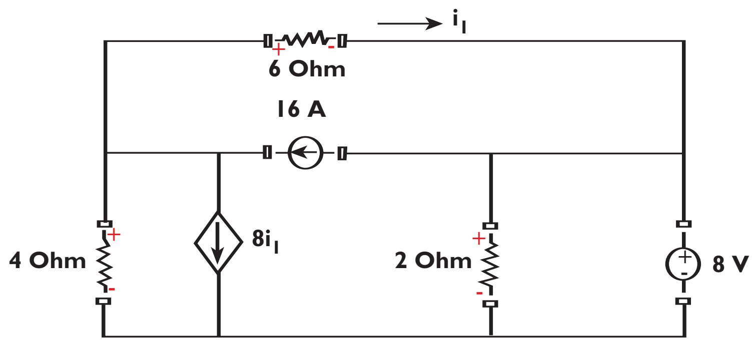
SIRA SİZDE 3

Şekilde devredeki tanımlanmış V gerilim değerini düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak hesaplayınız.

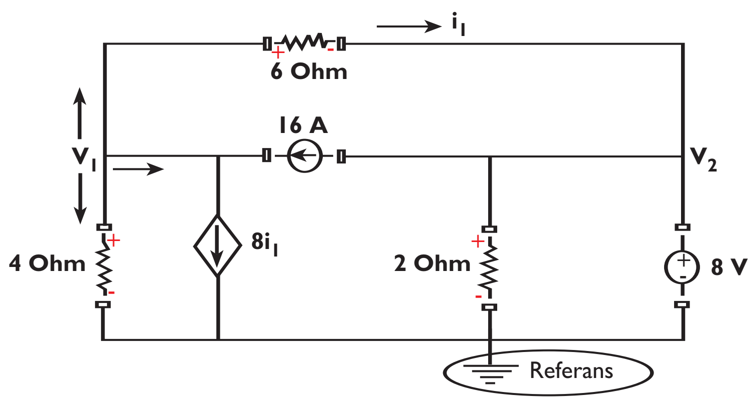


ÖRNEK 4

Şekildeki devrede tanımlanmış i_1 akımını ve 6 Ohm'luk direncin harcadığı gücü, düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak hesaplayınız.



Çözüm 4:



Referans düğüm noktası ile V_2 olarak tanımlanan düğüm noktası arasında gerilim kaynağı olduğu için bu düğümün değeri, gerilim kaynağının değerine eşittir.

$V_2 = 8$ V

Öte yandan tanımlanmış i_1 akımı şu şekildedir:

$$i_1 = \frac{V_1 - V_2}{6}$$

V_1 düğüm noktası için denklem,

$$\frac{V_1 - V_2}{6} + \frac{V_1}{4} + 8i_1 - 16 = 0$$

olarak yazılabilir. i_1 ve V_2 değerleri, V_1 düğüm noktası için yazılan denklemde yerine konulup, denklem çözülürse,

$V_1 = 16$ V

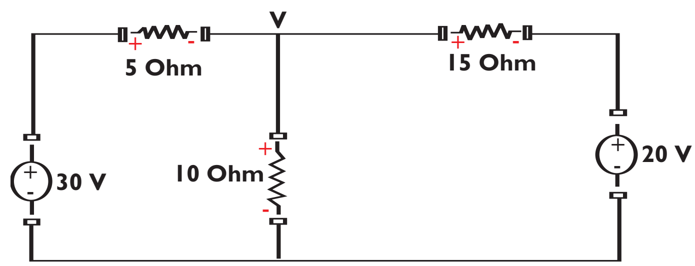
$$i_1 = \frac{V_1 - V_2}{6} = \frac{16-8}{6} = \frac{8}{6} = 1.33 \text{ A}$$

olarak elde edilir.

6 Ohm'luk direncin harcadığı güç: $P = i^2 \times R = 1.33^2 \times 6 = 10.61$ W

SIRA SİZDE 4

Şekildeki devredeki tanımlanmış V gerilim değerini düğüm gerilimleri yöntemini kullanarak hesaplayınız.



ÇEVRE AKIMLARI YÖNTEMİ

Elektrik devrelerinin analizinde kullanılan bir diğer yöntem de çevre akımları yöntemidir. Yöntem, daha çok birden fazla çevreye (göze) sahip devrelerde kullanılmaktadır. Her devre tipi için uygun değildir. Çevre akımları yönteminde, her çevre (göz) için referans bir akım yönü seçilerek akımlar isimlendirilir. Devrede bütün çevreler (gözler) için seçilen akım yönünde Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanarak denklemler elde edilir. Denklemlerin sayısı, hesaplanmak istenen akım sayısı kadardır. Akım yönü belirlenirken;

a. Seçilen herhangi bir çevrede (gözde) gerilim kaynağı mevcutsa akım yönü (+) uçtan (-) uca doğru alınır.
b. Seçilen herhangi bir çevrede (gözde) akım kaynağı varsa akım yönü, kaynağın akım yönü ile aynı alınır.
c. Kaynak bulunmayan çevreler (gözler) için akım yönü keyfi seçilebilir. Seçilen akım yönleri pozitif yön olarak kabul edilir.

Denklemler oluşturulurken:

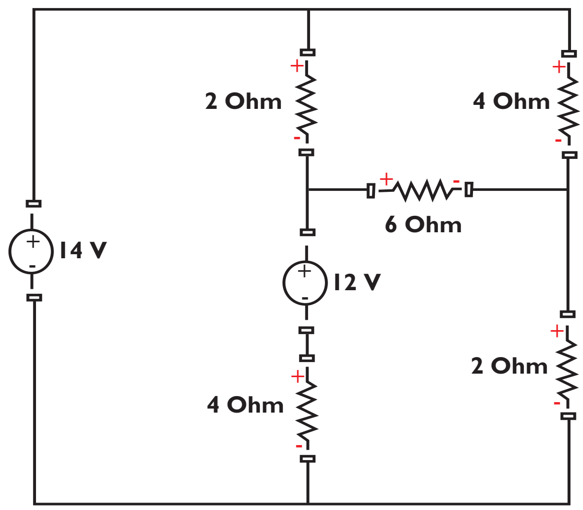
a. Eğer çevre (göz) üzerinde akım kaynağı varsa o göze Kirchoff'un gerilim yasası uygulanmaz. Onun yerine, üzerinde akım kaynağı bulunmayan başka bir yol (Süperçevre oluşturma) çizilir; yeni denklem takımı bu yeni yola göre oluşturulur. Devrede bulunan akım kaynakları yalnızca çevre (göz) akımları arasındaki ilişki hakkında bilgi verir.
b. Bir devre elemanı, birden fazla çevreye (göze) ait bir elemansa akımın değeri hesaplanırken bağlı olduğu gözlerin etkisi de hesaba katılır.
c. Çevreye (göze) ait denklem yazılırken, her bir elemandan bir kez geçilmeli ve denklemin yazılmaya başlandığı elemana tekrar geri dönülmelidir.
d. Denklemi yazılmış bir çevre (göz) başka bir çevre (göz) içerisinde (süperçevre gibi) tekrar yeralabilir.

Çevre akımları yönteminde akım yönü belirlenirken dikkat edilmesi gereken hususlar nelerdir?

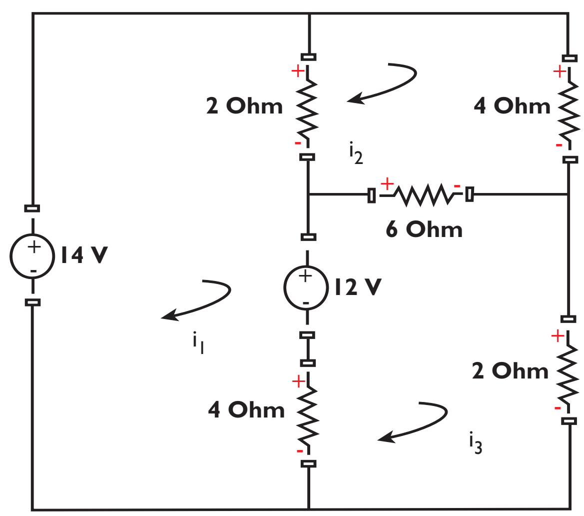
SIRA SİZDE 5

ÖRNEK 5

Şekildeki devredeki çevre akımlarını ve 6 Ohm'luk direncin harcadığı gücü bulunuz.



Çözüm 5:



Her bir göz için denklemler şu şekildedir:

1. çevre denklemi: $-14 + 2(i_1 - i_2) + 12 + 4(i_1 - i_3) = 0$

2. çevre denklemi: $2(i_2 - i_1) + 4i_2 + 6(i_2 - i_3) = 0$

3. çevre denklemi: $4(i_3 - i_1) - 12 + 6(i_3 - i_2) + 2i_3 = 0$

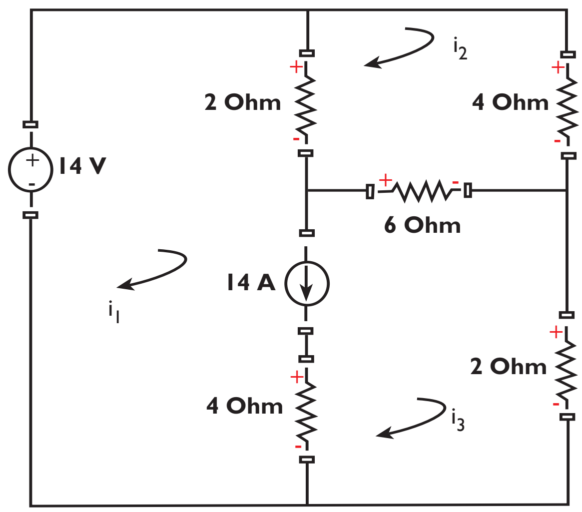
Denklemler çözülürse, $i_1 = 3$ A, $i_2 = 2$ A ve $i_3 = 3$ A olarak elde edilir.

6 Ohm'luk direncin harcadığı güç,

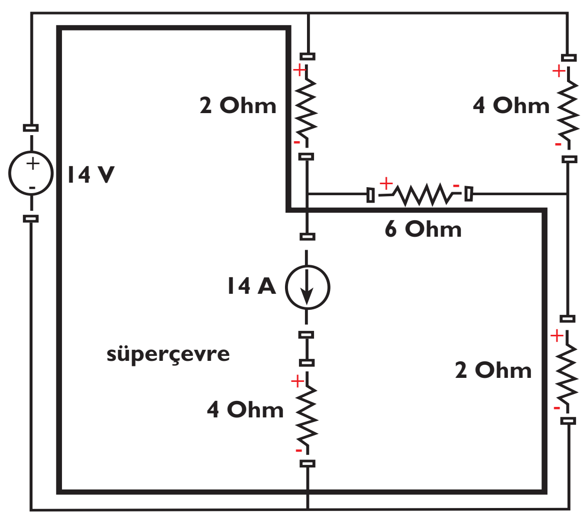
$P = 6(i_3 - i_2)^2 = 6(3 - 2)^2 = 6$ W

olarak hesaplanır. Burada i_3 akımı, i_2 akımından daha büyük değerli olduğundan $(i_3 - i_2)$ şeklinde bir ifade kullanılmıştır. (6 Ohm'luk direncin üzerinden sağdan sola doğru 1 A'lık akım akmaktadır.)

ÖRNEK 6 *Şekildeki devredeki tanımlanmış çevre akımlarını hesaplayınız.*



Çözüm 6:



1. ve 3. gözler arasında 14 A'lık akım kaynağı olması sebebiyle bu iki göz birleştirilerek süperçevreyi oluştururlar:

Süperçevre denklemi: $-14 + 2(i_1 - i_2) + 6(i_3 - i_2) + 2i_3 = 0$

2. çevre denklemi: $2(i_2 - i_1) + 6(i_2 - i_3) + 4i_2 = 0$

Öte yandan i_1 ve i_3 arasındaki ilişki denklemi,

$(i_1 - i_3) = 14$

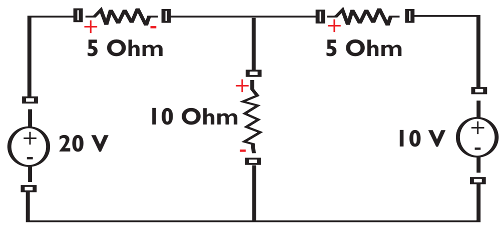
şeklindedir. Üç bilinmeyen ve üç denklem olması sebebiyle çözüm vardır ve

$i_3 = 1$ A; $i_2 = 3$ A; $i_1 = 15$ A

olarak bulunur.

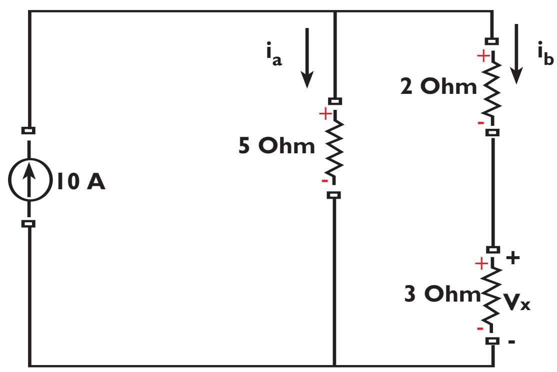
SIRA SİZDE 6

Şekildeki devrede bulunan 10 Ohm'luk direncin gücünü çevre akımları yöntemiyle hesaplayınız.

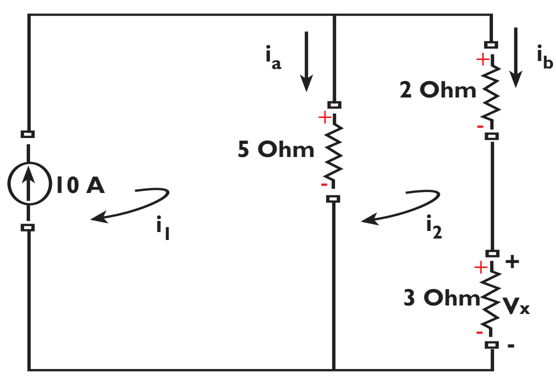


ÖRNEK 7

Şekildeki devredeki i_a, i_b ve V_x değerlerini çevre akımları yöntemini kullanarak hesaplayınız.



Çözüm 7:



Sorunun çözümünde gerekli denklemler şu şekildedir:

$i_1 = 10$ A

$i_1 - i_2 = i_a$

$i_2 = i_b$

$5i_2 + 5(i_2 - i_1) = 0$

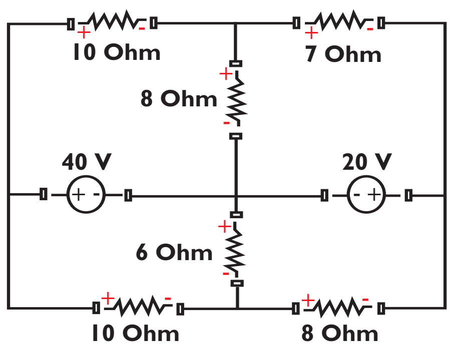
Denklemler çözüldüğünde, $i_2 = i_b = 5$ A ve $i_a = 5$ A olarak hesaplanır.

Öte yandan,

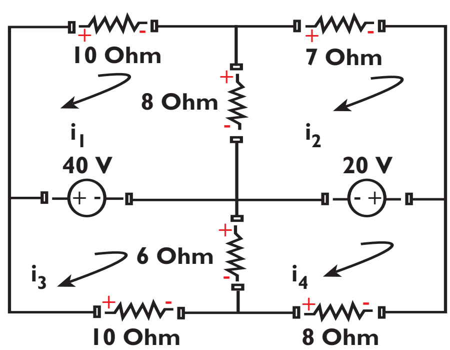
$V_x = 3i_b = (3)(5)=15$ V

olarak hesaplanır.

ÖRNEK 8 *Şekildeki devredeki çevre akımlarını hesaplayınız.*



Çözüm 8:



Sorunun çözümünde gerekli denklemler şu şekildedir:

$10i_1 + 8(i_1 - i_2) - 40 = 0$

$8(i_2 - i_1) + 7i_2 + 20 = 0$

$40 + 6(i_3 - i_4) + 10i_3 = 0$

$6(i_4 - i_3) - 20 + 8i_4 = 0$

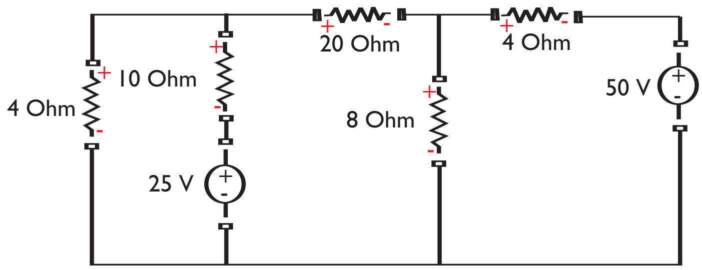
Denklemler çözüldüğünde,

i_1 = 2.14 A, i_2 = -0.19 A, i_3 = 2.34 A, i_4 = 0.43 A

olarak hesaplanır.

SIRA SİZDE 7

Şekildeki devrede bulunan 8 Ohm'luk direncin gücünü çevre akımları yöntemiyle hesaplayınız.

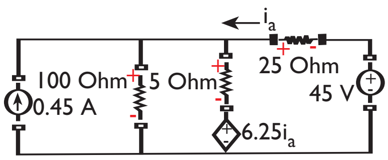


Özet

Devre analiz metotlarına temel oluşturan Graf Teorisi ve bu teori adı altında incelenen çeşitli tanımlar bu ünitede ele alınmıştır. Graf Teorisi'nde yönlendirilmiş çizgi parçası Graf elemanı olarak tanımlanmaktadır. Graf elemanının uçları ise düğüm olarak isimlendirilmektedir.
Elektrik devrelerinin analiz yöntemlerinden birisi olan düğüm gerilimleri yönteminin teorisi anlatılmış, yöntem devreye uygulanırken izlenecek basamaklar hakkında bilgi verilmiş, yöntem uygulamalarla pekiştirilmeye çalışılmıştır. Denklemler oluşturulurken her bir düğüm noktasında Kirchhoff'un akım yasasından yararlanılır. Düğüm noktasına gelen veya çıkan akımların tümü isimlerle veya oklarla belirtilmelidir. Düğüm noktasına gelen akımlar (-) işaretle, çıkan akımlar ise (+) işaretle denkleme aktarılmalıdır.
Elektrik devrelerinin analiz yöntemlerinden bir diğeri olan çevre akımları yönteminin teorisi anlatılmış, yöntem devreye uygulanırken izlenecek basamaklar hakkında bilgi verilmiş, yöntem uygulamalarla pekiştirilmeye çalışılmıştır. Çevre akımları yönteminde, her çevre (göz) için referans bir akım yönü seçilerek akımlar isimlendirilir. Devrede bütün çevreler (gözler) için seçilen akım yönünde Kirchhoff'un gerilim yasası uygulanarak denklemler elde edilir.

Kendimizi Sınayalım

1 ve 3 arasındaki soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.

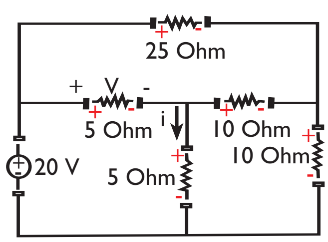


1. i_a akımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?
a. 0.8 A
b. 1.2 A
c. 1.4 A
d. 2 A
e. 2.6 A

2. 5 Ohm'luk direncin harcadığı güç aşağıdakilerden hangisidir?
a. 8 W
b. 10 W
c. 11.25 W
d. 13 W
e. 15 W

3. 0.45 A'lık akım kaynağının sağladığı güç aşağıdakilerden hangisidir?
a. 6.75 W
b. 7.5 W
c. 8 W
d. 9 W
e. 10 W

4 ve 7 arasındaki soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



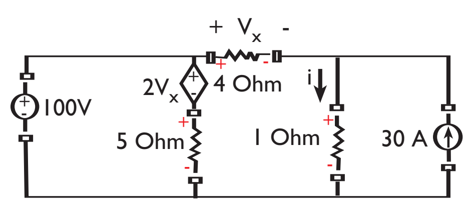
4. i akımının değeri yaklaşık olarak aşağıdakilerden hangisidir?
a. 1.9 A
b. 2 A
c. 2.5 A
d. 3.5 A
e. 4 A

5. V geriliminin değeri yaklaşık olarak aşağıdakilerden hangisidir?
a. 3 V
b. 4.5 V
c. 5 V
d. 7 V
e. 10.5 V

6. 25 Ohm'luk direncin harcadığı güç yaklaşık olarak aşağıdakilerden hangisidir?
a. 3 W
b. 4 W
c. 5 W
d. 6.5 W
e. 7.5 W

7. 25 Ohm'luk direncin üzerinden geçen akım yaklaşık olarak aşağıdakilerden hangisidir?
a. 0.25 A
b. 0.5 A
c. 2 A
d. 4 A
e. 5 A

8 ve 10 arasındaki soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



8. i akımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a. 44 A
b. 50 A
c. 60 A
d. 65 A
e. 75 A

9. 5 Ohm'luk direncin harcadığı güç aşağıdakilerden hangisidir?

a. 24 W
b. 28.8 W
c. 30 W
d. 45 W
e. 50 W

10. 5 Ohm'luk direnç üzerindeki gerilim aşağıdakilerden hangisidir?

a. 7 V
b. 8 V
c. 12 V
d. 15 V
e. 25 V

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. b	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Gerilimleri Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Gerilimleri Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. a	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Gerilimleri Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. a	Yanıtınız yanlış ise "Çevre Akımları Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. e	Yanıtınız yanlış ise "Çevre Akımları Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. d	Yanıtınız yanlış ise "Çevre Akımları Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. b	Yanıtınız yanlış ise "Çevre Akımları Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. a	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Gerilimleri Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. b	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Gerilimleri Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. c	Yanıtınız yanlış ise "Düğüm Gerilimleri Yöntemi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

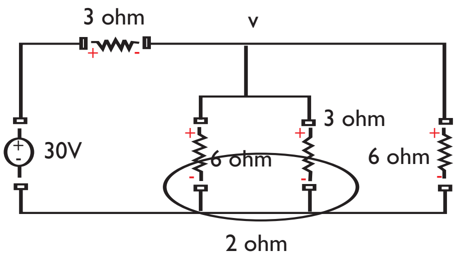
Sıra Sizde 1

Düğüm 4 adet graf elemanından oluştuğu için derecesi 4'tür.

Sıra Sizde 2

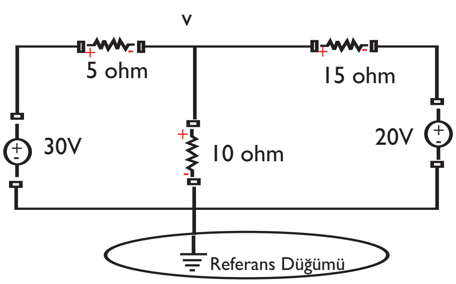
a. Devrede hiç gerilim kaynağı yoksa herhangi bir düğüm noktası referans düğümü (noktası) olarak seçilebilir.
b. Devrede bir tane gerilim kaynağı varsa tercihen gerilim kaynağının (-) ucu referans düğümü olarak seçilir.
c. Devrede birden fazla gerilim kaynağı varsa ve bu kaynakların birer ucu ortak bir düğüme bağlı ise bu ortak düğüm noktası referans düğüm olarak seçilir.

Sıra Sizde 3



$$\frac{V-30}{3}+\frac{V}{6}+\frac{V}{2}=0$$
$$6V=60$$
$$V=10\ V$$

Sıra Sizde 4

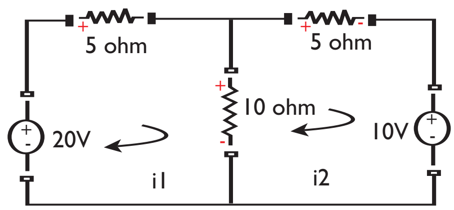


$$\frac{V-30}{5}+\frac{V}{10}+\frac{V-20}{15}=0$$
$$11V=220$$
$$V=20\ V$$

Sıra Sizde 5

a. Seçilen herhangi bir çevrede (gözde) gerilim kaynağı mevcutsa akım yönü (+) uçtan (-) uca doğru alınır.
b. Seçilen herhangi bir çevrede (gözde) akım kaynağı varsa akım yönü, kaynağın akım yönü ile aynı alınır.
c. Kaynak bulunmayan çevreler (gözler) için akım yönü keyfi seçilebilir. Seçilen akım yönleri pozitif yön olarak kabul edilir.

Sıra Sizde 6



1. ve 2. göz için denklemler şu şekildedir:

$$-20 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) = 0$$

$$10(i_2 - i_1) + 5i_2 + 10 = 0$$

Denklemler düzenlenirse,

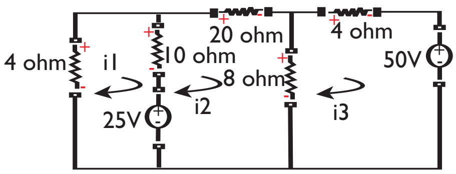
$$15i_1 - 10i_2 = 20$$

$$15i_2 - 10i_1 = -10$$

elde edilir. Buradan;

$i_1 = 1.6$ A
$i_2 = 0.4$ A
$P = 10(1.6 - 0.4)^2$
$P = 14.4$ W

Sıra Sizde 7



1. 2. ve 3. göz için denklemler şu şekildedir:

$4i_1 + 10(i_1 - i_2) + 25 = 0$

$-25 + 10(i_2 - i_1) + 20i_2 + 8(i_2 - i_3) = 0$

$8(i_3 - i_2) + 4i_3 + 50 = 0$

$14i_1 - 10i_2 = -25$

$38i_2 - 10i_1 - 8i_3 = 25$

$12i_3 - 8i_2 = -50$

Buradan,

$i_2 = -1.03$ A

$i_3 = -4.85$ A

$P = I^2 \times R = (i_2 - i_3)^2 \times R = 116.74$ W

Yararlanılan Kaynaklar

Ferikoğlu, A. (2005), **Çözümleriyle Devre ve Sistem Analizi Problemleri,** Sakarya Kitabevi Yayınları

Nasar, S. A. (1989), **Schaum's 3000 Solved Problems in Electric Circuits,** McGraw-Hill Book Company

Aydemir, T., Nakiboğlu, C. (1999), **Schaum's Outlines Elektrik Devreleri,** Nobel Yayınları

Ünal, A., Özenç, S. (2005), **Çözümlü Elektrik Devre Problemleri,** Birsen Yayınevi

Selek, H. S. (2007), **Meslek Yüksekokulları ve Fakülteler için Doğru Akım (DC) Devre Analizi,** Seçkin Yayıncılık

Hayt, W. H., Kemmerly, J. E. (2006), **Engineering Circuit Analysis,** McGraw - Hill Book Company

Nilsson, J. W., Riedel, S. A. (2005), **Electric Circuits,** Prentice-Hall.

www.wikipedia.org

4

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- Kaynak dönüşümü ile akım kaynaklarını ve gerilim kaynaklarını birbirine dönüştürebilecek,
- Maksimum Güç Teoremi için gerekli şartları açıklayabilecek,
- Süperpozisyon Teoremi'ni devrelerde uygulayabilecek,
- Thevenin Teoremi ile eşdeğer devre gösterimi yapabilecek,
- Norton Teoremi ile eşdeğer devre gösterimi yapabilecek

bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Kaynak Dönüşümü
- Maksimum Güç Teoremi
- Süperpozisyon Teoremi
- Thevenin Teoremi
- Norton Teoremi

İçindekiler

Devre Analizi → Temel Teoremler →

Temel Teoremler

GİRİŞ

Önceki ünitede verilen Düğüm Gerilimleri Yöntemi ve Çevre Akımları Yöntemi'nden sonra bu ünitede Devre Analizi ile ilgili temel teoremler ele alınacaktır.

Bu ünitede, öncelikle Kaynak Dönüşümü Yöntemi incelenecek, gerilim kaynağından akım kaynağına veya akım kaynağından gerilim kaynağına geçiş yapılarak devrelerin analizlerinin nasıl yapılacağı üzerinde durulacaktır.

Ünitemizde incelenecek bir diğer teori, Maksimum Güç Transferi Teorisidir. Bu teori yardımıyla devrelere bağlanacak yük dirençlerinin belirlenmesinde gözönünde bulundurulması gereken durumlara değinilecektir.

Süperpozisyon Teoremi, ünitemizde yer alan bir diğer konu başlığıdır. Bu teorem, bir devrede bulunan bağımsız güç kaynaklarının devre elemanlarına olan etkisinin tek tek incelenmesine dayanır.

Thevenin ve Norton Teoremleri, devrelerin eşdeğer devrelerinin bulunmasına yönelik olan analiz yöntemleridir. Thevenin Teoremi'nde devrenin eşdeğer hali gerilim kaynağına seri bağlı bir direnç iken Norton Teoremi'nde akım kaynağına paralel bağlı bir direnç şeklinde elde edilmektedir.

Bu bölümde, yukarıda sözü geçen yöntemler detaylı olarak anlatılmakta, çözümlü örneklerle teoriler pekiştirilmeye çalışılmaktadır.

KAYNAK DÖNÜŞÜMÜ

Literatürde Devre Analizi'nde kullanılan önemli metotlardan bir tanesi, kaynak dönüşümüdür. Bu metot aynı zamanda, Thevenin Teoremi ve Norton Teoremi gibi uygulamalar içinde temel oluşturmaktadır. Devre içerisinde bulunan gerilim kaynağının akım kaynağına veya akım kaynağının gerilim kaynağına dönüşümü, analiz işlemini kolaylaştırmaktadır. Aşağıdaki iki şart sağlanarak bu dönüşüm işlemi gerçekleştirilmektedir:

a. Gerilim kaynağının akım kaynağına dönüştürülebilmesi için, gerilim kaynağına seri bağlı direnç olması gerekmektedir.
b. Akım kaynağının gerilim kaynağına dönüştürülebilmesi için de, akım kaynağına paralel bağlı direnç olması gerekmektedir.

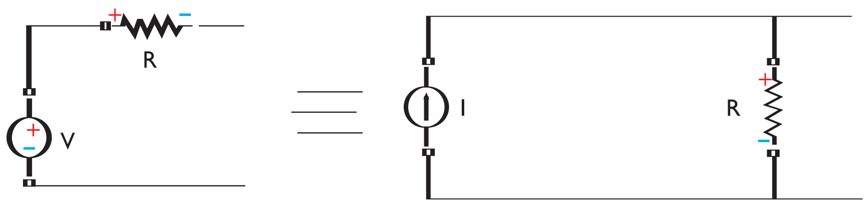
Kaynak dönüşümü, gerilim kaynağını akım kaynağına dönüştürme veya akım kaynağını gerilim kaynağına dönüştürme şeklinde iki şekilde incelenecektir.

Gerilim Kaynağını Akım Kaynağına Dönüştürme

Şekildeki devreye göre gerilim kaynağının ve kaynağa seri bağlı direncin eşdeğer devresi bulunurken; gerilim kaynağı değerinin direnç değerine oranı alınarak eşdeğer devredeki akım kaynağının değeri bulunmakta, akım kaynağına paralel bağlanan dirençle birlikte eşdeğer devre tamamlanmaktadır.

Şekil 4.1

Gerilim kaynağının akım kaynağına dönüştürülmesi.

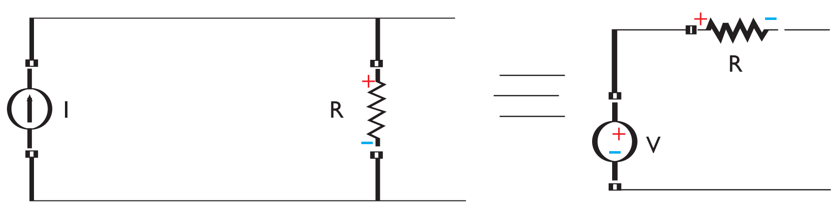


Akım Kaynağını Gerilim Kaynağına Dönüştürme

Şekildeki devreye göre akım kaynağının ve kaynağa paralel bağlı direncin eşdeğer devresi bulunurken; akım kaynağı değeri ile direnç değerinin çarpımı alınarak eşdeğer devredeki gerilim kaynağının değeri bulunmakta, gerilim kaynağına seri bağlanan dirençle birlikte eşdeğer devre tamamlanmaktadır.

Şekil 4.2

Akım kaynağının gerilim kaynağına dönüştürülmesi.

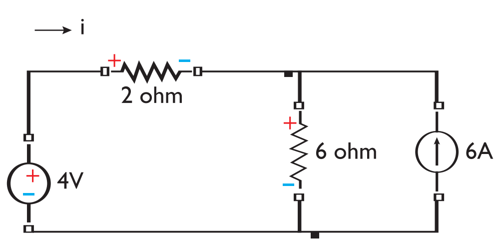


DİKKAT

Dönüşümlerde hesaplanan değerlerle birlikte kaynakların gösterimleri de çok önemlidir. Gerilim kaynağının kutupları veya akım kaynağının akım yönü doğru şekilde olmalıdır.

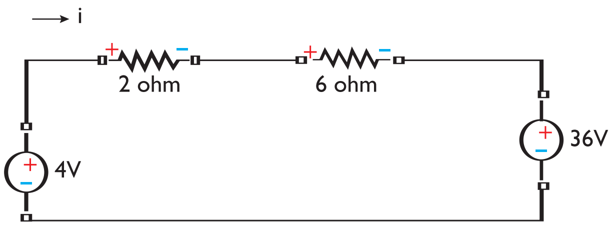
ÖRNEK 1

Şekildeki devrede tanımlanmış i akımını, kaynak dönüşümü metodunu kullanarak hesaplayınız.



Çözüm 1:

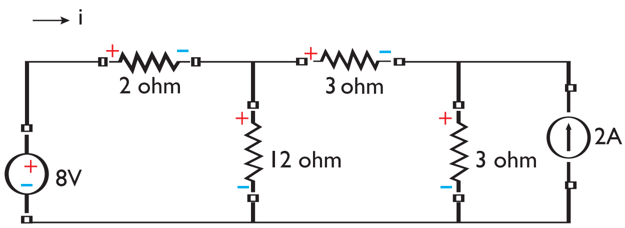
6 Ohm'luk direnç ve ona paralel bağlı akım kaynağı, kaynak dönüşümü kurallarına göre gerilim kaynağı ve ona seri bağlı dirence dönüştürülür.



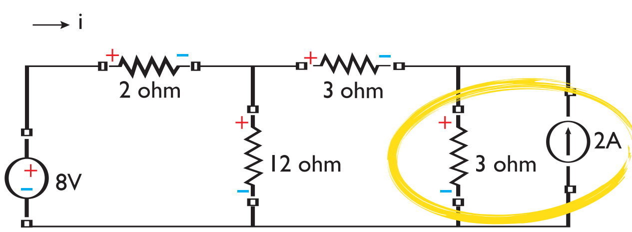
$$i = -\frac{(36-4)}{2+6} = -4 \text{ A}$$

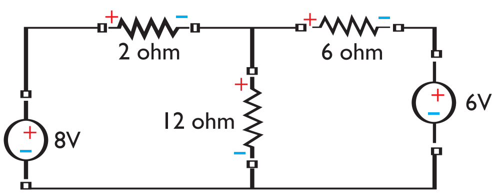
ÖRNEK 2

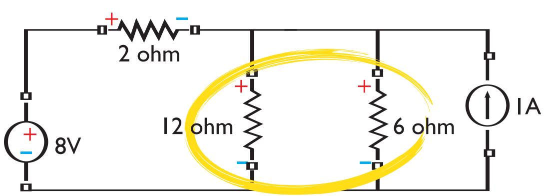
Şekildeki devrede tanımlanmış i akımını kaynak dönüştürme metodunu kullanarak hesaplayınız.

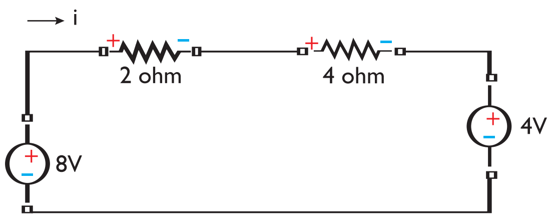


Çözüm 2:





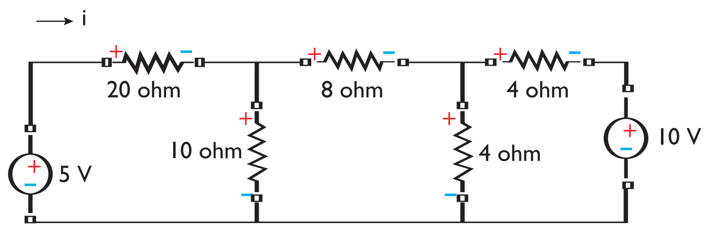




$$i = \frac{8-4}{6} = 0.67\ \text{A}$$

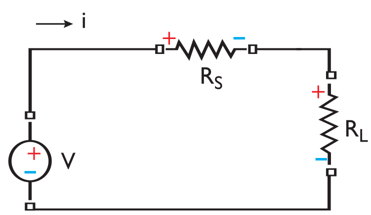
SIRA SİZDE 1

Şekildeki devrede tanımlanmış i akımını, kaynak dönüştürme metodunu kullanarak hesaplayınız.



Şekil 4.3

Maksimum Güç Teoremi.



MAKSİMUM GÜÇ TEOREMİ

Şekil 4.3'deki devrede, R_L yük direncinden maksimum güç elde etmek için gerekli şart araştırılacaktır. Yük direncinin harcadığı güç;

$$P_L = i^2 R_L = \frac{V^2 R_L}{(R_S + R_L)^2} \tag{4.1}$$

şeklindedir. İstenen güç ifadesinin maksimumunu bulmak için

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \tag{4.2}$$

durumu araştırılmalıdır. (Gücün yük direncine göre değişimi (türevi) sıfır olması durumunda güç maksimum olur.)

Eşitlik (4.2)'deki ifadede, bölümün türevi gerçekleştirilirse,

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{V^2(R_S + R_L)^2 - 2(R_S + R_L)V^2 R_L}{(R_S + R_L)^4} = 0 \tag{4.3}$$

olarak elde edilir. Eşitlik (4.3)'deki ifadenin sıfıra eşit olması için kesir ifadesindeki pay kısmının sıfıra eşit olması gerekmektedir:

$$V^2 (R_S+R_L)^2 - 2(R_S+R_L)V^2 R_L = 0 \tag{4.4}$$

Eşitlik (4.4) ortak çarpana alacak şekilde düzenlenirse,

$$V^2 (R_S+R_L)\,[R_S+R_L-2R_L]=0 \qquad (4.5)$$

elde edilir. Burada, $V^2 (R_S+R_L)$ ifadesinin sıfıra eşit olması söz konusu değildir. Çünkü güç kaynağı ve dirençler pozitif ifadelerdir. Bu durumda, $[R_S+R_L-2R_L]$ ifadesi sıfıra eşit olmalıdır:

$$[R_S+R_L-2R_L]=0 \qquad (4.6)$$

Eşitlik (4.6)'daki ifade düzenlenirse;

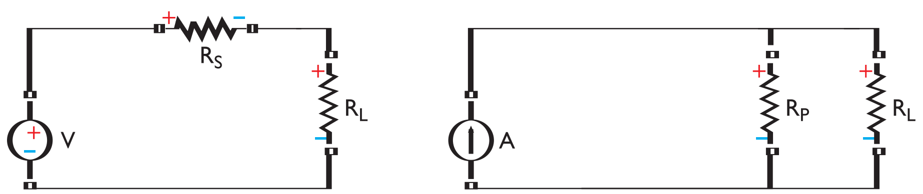
$$R_L=R_S \qquad (4.7)$$

olarak elde edilir.

Eşitlik (4.7)'den elde edilen sonuç şu şekilde yorumlanabilir:

a. Bağımsız bir gerilim kaynağının ve ona seri bağlı dirençten oluşan bir devrenin yük direncine maksimum güç aktarabilmesi, yük direnci R_L değerinin seri direnç değerine eşit olması ile sağlanır.

b. Bağımsız bir akım kaynağının ve ona paralel bağlı dirençten oluşan bir devrenin yük direncine maksimum güç aktarabilmesi yük direnci R_L değerinin paralel direnç değerine eşit olması ile sağlanır.



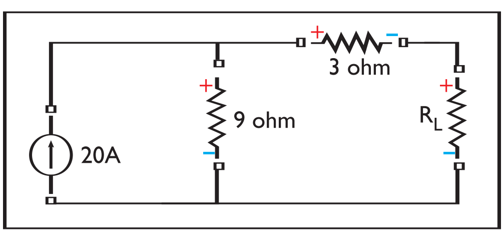
Şekil 4.4

Maksimum güç transferi şartları.

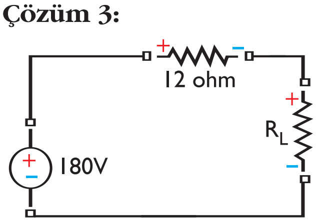
$R_S=R_L$ $\qquad$ $R_P=R_L$

ÖRNEK 3

Şekildeki devrede yüke maksimum güç aktarımının olabilmesi için yük direncinin değeri ne olmalıdır?



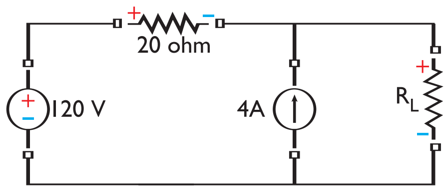
Çözüm 3:



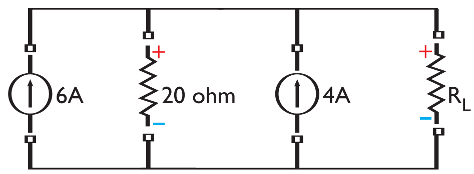
$R_L=R_S=12$ ohm

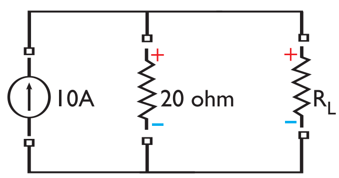
ÖRNEK 4

Şekildeki devrede yüke maksimum güç aktarımının olabilmesi için yük direncinin değeri ne olmalıdır?



Çözüm 4:

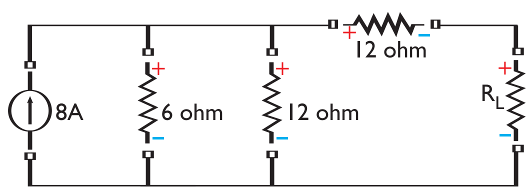




$R_L = R_P = 20$ ohm

SIRA SİZDE 2

Şekildeki devrede yüke maksimum güç aktarımının olabilmesi için R_L değeri ne olmalıdır? Yük bu direnç değerini aldığında harcadığı güç değeri nedir?

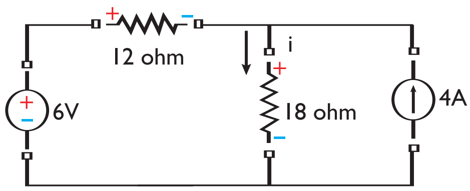


SÜPERPOZİSYON TEOREMİ

Elektrik devreleri birden fazla akım ve gerilim kaynağına (bağımlı - bağımsız kaynak) sahip olabilirler. Süperpozisyon Teoremi, bu tür devrelerin analizi için kullanılan yöntemlerden biridir. Süperpozisyon Teoremi'nin temel mantığı, kaynakların devreye olan etkilerinin tek tek incelenmesidir. İlk olarak devredeki akım/gerilim kaynakları tespit edilir ve bunların arasından bağımsız kaynaklar belirlenir. Her seferinde devrede tek bir bağımsız kaynak kalacak şekilde diğer bağımsız gerilim kaynakları kısa devre, bağımsız akım kaynakları ise açık devre edilir. Analiz süresince bağımlı kaynaklar devrede aynen yer almaya devam ederler. Tek bırakılacak kaynağa göre devrede elde edilmek istenen akım/gerilim değeri hesaplanır. Bütün bağımsız kaynaklar için tek tek hesaplanan bu akım/gerilim değerleri akım yönü/gerilim polaritesi göz önünde bulundurularak toplanır. Bu bakımdan bu teorinin adı Toplamsallık Teorisi olarak da bilinir.

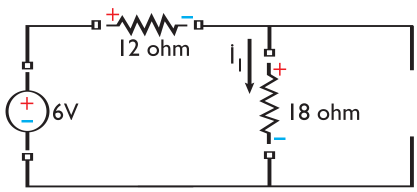
ÖRNEK 5

Şekildeki devrede tanımlanmış i akımının değerini Süperpozisyon Teoremi yardımıyla hesaplayınız.



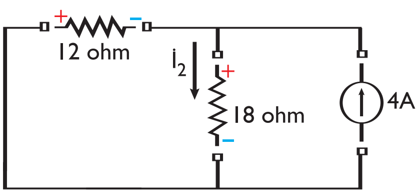
Çözüm 5:

6 V'lik gerilim kaynağının etkisinin hesaplanabilmesi için 4 A'lık akım kaynağı açık devre olarak kabul edilir.



$$i_1 = \frac{6}{30} = 0.2 \text{ A}$$

4 A'lık akım kaynağının etkisinin hesaplanabilmesi için 6 V'lik gerilim kaynağı kısa devre olarak kabul edilir.

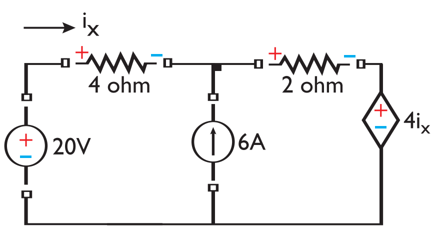


$$i_2 = \frac{12}{30} 4 = 1.6 \text{ A}$$

$$i = i_1 + i_2 = 0.2 + 1.6 = 1.8 \text{ A}$$

ÖRNEK 6

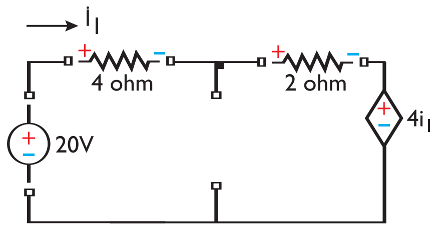
Şekildeki devrede tanımlanmış i_x akımının değerini Süperpozisyon Teoremi yardımıyla hesaplayınız.



Çözüm 6:

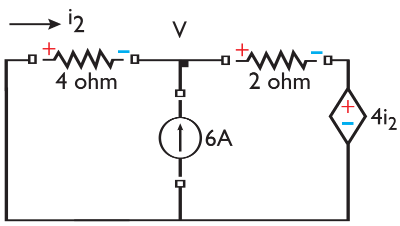
Devrede 2 adet bağımsız, 1 adet bağımlı kaynak bulunmaktadır.

20 V'lik gerilim kaynağının devreye olan etkisi, 6 A'lık akım kaynağı açık devre yapılarak hesaplanır. Bağımlı kaynak devrede aynen yer almaya devam eder.



$$-20+4i_1+2i_1+4i_1=0$$
$$10i_1=20$$
$$i_1=2\text{ A}$$

6A'lık akım kaynağının devreye olan etkisi, 20 V'lik gerilim kaynağı kısa devre yapılarak hesaplanır. Bağımlı kaynak devrede aynen yer almaya devam eder.



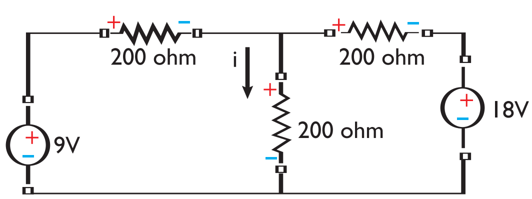
Devrede V = $-4i_2$ olduğu görülmektedir. Bu devrede düğüm noktası analizi uygulanırsa,

$$\frac{V}{4}+\frac{V-4i_2}{2}-6=0$$
$$\frac{-4i_2}{4}+\frac{-4i_2-4i_2}{2}=6$$
$$-4i_2-8i_2-8i_2=24$$
$$-20i_2=24$$
$$i_2=-1.2\text{ A}$$
$$i_x=i_1+i_2=2-1.2=0.8\text{ A}$$

olarak elde edilir.

SIRA SİZDE 3

Şekildeki devredeki i akımını Süperpozisyon Teoremi'ni kullanarak hesaplayınız.



THEVENİN TEOREMİ

Thevenin Teoremi, verilen bir elektrik devresinin parçalı analizinin yapılarak indirgenmiş eşdeğer bir devre elde edilmesini sağlayan bir metottur. Eğer eşdeğer direnci hesaplanacak devrede yük direnci varsa direnç çıkarılır, yeri açık devre yapılır. Açık devre gerilimi, V_{TH}'dır. Thevenin eşdeğer devresi V_{TH} olarak adlandırılan gerilim ve R_{TH} olarak adlandırılan eşdeğer dirençten oluşur. Direnç ve gerilim birbirlerine seri bağlıdır.

R_{TH}'nin hesaplanabilmesi için devredeki gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları da açık devre yapılır ve buradan eşdeğer direnç R_{TH} hesaplanır.

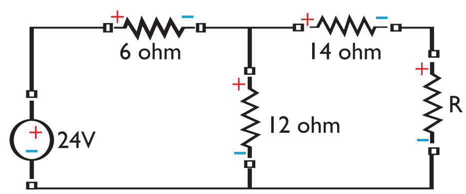
Hesaplama yapılırken devreye bakılan yön önemlidir. R_{TH} tarafından devreye bakılarak gerekli hesaplamalar yapılmalıdır. Thevenin indirgenmiş eşdeğer devresinde çıkış ve giriş akımları orijinal devre ile aynıdır. V_{TH} devrenin yapısına göre kaynak dönüşümü, süperpozisyon, düğüm gerilimleri vb. yöntemlerinden herhangi biri kullanılarak hesaplanır.

Bir devrenin Thevenin veya Norton Teoremi'ne göre eşdeğer devrelerinden biri hesaplanırsa, kaynak dönüşüm metodu kullanılarak diğer gösterime kolayca geçilebilir.

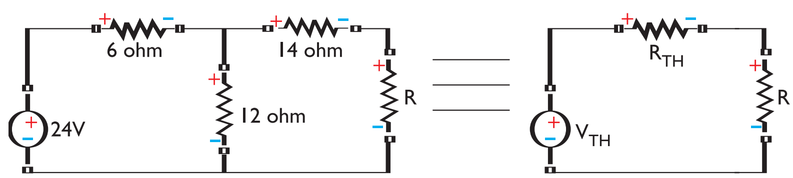
DİKKAT

ÖRNEK 7

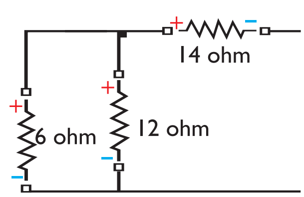
Şekildeki devrede R yük direnci üzerinden geçen akımı, yük direncinin harcadığı gücü ve yük direnci üzerindeki gerilimi Thevenin Teoremi'ni kullanarak ve yük direnci değerini 6 ohm alarak hesaplayınız.



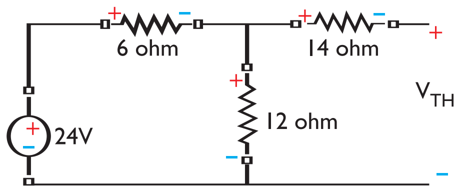
Çözüm 7:



R_{TH}'nin hesaplanabilmesi için devreye R yük direnci tarafından bakılarak görülen eşdeğer direnç hesaplanmalıdır.



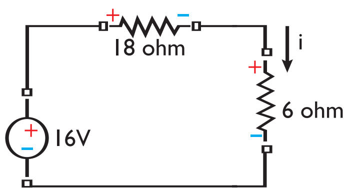
R_{TH} = 14 + (6//12)=18 ohm



V_{TH}'nin hesaplanabilmesi için 12 ohm'luk direnç üzerine düşen gerilimin hesaplanması gerekmektedir.

$$V_{TH} = \frac{12}{18} 24 = 16 \text{ V}$$

Soruda verilen devrenin Thevenin eşdeğer devresi aşağıdaki gibidir.

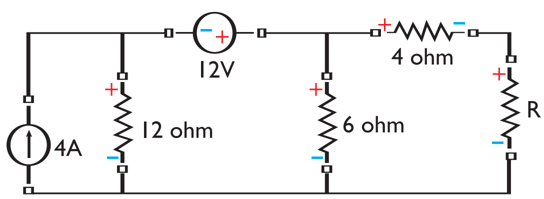


$$i = \frac{16}{24} = 0.67\text{A}$$

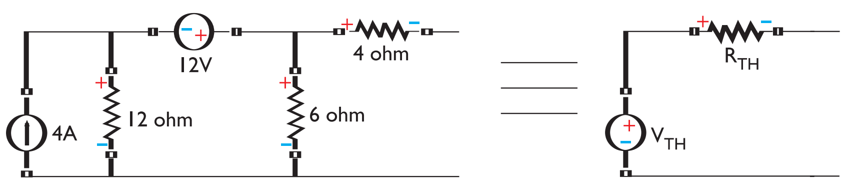
$$P = i^2 \times R = (0.67)^2 (6) = 2.69 \text{ W}$$

$$V = i \times R = 0.67(6) = 4.02 \text{ V}$$

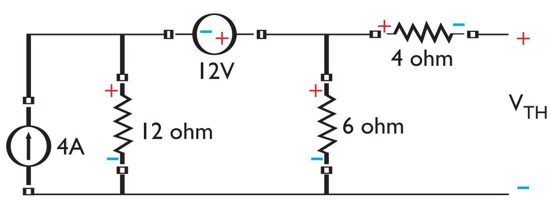
ÖRNEK 8 *R yükü tarafından görülen devrenin Thevenin eşdeğerini oluşturunuz.*

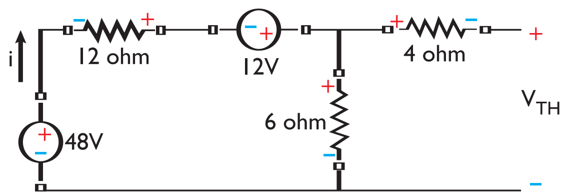


Çözüm 8:



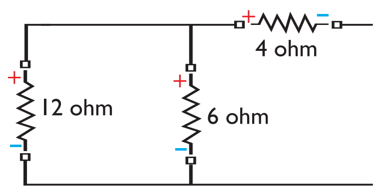
V_{TH}'nin hesaplanabilmesi için 6 ohm'luk direncin üzerine düşen gerilim hesaplanmalıdır. (4 ohm'luk dirençten akım akmaz.)





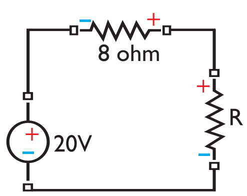
$$-48+12i-12+6i=0$$
$$18i=60$$
$$i=3.33\ \text{A}$$
$$V_{TH}=6\times 3.33=20\ \text{V}$$

R_{TH}'nin hesaplanabilmesi için yük tarafından devreye bakılarak eşdeğer direnç hesaplanmalıdır.



R_{TH} = 4 + (6//12) = 8 ohm

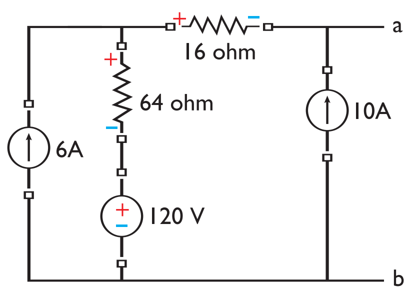
Soruda verilen Thevenin eşdeğer devresi



olarak elde edilir.

SIRA SİZDE 4

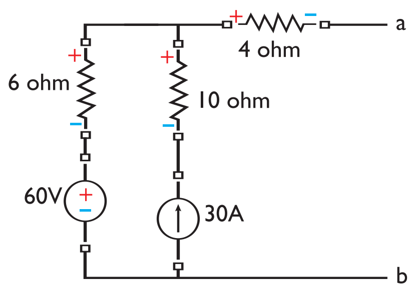
Şekildeki devrenin a - b arası Thevenin eşdeğerini elde ediniz.



NORTON TEOREMİ

Devre Analizi'nde bir diğer eşdeğer devre indirgeme metodu da Norton Teoremi'dir. Norton eşdeğer devresi I_N olarak adlandırılan eşdeğer bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı olan, R_N olarak adlandırılan eşdeğer bir dirençten oluşmaktadır. Thevenin Teoremi'nde olduğu gibi Norton Teoremi'nde de çıkış gerilim ve akımları orijinal devre ile aynıdır. R_N'nin hesaplanabilmesi için Thevenin Teoremi'nde olduğu gibi devredeki gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre yapılır ve hesaplamanın yapılması istenen uçtan devreye bakılarak R_N hesaplanır. Eğer eşdeğeri hesaplanacak devrede, yük direnci varsa direnç devreden çıkarılır ve yeri kısa devre yapılır. Kısa devre akımı I_N'dir.

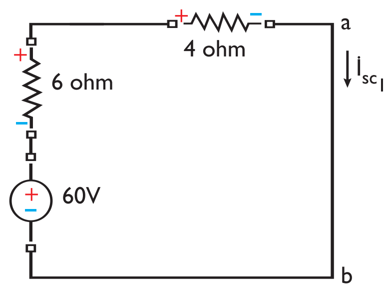
ÖRNEK 9 *Şekildeki devrenin Norton eşdeğer devresini oluşturunuz.*



Çözüm 9:

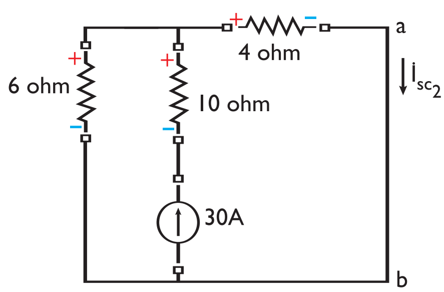
Norton eşdeğer devresinin hesaplanabilmesi için önce a ve b kolları arası kısa devre yapılarak i_{sc} akımı, daha sonra R_N direnç değeri hesaplanmalıdır.

60 V'nin i_{sc}' ye etkisi,



$$i_{sc} = \frac{60}{10} = 6A$$

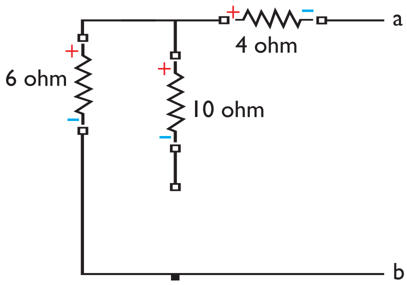
30 A'nın i_{sc}'ye etkisi,



10 ohm'luk direnç üzerinden geçen 30A'lik akım 6 ve 4 ohm luk dirençlerde direnç değerleri ile ters orantılı olarak bölünür.

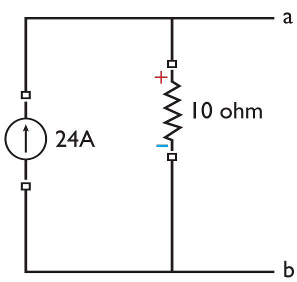
$$i_{sc_2} = \frac{6}{10}30 = 18A$$

$$i_{sc} = i_{sc_1} + i_{sc_2} = 6 + 18 = 24A$$



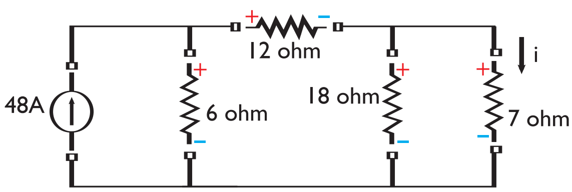
R_N=4+6=10 ohm

Norton eşdeğer direnci bulunurken gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre yapılır. Burada 30 A'lık akım kaynağı açık devre olduğunda, 10 ohm'luk direncin bir bacağı boşta kaldığından eşdeğer direnç hesabında işleme alınmaz. Soruda verilen devrenin Norton eşdeğer devresi;



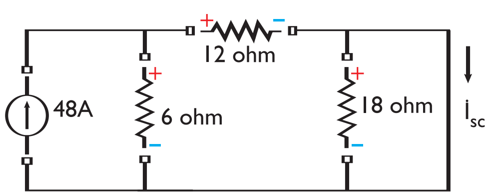
ÖRNEK 10

Şekildeki devredeki 7 ohm'luk direncin üzerinden geçen akımı Norton Teoremi yardımıyla bulunuz.



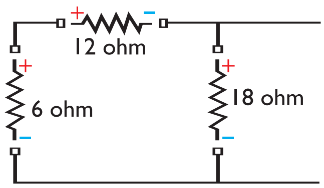
Çözüm 10:

Devrenin Norton eşdeğer devresinin bulunabilmesi için öncelikle 7 ohm'luk direncin kısa devre yapılarak i_{sc} akımının bulunması gerekmektedir.



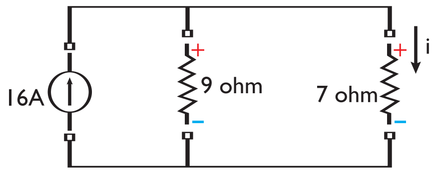
$$i_{sc} = \frac{6}{18} 48 = 16A$$

i_{sc} bulunurken akım paylaşımı kuralı kullanılmıştır. Burada 18 ohm'luk dirençten paralelinde olan kısa devre sebebiyle akım akmaz.



$$R_N = \frac{18(6+12)}{6+12+18} = 9 \text{ ohm}$$

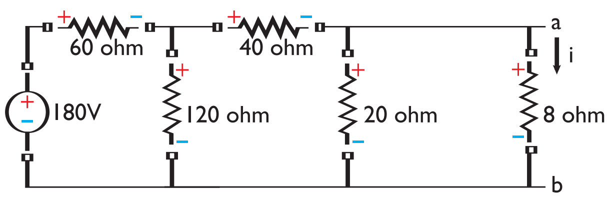
Soruda verilen devrenin Norton eşdeğer devresi aşağıdaki gibidir:



$$i = \frac{9}{9+7} 16 = 9 \text{ A}$$

SIRA SİZDE 5

Şekildeki devrede 8 ohm'luk direnç yokken Norton eşdeğer devresini bulunuz. a ve b noktaları arasına, 8 ohm'luk yük direnci bağlandığında, direnç üzerinden geçen akım, direnç üzerindeki gerilim ve direncin harcadığı güç değerleri ne olur?



Özet

Kaynak dönüşümü metodu, Thevenin Teoremi ve Norton Teoremi gibi birçok uygulama için temel oluşturmaktadır. Teorem temel olarak devre içerisinde bulunan gerilim kaynağının akım kaynağına veya akım kaynağının gerilim kaynağına dönüşümü mantığına dayanmaktadır. Gerilim kaynağının akım kaynağına dönüştürülebilmesi için, gerilim kaynağına seri bağlı direnç olması gerekmektedir. Akım kaynağının gerilim kaynağına dönüştürülebilmesi içinse, akım kaynağına paralel bağlı direnç olması gerekmektedir.

Maksimum güç transferi teorisi, temelde 2 kurala dayanmaktadır. Bunlardan birincisi, bağımsız bir gerilim kaynağının ve ona seri bağlı dirençten oluşan bir devrenin yük direncine maksimum güç aktarabilmesi yük direnci R_L değerinin seri direnç değerine eşit olmasıdır. Bir diğer kural ise bağımsız bir akım kaynağının ve ona paralel bağlı dirençten oluşan bir devrenin yük direncine maksimum güç aktarabilmesi yük direnci R_L değerinin, paralel direnç değerine eşit olmasıdır.

Elektrik devreleri birden fazla akım ve gerilim kaynağına (bağımlı - bağımsız kaynak) sahip olabilirler. Süperpozisyon Teoremi, bu tür devrelerin analizi için kullanılan yöntemlerden biridir. Süperpozisyon Teoremi'nin temel mantığı, kaynakların devreye olan etkilerinin tek tek incelenmesidir. Her seferinde devrede tek bir bağımsız kaynak kalacak şekilde diğer bağımsız gerilim kaynakları kısa devre, bağımsız akım kaynakları ise açık devre yapılır. Analiz süresince bağımlı kaynaklar devrede aynen yer almaya devam ederler. Bütün bağımsız kaynaklar için tek tek hesaplanan bu akım/gerilim değerleri akım yönü/gerilim polaritesi göz önünde bulundurularak toplanır.

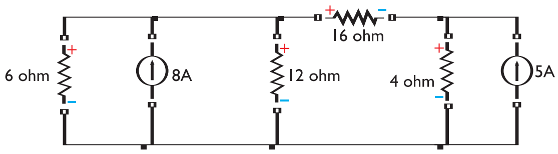
Thevenin Teoremi, verilen bir elektrik devresinin parçalı analizinin yapılarak indirgenmiş eşdeğer bir devre elde edilmesini sağlayan bir metottur. Thevenin Eşdeğer devresi V_{TH} olarak adlandırılan gerilim ve R_{TH} olarak adlandırılan eşdeğer dirençten oluşur. Direnç ve hesaplanan gerilim birbirlerine seri bağlıdır.

R_{TH}'nin hesaplanabilmesi için devredeki gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları da açık devre yapılır ve buradan eşdeğer direnç R_{TH} hesaplanır. Thevenin indirgenmiş eşdeğer devresinde çıkış ve giriş akımları orijinal devre ile aynıdır. V_{TH} devrenin yapısına göre kaynak dönüşümü, süperpozisyon, düğüm gerilimleri vb. yöntemlerinden herhangi biri kullanılarak hesaplanır.

Devre analizinde bir diğer eşdeğer devre indirgeme metodu da Norton Teoremi'dir. Norton eşdeğer devresi I_N olarak adlandırılan eşdeğer bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı olan, R_N olarak adlandırılan eşdeğer bir dirençten oluşmaktadır. Thevenin Teoremi'nde olduğu gibi Norton Teoremi'nde de çıkış gerilim ve akımları orijinal devre ile aynıdır. R_N' nin hesaplanabilmesi için Thevenin Teoremi'nde olduğu gibi devredeki gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre yapılır ve hesaplamanın yapılması istenen uçtan devreye bakılarak R_N hesaplanır. Eğer eşdeğeri hesaplanacak devrede yük direnci varsa direnç devreden çıkarılır ve yeri kısa devre yapılır. Kısa devre akımı I_N'dir.

Kendimizi Sınayalım

1 ve 2 numaralı soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



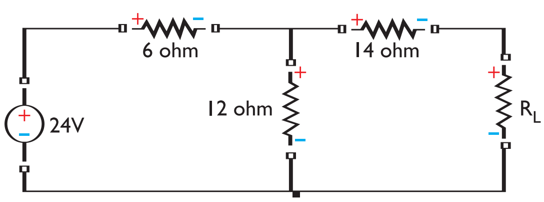
1. Şekildeki devrede 16 ohm'luk direncin üzerinden geçen akım aşağıdakilerden hangisidir?

a. 0.5 A
b. 1 A
c. 2 A
d. 2.5 A
e. 5 A

2. Şekildeki devrede 16 ohm'luk direncin harcadığı güç aşağıdakilerden hangisidir?

a. 2 W
b. 3 W
c. 4 W
d. 8 W
e. 12 W

3 ve 4 numaralı soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



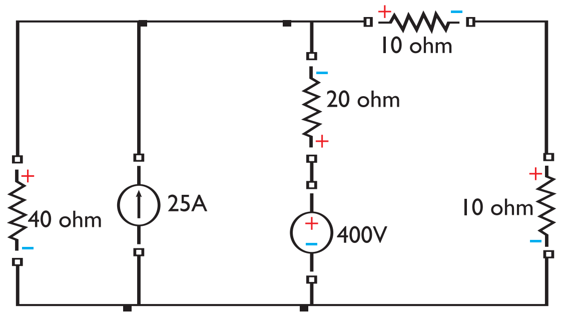
3. Şekildeki devrede yüke maksimum güç aktarılabilmesi için R_L değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a. 10 ohm
b. 15 ohm
c. 18 ohm
d. 25 ohm
e. 35 ohm

4. Devrede yük direncine maksimum güç aktarıldığında harcanan güç değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a. 3.6 W
b. 4.8 W
c. 5.2 W
d. 6.4 W
e. 7.2 W

5 ve 6 numaralı soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



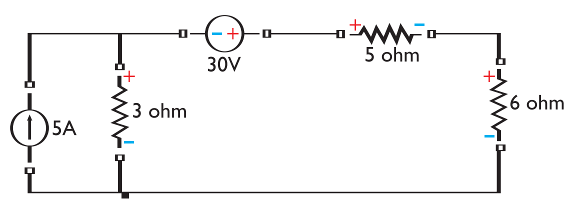
5. Şekildeki devredeki 20 ohm'luk direnç üzerinden geçen akım aşağıdakilerden hangisidir?

a. 12 A
b. 7 A
c. 5 A
d. 2 A
e. 1 A

6. Şekildeki devrede 40 ohm'luk direncin harcadığı güç aşağıdakilerden hangisidir?

a. 5450 W
b. 4550 W
c. 3240 W
d. 2750 W
e. 1800 W

7 ve 8 numaralı soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



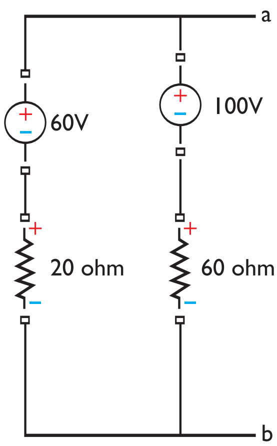
7. Şekildeki devredeki 6 ohm'luk yük direncine göre devrenin Thevenin gerilim değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a. 90 V
b. 78 V
c. 56 V
d. 45 V
e. 30 V

8. Şekildeki devredeki 6 ohm'luk yük direncine göre devrenin Thevenin direnç değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a. 25 ohm
b. 20 ohm
c. 15 ohm
d. 12 ohm
e. 8 ohm

9 ve 10 numaralı soruları, aşağıdaki verilen devreye göre cevaplandırınız.



9. Şekildeki devrede a - b noktaları arasına 55 ohm'luk direnç bağlanırsa direncin üzerinden geçen akım değeri aşağıdakilerden hangisidir?

a. 1 A
b. 2 A
c. 3 A
d. 4 A
e. 5 A

10. Şekildeki devrede a - b noktaları arasına 55 ohm'luk direnç bağlanırsa direncin harcadığı güç değeri aşağıdakilerden hangisidir?

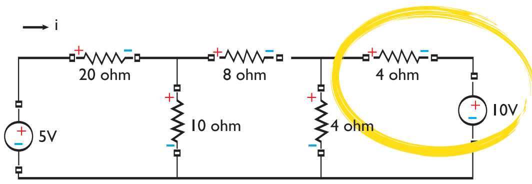
a. 15 W
b. 25 W
c. 30 W
d. 40 W
e. 55 W

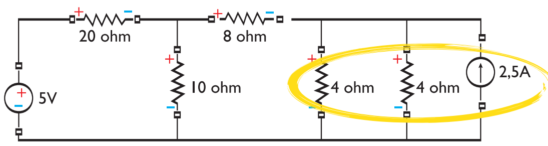
Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

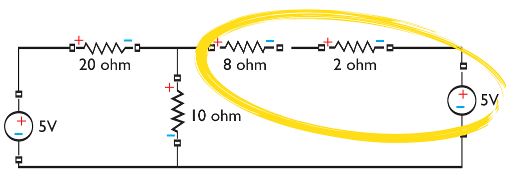
1. a	Yanıtınız yanlış ise "Kaynak Dönüştürme Metodu" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c	Yanıtınız yanlış ise "Kaynak Dönüştürme Metodu" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. c	Yanıtınız yanlış ise "Maksimum Güç Aktarımı" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. a	Yanıtınız yanlış ise "Maksimum Güç Aktarımı" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d	Yanıtınız yanlış ise "Süperpozisyon Teoremi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. c	Yanıtınız yanlış ise "Süperpozisyon Teoremi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. d	Yanıtınız yanlış ise "Thevenin Teoremi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. e	Yanıtınız yanlış ise "Thevenin Teoremi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. a	Yanıtınız yanlış ise "Norton Teoremi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. e	Yanıtınız yanlış ise "Norton Teoremi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

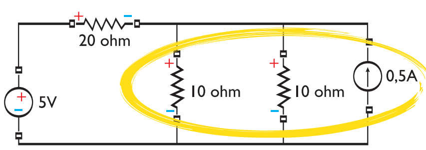
Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

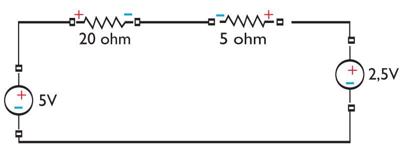
Sıra Sizde 1





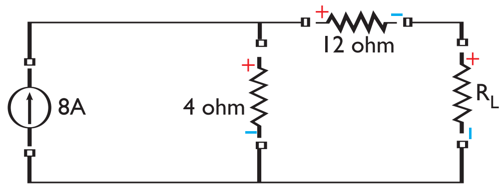


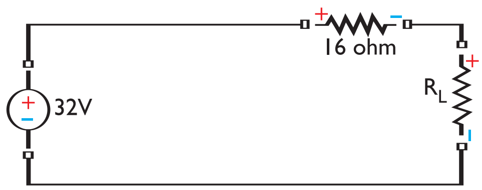




$$i = \frac{5-2.5}{25} = \frac{2.5}{250} = 0.1\ \text{A}$$

Sıra Sizde 2





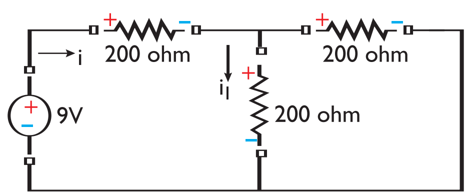
$$R_L = R_S = 16\ \text{ohm}$$

$$i = \frac{32}{16+R_L} = \frac{32}{32} = 1\ \text{A}$$

$$P = i^2 \times R = 1 \times 16 = 16\ \text{W}$$

Sıra Sizde 3

9V'luk gerilim kaynağının devreye etkisinin hesaplanabilmesi için diğer gerilim kaynağı kısa devre yapılır.



Burada, eşdeğer direnç 300 ohm olarak görülmektedir. Bu durumda ana koldan geçen akım,

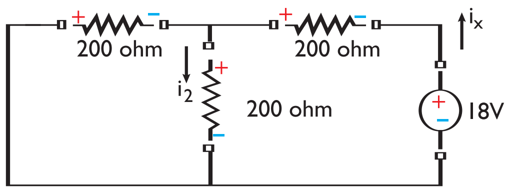
$$i = \frac{9}{300} = 0.03\ \text{A}$$

olarak hesaplanır. Buradan akım paylaşımı yapılırsa,

$$i = \frac{100}{200} 0.03 = 0.015\ \text{A}$$

olarak hesaplanır.

18V'luk gerilim kaynağının devreye etkisinin hesaplanabilmesi için diğer gerilim kaynağı kısa devre edilir.



Burada, eşdeğer direnç 300 ohm olarak görülmektedir. Bu durumda ana koldan geçen akım,

$$i_x = \frac{18}{300} = 0.06 \text{ A}$$

olarak hesaplanır. Buradan akım paylaşımı yapılırsa,

$$i_2 = \frac{100}{200} 0.06 = 0.03 \text{ A}$$

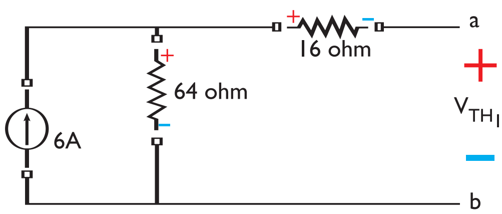
olarak hesaplanır. Buradan toplam etki aşağıdaki gibi hesaplanır:

$i = i_1 + i_2 = 0.015 + 0.03 = 0.045$ A

Sıra Sizde 4

V_{TH}'ın bulunabilmesi için Süperpozisyon Teoremi kullanılarak her bir güç kaynağının V_{TH}'a olan etkisi hesaplanır.

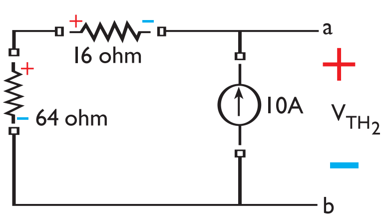
6 A'lık akım kaynağının V_{TH}'a etkisi Süperpozisyon Teoremi'ne göre açık/kısa devre yapılarak hesaplanır.



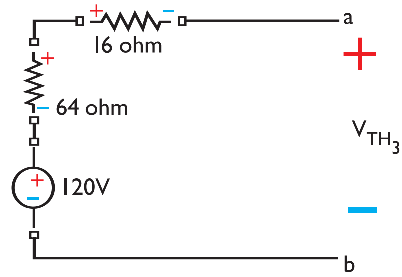
$V_{TH1} = 6(64) = 384$ V

10 A'lık akım kaynağının V_{TH}'a etkisi yine Süperpozisyon Teoremi kullanılarak hesaplanır.

$V_{TH2} = 10(64+16) = 800$ V



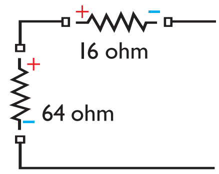
120 V'lik gerilim kaynağının V_{TH}'a etkisi yine Süperpozisyon Teoremi kullanılarak hesaplanır.



$V_{TH3} = 120$ V

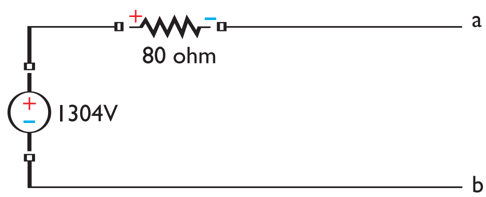
$V_{TH} = V_{TH1} + V_{TH2} + V_{TH3}$

$= 384 + 800 + 120 = 1304$ V



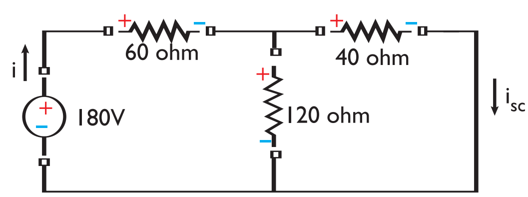
$R_{TH} = 64 + 16 = 80$ ohm

Thevenin eşdeğer devresi şekildeki gibidir.



Sıra Sizde 5

a-b uçları kısa devre yapılarak i_{sc} bulunmalıdır. Önce i hesaplanmalıdır.



$$R_{eş} = 60 + \left(\frac{120(40)}{160} \right) = 90 \text{ ohm}$$

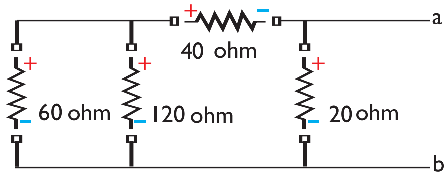
Buradan ana koldan geçen i akımı,

$$i = \frac{180}{90} = 2 \text{ A}$$

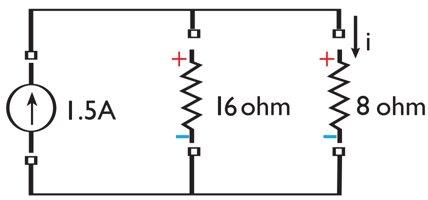
olarak hesaplanır. Buradan akım paylaşımı yapılırsa,

$$i_{sc} = \frac{120}{160} 2 = 1.5 \text{ A}$$

olarak hesaplanır.



$$R_1 = \frac{60(120)}{180} = 40 \text{ ohm}$$
$$R_2 = R_1 + 40 = 40 + 40 = 80 \text{ ohm}$$
$$R_N = \frac{R_2(20)}{R_2 + 20} = \frac{(80)(20)}{80 + 20} = 16 \text{ ohm}$$



$$i = \frac{16}{24} 1.5 = 1A$$
$$P = i^2 R = 8 \text{ W}$$
$$V = iR = 8V$$

Yararlanılan Kaynaklar

Ferikoğlu, A. (2005), **Çözümleriyle Devre ve Sistem Analizi Problemleri,** Sakarya Kitabevi Yayınları

Nasar, S. A. (1989), **Schaum's 3000 Solved Problems in Electric Circuits,** McGraw-Hill Book Company

Aydemir, T., Nakiboğlu, C. (1999), **Schaum's Outlines Elektrik Devreleri,** Nobel Yayınları

Ünal, A., Özenç, S. (2005), **Çözümlü Elektrik Devre Problemleri,** Birsen Yayınevi

Selek, H. S. (2007), **Meslek Yüksekokulları ve Fakülteler için Doğru Akım (DC) Devre Analizi,** Seçkin Yayıncılık

Hayt, W. H., Kemmerly, J. E. (2006), **Engineering Circuit Analysis,** McGraw - Hill Book Company

Nilsson, J. W., Riedel, S. A. (2005), **Electric Circuits,** Prentice-Hall

www.wikipedia.org

DEVRE ANALİZİ

5

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- Kondansatörün işlevini, çalışma prensibini ve tiplerini ifade edebilecek,
- Bobinin işlevini, çalışma prensibini ve tiplerini ifade edebilecek,
- Kondansatörün kullanım alanlarını ifade edebilecek ve yorumlayabilecek,
- Bobinin kullanım alanlarını ifade edebilecek ve yorumlayabilecek

bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Kondansatör
- Bobin
- Elektrostatik
- Manyetik alan
- Kapasitif reaktans
- İndüktif reaktans

İçindekiler

Kondansatör ve Bobin

GİRİŞ

Kondansatör ve bobin elektrik ve elektronik devrelerin vazgeçilmez elemanlarıdır. Bu iki pasif devre elemanı enerji depolar ve depo ettikleri enerjiyi devreye verir. Bu noktada bobin ve kondansatör ideal kaynaklardan farklı olarak sağladıkları ortalama gücü sonsuz bir zaman aralığında sürdüremez. Doğrusal devre elemanı olarak ele alınmakla beraber bu iki elemanın akım - gerilim ilişkisi zamana bağlıdır ve bu özellikleri ile çok sayıda devrede kullanılmaktadır. Sığa ve indüktans değerleri büyük olduğunda devrenin davranışında baskın özellik gösterir.

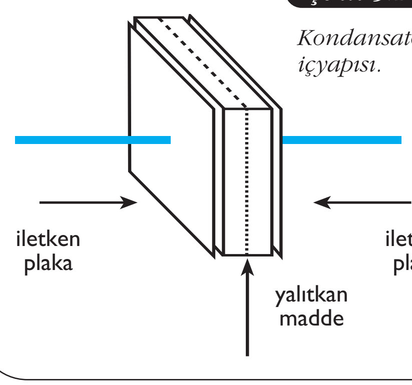
Kondansatör ve bobinin içyapısının, işlevinin ve karakteristiklerinin iyi bilinmesi devre analizinde çok önemlidir. Bu bölümde ilk olarak kondansatör hakkında bilgi verilmiştir. Kondansatör konusunun ilk bölümünde kondansatörün içyapısı, doğru akım ve alternatif akımda davranışı ile kondansatörün seri, paralel ve karışık bağlanmasından bahsedilmiştir. Ardından kondansatör tipleri konusuna değinilmiştir. Bölümün son konusu ise kondansatörün kullanım alanlarıdır. Bu bölümde kondansatörün içyapısı ve karakteristiklerinden yola çıkılarak genel olarak kondansatörün kullanım alanları gruplandırılmış ve bu kullanım alanlarına ilişkin örneklere yer verilmiştir.

Bu bölümün ikinci konusu bobindir. Öncelikle bobinin içyapısı, bobinin doğru akım ve alternatif akımda davranışı ile bobinlerin seri, paralel ve karışık bağlanmasından bahsedilmiş, ardından bobin tipleri konusuna değinilmiştir. Bobinin kullanım alanları bu bölümün son konusudur. İlgili bölümde bobinin içyapısı ve karakteristiklerinden yola çıkılarak genel olarak bobinlerin kullanım alanları gruplandırılmış ve bu kullanım alanlarına ilişkin örneklere yer verilmiştir.

KONDANSATÖR

Kondansatör iki iletken plaka arasına bir yalıtkan malzeme konarak elde edilen ve elektrik enerjisini elektrostatik enerji olarak depolamaya yarayan pasif devre elemanıdır. "Kapasite", "kapasitör", "sığaç", "megefe" gibi isimlerle de anılır. İletken plakalara "armatür" veya "levha", yalıtkan malzemeye "dielektrik malzeme" adı verilir. Dielektrik malzeme olarak katı, sıvı ya da gaz kullanılabilir. Kondansatörde kullanılan dielektrik malzemeye örnek olarak hava, mika, seramik, yağ ve mumlu kâğıt gibi maddeler verilebilir. Şekil 5.1'de kondansatörün içyapısı, Şekil 5.2'de kondansatörün sembolü ve Şekil 5.3'de örnek kondansatörler görülmektedir.

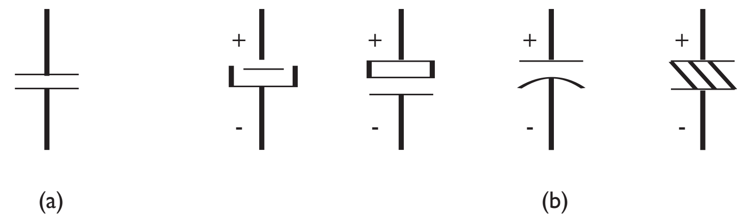
Şekil 5.1



Kondansatörün içyapısı.

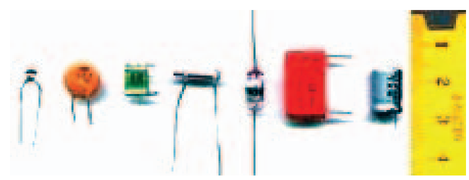
Şekil 5.2

(a) Kutupsuz kondansatör sembolü.
(b) Kutuplu kondansatör sembolü.



Şekil 5.3

Örnek kondansatör resimleri.



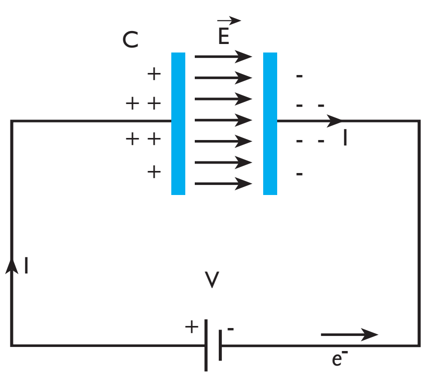
Kondansatörde Elektrik Enerjisinin Elektrostatik Enerji Olarak Depolanması

Kondansatör; doğru akım (DC) ve alternatif akım (AC) devrelerinde farklı karakteristik gösterir. Bununla birlikte kondansatöre bir elektrik enerjisi uygulandığında çalışma prensibi temeldir ve değişmez. Dolayısıyla bu bölümde kondansatörün çalışma prensibinin kolay anlaşılması için kondansatöre DC uygulandığı durum ele alınmıştır.

Şekil 5.4'de görüldüğü gibi kondansatöre DC uygulanmış olsun. Elektrik enerjisi uygulanmadan önce kondansatör nötrdür. Bu durum plakaların elektrik yükü ile yüklenmemiş olması demektir. Kondansatöre elektrik enerjisi uygulandığında elektrik kaynağının pozitif kutbu elektronları çekmeye, negatif kutbu ise elektronları itmeye başlar. Bu esnada elektronlar hareket etmekte, yani akım akışı gerçekleşmektedir. Kondansatörün ortasında bulunan yalıtkan malzeme üzerinden akım geçmez. Elektronlarını kaybeden plaka pozitif elektrik yükü ile elektron kazanan plaka ise negatif elektrik yükü ile yüklenir. Plakalar, kondansatörün kapasitesi doluncaya kadar yüklenmeye devam eder. Plakalar dolunca akım akışı durur. Bu şekilde yüklenen plakalarda potansiyel fark meydana geldiğinden, kondansatörde elektrostatik enerji yüklenmiş olur. Bu duruma "kondansatörün şarjı" denir. Şarj kelimesi Türkçede "yükleme" ya da "doldurma" anlamlarına karşılık gelmektedir. Elektrik kaynağı devreden çıkarıldığında kondansatör sahip olduğu elektrostatik enerjiyi elektrik enerjisi olarak devreye verir. Bu duruma "kondansatörün deşarjı" ya da "kondansatörün boşalması" denir. Bu sırada geçen akım devrede üreteç bağlı iken geçen akım ile zıt yönlüdür.

Şekil 5.4

Kondansatörün şarjı.



Kondansatörün elektrik yükü yüklenebilme yeteneğine *kapasite* ya da *sığa* denir. C ile gösterilir. Kondansatör kapasite birimi Farad (F)'dır. SI birim sisteminde 1 Farad, 1 Coulomb'luk elektrik yüklendiğinde kutupları arasında 1 Voltluk bir potansiyel farkı oluşturan bir kondansatörün kapasitesidir. Dolayısıyla 1 Farad, 1 Coulomb/Volt'a eşittir. C kondansatörün kapasitesini, Q elektrik yükünü ve V potansiyel farkı göstermek üzere kapasitenin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$C = \frac{Q}{V} \tag{5.1}$$

Bu eşitlikten hareketle, kondansatörün plakalarına yüklenen elektrik yükü (5.2) eşitliği ile belirlenir:

$$Q = C.V \tag{5.2}$$

ÖRNEK 1

1 Coulomb'luk elektrik yükü yüklendiğinde plakaları arasında 20 Volt'luk bir potansiyel fark meydana gelen kondansatörün kapasitesi ne kadardır?

Çözüm 1:

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = \frac{1}{20} = 0.5\,F$$

Sığa birimi Farad'ın üskatları yoktur, askatları vardır:
1 miliFarad (mF) = 10^{-3} F
1 mikroFarad (μF) = 10^{-6} F
1 nanoFarad (nF) =10^{-9} F
1 pikoFarad (pF) =10^{-12} F

ÖRNEK 2

470 μF kaç mF eder?

Çözüm 2:
0.47 mF

SIRA SİZDE 1

Kapasitesi 50 μF olan bir kondansatörün plakaları arasında 100 V'luk potansiyel fark ölçülmüştür. Kondansatörün plakalarına depolanan elektrik yükünü hesaplayınız.

Kondansatörün DC Analizi

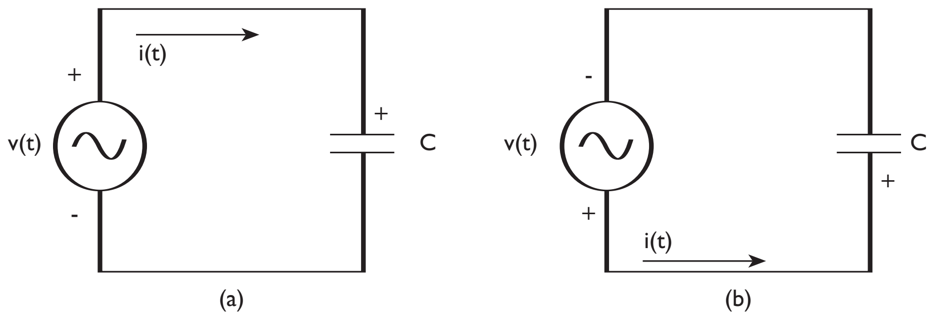
Doğru akımın (DC) uygulandığı bir kondansatör devresinde kondansatör tamamen doluncaya kadar akım geçişi olur. Kondansatör başlangıçta çok hızlı bir şekilde elektrik yükü ile yüklenir. Elektronlar biriktikçe yeni elektronların hareketi zorlaşır. Kondansatör zamanla azalan bir şekilde yüklenmeye devam eder. Akım geçişi giderek yavaşlar ve kondansatör elektrik yükü ile tamamen dolduğunda akım akışı durur. Akım akışı durduktan sonra kondansatör açık devre özelliği gösterir. Devreden akım geçmez. Kondansatör bu şekilde elektrik enerjisini elektrostatik enerji olarak depo etmiş olur.

Kondansatörün AC Analizi

Alternatif gerilimin yönü ve genliği sürekli değiştiğinden alternatif gerilim uygulanan kondansatörde depolanan elektrik yükü ve dolayısıyla kondansatörün uçları arasındaki potansiyel fark da sürekli değişim halinde olacaktır. Kondansatör sürekli dolacak ve boşalacaktır. Kondansatör bu dolup boşalma hareketini alternatif akımın frekans sıklığında gerçekleştirir. Dolayısıyla devrede sürekli akım akışı vardır.

Şekil 5.5

(a) Pozitif alternansta akım yönü. (b) Negatif alternansta akım yönü.



Alternatif akım devresinde kondansatör, akım geçişine karşı bir engel oluşturmaz, ancak bir direnç gösterir. Kondansatörün alternatif akıma karşı gösterdiği bu direnç, omik dirençten farklıdır. Omik dirençte, gerilim farkı ile akım arasında direnç değeri kadar bir oran söz konusudur. Kondansatörün alternatif akıma karşı gösterdiği bu zorluk *kapasitif reaktans* olarak isimlendirilir. Kapasitif reaktans X_C ile gösterilir, birimi dirençle aynı olup Ohm'dur. C kondansatörün Farad biriminde kapasitesini f uygulanan gerilimin Hertz biriminde frekansını göstermek üzere kapasitif reaktans formülü aşağıda verilmiştir.

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \tag{5.3}$$

Formülden de görüldüğü gibi kapasitif reaktans, uygulanan gerilimin frekansı ve kondansatörün kapasitesi ile ters orantılı olarak değişmektedir. Frekans ya da kondansatörün kapasitesi arttıkça kapasitif reaktans azalır. Frekans ya da kondansatörün kapasitesinin azalması durumunda ise kapasitif reaktans artar.

ÖRNEK 3

Efektif gerilim değeri 100 V ve frekansı 60 Hz olan sinüzoidal alternatif gerilime 30 nF'lık bir kondansatör bağlanmıştır. Kondansatörün kapasitif reaktansını hesaplayınız.

Çözüm 3:

$$X_C = \frac{1}{2(3.14)(60)(30.10^{-9})}$$

$$X_C = \frac{10^7}{2(3.14)18}$$

$X_C \cong 88464\ \Omega$

$X_C \cong 88.464\ \mathrm{k}\Omega$

SIRA SİZDE 2

Zamana bağlı gerilim ifadesi $V = 5\sqrt{2}\sin 100\pi t$ olan bir alternatif akım kaynağına 100 pF'lık bir kondansatör bağlanmıştır. Kondansatörün kapasitif reaktansını hesaplayınız.

DİKKAT

Kondansatörün doğru akım ve alternatif akımdaki davranışı farklıdır. Devre analizinde bu konuya dikkat edilmelidir.

Kondansatörün Kapasitesine Etki Eden Faktörler

Kondansatörler düzlemsel, silindirik ve küresel olmak üzere farklı yapılarda üretilir. Kondansatörlerin kapasitesine genel olarak, kullanılan plaka/plakaların yüzey alanı, yalıtkan malzemenin dielektrik katsayısı ve plakalar arasındaki mesafe etki etmektedir. Aşağıda düzlemsel ve silindirik kondansatörlerin kapasite formülleri verilmiştir. Küresel yapıda kondansatörler sıklıkla kullanılmadığından burada değinilmemiştir.

Düzlemsel kondansatörün kapasitesi aşağıdaki formül ile belirlenir.

$$C = 8.85(10^{-12})\varepsilon_r \frac{A(n-1)}{d} \qquad (5.4)$$

Formülde tanımlamalar aşağıdaki gibidir.

C: Kondansatörün kapasitesi (F)

ε_r: Plakalar arasında kullanılan yalıtkan malzemenin bağıl dielektrik (yalıtkanlık) katsayısı (F/m)

A: Tek plaka yüzey alanı (m^2)

n: Plaka sayısı

d: Plakalar arası mesafe (m)

Formülden de görüldüğü üzere düzlemsel kondansatörün kapasitesi; yalıtkan malzemenin dielektrik katsayısı, plaka/plakaların yüzey alanı ve plaka sayısı ile doğru, plakalar arası mesafe ile ters orantılıdır. Kondansatörde 2'den fazla plaka da kullanılabilir. Bunun amacı kondansatörün kapasitesini artırmaktır. Bunun dışında kapasiteyi artırmak için dalgalı şekilde imal edilmiş iletken plakalar kullanılır. Kondansatörün kapasitesini artırmanın bir diğer yolu da plakalar arası mesafeyi mümkün olduğunca küçültmektir.

(5.4) formülünde yer alan $8.85(10^{-12})$ katsayısı *boşluğun dielektrik sabiti*dir. ε_0 ile gösterilir. Hesaplamalarda kolaylık olması açısından bir malzemenin dielektrik katsayısı, boşluğun dielektrik katsayısına oranlanır ve elde edilen yeni katsayı *bağıl dielektrik katsayısı* olarak isimlendirilir. Bağıl dielektrik katsayısı ε_r ile gösterilir. Bu durumda bağıl dielektrik katsayısı verilen bir malzemenin dielektrik katsayısı (ε), aşağıdaki formül ile belirlenir.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \qquad (5.5)$$

Silindirik kondansatörler ise, aralarında yalıtkan malzeme olan iki metal tabakanın iç içe yerleştirilmesi suretiyle elde edilir. Yüksek gerilim hatları buna bir örnektir. Silindirik yapılı bir kondansatörün kapasitesi aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$C = 8.85(10^{-12})\varepsilon_r \frac{2\pi l}{\ln(r_2 / r_1)} \qquad (5.6)$$

Formülde tanımlamalar şu şekildedir:

C: Kondansatörün kapasitesi (F)

ε_r: Plakalar arasında kullanılan yalıtkan malzemenin bağıl dielektrik (yalıtkanlık) katsayısı (F/m)

l: Silindir yüksekliği (uzunluğu) (m)

r_2: Dış silindirin yarıçapı (m)

r_1: İç silindirin yarıçapı (m)

ÖRNEK 4

Bir plaka yüzeyi 5 cm^2 olan 4 plakadan oluşan plakalar arası mesafenin 1 mm olduğu havalı düzlemsel bir kondansatörün kapasitesi nedir? (Havanın bağıl dielektrik katsayısı 1'dir)

Çözüm 4:

$$C = 8.85(10^{-12})(1)\frac{5(10^{-4})(4-1)}{1(10^{-3})}$$

C = 13.275 $(10^{-12})F$

SIRA SİZDE 3

Düzlemsel bir kondansatörün kapasitesini artırmak için neler yapılmalıdır?

Kondansatör Seçiminde Önemli Karakteristikler

Bir devrede kullanılacak kondansatörün seçiminde aşağıdaki karakteristikler dikkate alınır:

- Kondansatörün kapasitesi
- Kondansatörün dayanma gerilimi
- Kondansatörde kullanılan yalıtkanın cinsi

Kondansatörün kapasitesi ile dayanma gerilimi kondansatör üzerinde belirtilir. Örneğin üzerinde 22 µF 10 V yazan bir kondansatörün kapasitesi 22 µF ve dayanma gerilimi 10 V'tur. Düşük kapasiteli veya düşük dayanma gerilimine sahip bir kondansatörün devrede kullanılması; devrenin doğru çalışmamasına, kondansatörün ve hatta devrenin ya da kullanılan diğer elemanların zarar görmesine neden olabilir. Kullanılan yalıtkanın cinsi kondansatörün kapasitesine ve dayanma gerilimine doğrudan etki eder. Bu nedenle devrelerde bu karakteristikler dikkate alınarak gereksinime uygun olan kondansatörün kullanılması gerekir.

Kondansatöre uygulanacak gerilim kondansatörün dayanma geriliminden fazla olamaz. Kondansatörün dayanma gerilimi DC'de kondansatörün uçlarına uygulanan gerilim değerinden daha fazla olmalıdır. Kondansatörün AC'de kullanılması durumunda ise kondansatörün dayanma gerilimi kondansatöre uygulanan AC gerilimin tepe değerinden (V_m) daha fazla olmalıdır. Devrede kondansatör uçlarına uygulanacak gerilime eşit dayanma gerilimine sahip bir kondansatör kullanılması durumunda besleme geriliminde meydana gelebilecek dalgalanmalar kondansatörün patlamasına neden olur.

Örneğin 12 V DC gerilim ile çalışan bir devrede dayanma gerilimi 12 V'dan daha fazla olan bir kondansatör kullanılması gerekir. Bu devrede daha düşük dayanma gerilimine sahip bir kondansatör kullanmak uygun değildir.

ÖRNEK 5

10 V etkin değerli bir alternatif akım devresinde kullanılmak istenen kondansatörün dayanma gerilimi en az ne olmalıdır?

Çözüm 5:

Etkin değeri verilen bir alternatif akımın V_m değeri aşağıdaki eşitlik ile belirlenir:

$V_m = 1.41(V_{eff})$

Buna göre kondansatörün dayanma gerilimi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$V_c = 1.41(10) = 14.1$ V

Elde edilen bu sonuca göre kondansatörün dayanma gerilimi en az 14.1 V olmalıdır. Besleme geriliminde meydana gelebilecek dalgalanmalar dikkate alındığında dayanma gerilimi bu değerden daha fazla olan bir kondansatör kullanılmalıdır.

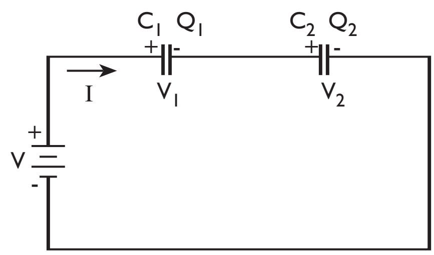
Kondansatörlerin Seri, Paralel ve Karışık Bağlanması

Tıpkı dirençlerde olduğu gibi kondansatörler de seri, paralel veya karışık (seri-paralel) bağlanabilir.

Kondansatörlerin Seri Bağlanması

Kondansatörler seri bağlandığında devredeki kondansatörler üzerinden aynı akım (*I*) geçer. Bunun yanında, seri devrelerde her bir direnç üzerine düşen gerilimin toplamı kaynak gerilimine eşittir. Buradan hareketle Şekil 5.6'daki devre için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir. Devrede V_1, C_1 kondansatörü üzerine düşen gerilimi, V_2, C_2 kondansatörü üzerine düşen gerilimi göstermektedir.

Şekil 5.6



Seri bağlı kondansatör devresi.

Seri bağlı kondansatörlerden aynı şiddette akım geçer:

$$I = I_1 = I_2 \tag{5.7}$$

Seri bağlı kondansatörlerin yükleri birbirine eşittir:

$$Q = Q_1 = Q_2 \tag{5.8}$$

Seri bağlı kondansatörlerin gerilimleri toplamı kaynak gerilimine eşittir:

$$V = V_1 + V_2 \tag{5.9}$$

(5.1) eşitliğinden

$$V = \frac{Q}{C} \tag{5.10}$$

elde edilir. Devrenin toplam kapasitesi $C_{eş}$ olsun. V, V_1 ve V_2 (5.9) eşitliğine göre yeniden yazılırsa,

$$\frac{Q}{C_{eş}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \tag{5.11}$$

elde edilir. (5.11)'de Q'lar sadeleştirildiğinde aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{5.12}$$

Yukarıdaki işlemlere göre n sayıda seri bağlı kondansatör devresinde eşdeğer sığa ($C_{eş}$) aşağıdaki eşitlik ile hesaplanır.

$$\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n} \tag{5.13}$$

ÖRNEK 6 *20 mF, 100 mF ve 100 μF'lık kondansatörler seri olarak bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer sığasını hesaplayınız.*

Çözüm 6:

$$\frac{1}{C_{eş}}=\frac{1}{20.10^{-3}}+\frac{1}{100.10^{-3}}+\frac{1}{100.10^{-6}}$$

$$\frac{1}{C_{eş}}=\frac{1000}{20}+\frac{1000}{100}+\frac{1000000}{100}$$

$$\frac{1}{C_{eş}}=50+10+10000$$

$$\frac{1}{C_{eş}}=10060$$

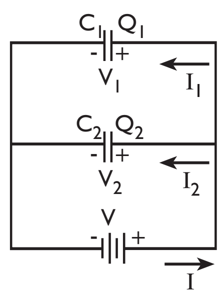
$$C_{eş}=\frac{1}{10060}$$

$C_{eş}$ = 9.94 (10^{-5}) F

$C_{eş}$ = 99.4 μF

Şekil 5.7

Paralel bağlı kondansatör devresi.



Kondansatörlerin Paralel Bağlanması

Kondansatörler paralel bağlandığında her bir kondansatörün uçlarındaki gerilim, devreye uygulanan gerilime (V) eşittir. Bunun yanında devrenin toplam akımı, her bir kondansatör üzerinden geçen akımların toplamına eşittir. Buradan hareketle Şekil 5.7'deki devre için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

Paralel bağlı kondansatörlerin uçlarında aynı potansiyel fark vardır:

$$V = V_1 = V_2 \tag{5.14}$$

Paralel bağlı kondansatörlerden geçen akımların toplamı devre akımına eşittir:

$$I = I_1 + I_2 \tag{5.15}$$

Elektrik yükü, (5.16) eşitliği ile hesaplanır.

$$Q = I.t \tag{5.16}$$

(5.15) ve (5.16) eşitliklerinden yola çıkılarak devrenin eşdeğer elektrik yükü için aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$Q_{eş} = Q_1 + Q_2 \tag{5.17}$$

Şekil 5.7 devresi için devrenin toplam kapasitesi $C_{eş}$ olmak üzere Q = CV eşitliği kullanılarık (5.17) eşitliği yeniden düzenlenirse,

$$VC_{eş} = VC_1 + VC_2 \tag{5.18}$$

elde edilir. V'ler sadeleştirildiğinde $C_{eş}$ için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$C_{eş} = C_1 + C_2 \tag{5.19}$$

Yukarıdaki işlemlere göre n sayıda paralel bağlı kondansatör devresinde eşdeğer sığa aşağıdaki eşitlik ile hesaplanır.

$$C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots\ldots + C_n \qquad (5.20)$$

ÖRNEK 7

5 mF, 100 µF ve 40 µF değerinde üç kondansatör paralel olarak bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer sığasını hesaplayınız.

Çözüm 7:

İlk olarak 5 mF'lık kondansatör de µF biriminden elde edilir. 5 mF = 5000 µF'dır.

$C_{eş}$ = 5000 + 100 + 40

$C_{eş}$ = 5140 µF

SIRA SİZDE 4

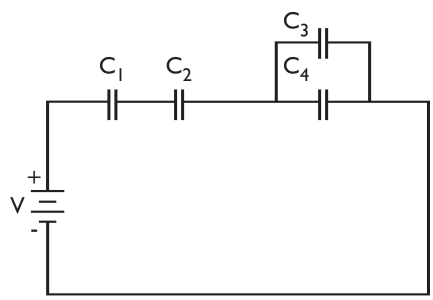
0.1 µF'lık 4 kondansatör paralel bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer sığasını hesaplayınız.

Kondansatörlerin Karışık Bağlanması

Karışık bağlı kondansatör devrelerinde her kondansatör grubu ayrı olarak ele alınır ve indirgeme yapılır. İndirgeme işlemine devre sadeleşene kadar devam edilir.

ÖRNEK 8

Şekildeki devrede $C_1 = C_2 = 6$ mF, $C_3 = 4$ mF ve $C_4 = 2$ mF ise devrenin eşdeğer sığasını hesaplayınız.



Çözüm 8:

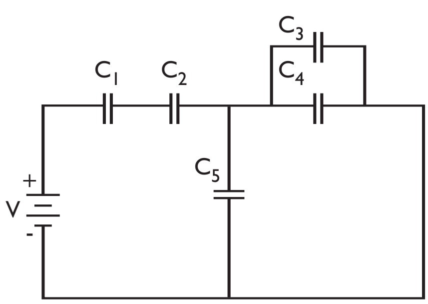
C_1 ve C_2 kondansatörleri seri bağlıdır. C_{12} = 3 mF

C_3 ve C_4 kondansatörleri paralel bağlıdır. C_{34} = 6 mF

C_{12}ve C_{34} kondansatörleri seri bağlıdır. $C_{eş} = C_{1234}$ = 2 mF

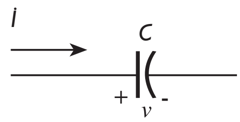
SIRA SİZDE 5

Şekildeki devrede $C_1 = C_2 = 6$ mF, $C_3 = 4$ mF, $C_4 = 2$ mF ve $C_5 = 3$ mF ise devrenin eşdeğer sığasını hesaplayınız.



Şekil 5.8

Bir kondansatör üzerinden geçen akım ve kondansatör gerilimi.



Kondansatörde Akım - Gerilim İlişkisi

Şekil 5.8'de kondansatör üzerinden geçen akım yönü ve kondansatör uçlarındaki gerilimin polariteleri görülmektedir.

Şekil 5.8'deki kondansatör üzerinden geçen akım eşitlik ile belirlenir.

$$i = C\frac{dV}{dt} \tag{5.21}$$

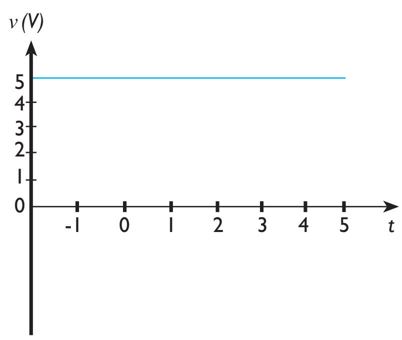
Eşitlikte *i* zamana göre değişen akımı, C kondansatörün kapasitesini, V kondansatör uçlarındaki gerilimi ve t zamanı gösterir. Bu eşitlik, akım akışının kondansatörün uçlarında gerilim değişimi olduğu sürece gerçekleşeceğini ifade etmektedir. Gerilimde bir değişim olmadığında akım akışı olmaz. Başlangıçta, yani kondansatör şarj olmadan önce kondansatörün uçlarında kaynak gerilimine eşit bir gerilim vardır. Kondansatör elektrik yükü ile yüklendikçe uçlarındaki gerilim sürekli değişir. Bu ana kadar devrede sürekli bir akım akışı söz konusudur. Kondansatör şarj olduğunda ise uçlarındaki gerilim sabit kalır dolayısıyla gerilim değişimi olmadığından akım akışı da olmaz. Bu eşitlik ile doğru akım uygulanan kondansatör devresinde akım akışının bir süre sonra duracağı, alternatif akım uygulanan kondansatör devresinde ise sürekli akım akışının olacağı sonucu bir kere daha matematiksel olarak ifade edilmiş olmaktadır.

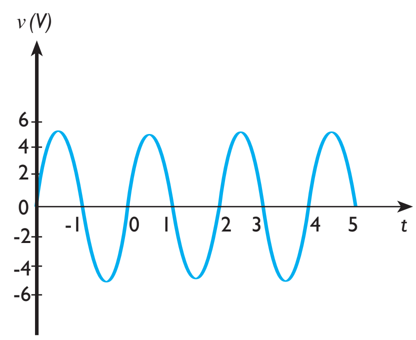
(5.21) eşitliğinin her iki tarafının integrali alındığında kondansatör üzerindeki gerilim elde edilir:

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt + V_c(0) \tag{5.22}$$

$V_c(0)$ kondansatör uçlarındaki başlangıç (t = 0 anındaki) gerilimini ifade etmektedir.

ÖRNEK 9 *Şekil 5.8'deki bir kondansatörün uçlarına aşağıdaki gerilimler uygulandığında kondansatörden geçen akım değişimi grafiğini çiziniz.*





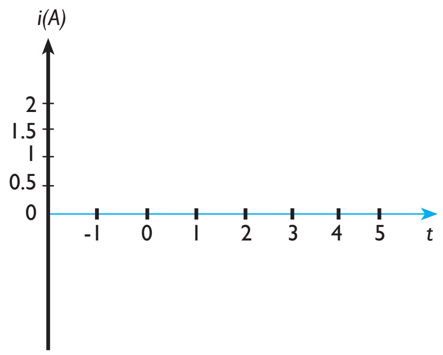
Çözüm 9:

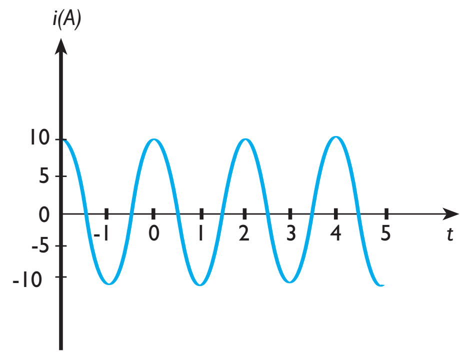
Kondansatörden geçen akım aşağıdaki eşitlik ile belirlenir.

$$i = C\frac{dV}{dt}$$

Kondansatör uçlarına dc gerilim uygulandığında gerilimin zamana göre değişimi söz konusu olmadığından eşitlikte yer alan $dv/dt = 0$ olur ve buna bağlı olarak kondansatör uçlarından geçen akım $i = 0\ A$ olur. Bu durum soldaki şekilde görülmektedir.

Kondansatör uçlarına sinüzoidal gerilim uygulandığında gerilim zamana göre değiştiğinden $dv/dt \neq 0$ 'dır. Zamana göre değişim, türev alınarak belirlenir. Sinüzoidal dalganın türevi kosinüs fonksiyonlu bir dalgadır. Bu durumda C = 2F'lık bir kondansatör için sağdaki şekil elde edilir.





Yüklü Bir Kondansatörün Sahip Olduğu Enerjinin Hesaplanması

Kondansatörü şarj eden V gerilimine 'şarj gerilimi' denir. Elektrik yükü (Q), sığa (C) ve uygulanan gerilim (V) arasında şu bağıntı vardır:

$$Q = C.V = I.t \qquad (5.23)$$

Şarj işlemi sonunda kondansatör, Q elektrik yüküyle yüklenmiş olur ve bir enerji (w_C) kazanır. Bu enerjinin hesaplanmasında aşağıdaki formül kullanılır. Birimi Joule'dür.

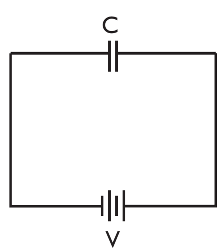
$$w_C = C\frac{V_C^2}{2} \qquad (5.24)$$

Güç ise şu şekildedir:

$$P = Vi = CV\frac{dV}{dt} \qquad (5.25)$$

ÖRNEK 10

Şekildeki devrede 22 μF'lık kondansatör 10 V'luk kaynak gerilimi ile şarj edilmiştir. Buna göre kondansatör üzerindeki enerjiyi hesaplayınız.



Çözüm 10:

$$w_C = C\frac{V_C^2}{2}$$

$$w_C = 22(10^{-6})\frac{10^2}{2}$$

w_C = 11 (10^{-4}) Joule

Kondansatör Çeşitleri

Kondansatörler kullanılan yalıtkan malzemeye ve kapasite değerine göre sınıflandırılır. Yalıtkan malzemeye göre sınıflandırmada kondansatör arada kullanılan yalıtkan malzemeye göre isim alır. Aşağıda bu sınıflandırmada yer alan kondansatör tiplerinden bazılarına yer verilmiştir.

- Seramik kondansatör
- Mika kondansatör
- Havalı kondansatör
- Yağlı kondansatör
- Kâğıtlı kondansatör
- Vakumlu kondansatör
- Camlı kondansatör
- Elektrolitik kondansatör

Yukarıda verilen kondansatörler arasında elektrolitik kondansatörler diğerlerinden farklı olduğundan bu bölümde elektrolitik kondansatörlere değinilmiştir. Elektrolitik kondansatörler kutupludur ve daha yüksek kapasiteye sahiptir. Kutuplar kondansatör üzerinde belirtilmiştir. Kondansatörlerin kapasitesini artırmanın bir yolu plakalar arasındaki mesafeyi azaltmaktır. Elektrolitik kondansatör bu yaklaşımla üretilmiş bir kondansatör çeşididir. Plakalar arasına elektrolit (iletken sıvı) veya elektrolit tabaka (süngerimsi bir malzemenin elektroliti absorbe etmesiyle elde edilir) yerleştirilir. Plakalardan biri ya da her ikisi ince bir oksit film ile kaplanır. Bu şekilde plakalar arasında yalıtım sağlanmış olur. Plakalara birer elektrot bağlanır. Oksitlenmiş plakaya bağlanan elektrot pozitif elektrot, gövdeyi oluşturan diğer plakaya bağlanan elektrot ise negatif elektrottur. Plakalar, oksit ve elektrolitten oluşan bu yapı bir kondansatör etkisi gösterir. Bu şekilde üretilen kondansatörün kapasitesi çok yüksektir ve *elektrolitik kondansatör* olarak isimlendirilir. Elektrolitik kondansatörler kutuplu olduğundan genellikle doğru gerilimde kullanılır. Ters gerilim bağlandığında yalıtkan malzeme görevi yapan oksit film bozulur ve kondansatörün patlamasına neden olur. Bunun yanında elektrolitik kondansatörler yüksek sızıntı akımı nedeniyle iyi kondansatör değildir. Elektrolit ısıdan dolayı kuruyabildiği için kullanım ömürleri kısa olmaktadır.

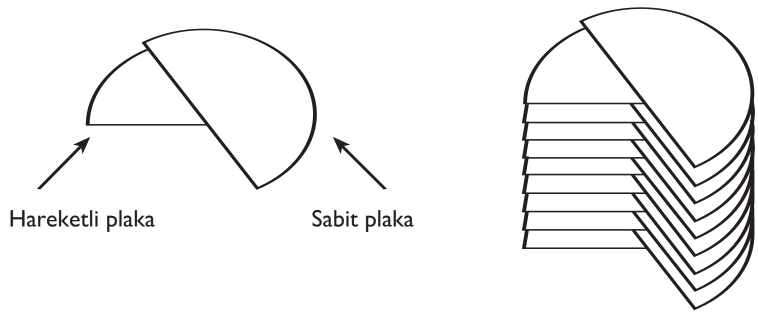
Kapasite değerine göre kondansatörler sabit ve değişken değerli kondansatör olmak üzere iki sınıfa ayrılır.

Sabit Değerli Kondansatörler

Kapasitesi kondansatörün üretim aşamasında belirlenen ve değiştirilemeyen kondansatörlerdir.

Değişken Değerli Kondansatörler

Değişken değerli kondansatörler ayarlı kondansatör olarak da isimlendirilir. Ayarlı kondansatörler, kapasite değeri belirlenen aralıklar arasında değiştirilebilen kondansatörlerdir. Şekil 5.9'da değişken tip bir kondansatörün içyapısı görülmektedir. Hareketli plaka açıldığında plakanın toplam etkin yüzey alanı artar. Böylece kondansatörün kapasitesi değişir. Sağdaki şekilde görüldüğü gibi 2'den fazla hareketli ve sabit plaka da kullanılabilir. Plakalar hareket ettirilerek plakaların yüzey alanı ve plakalar arası mesafeler değişir. Buna bağlı olarak da kondansatörün kapasitesi değişir.



Şekil 5.9

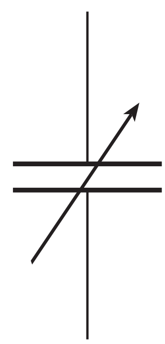
Değişken kondansatörün içyapısı. (Crowell, B., Light and Matter)

3 tip değişken değerli kondansatör mevcuttur.

- Varyabıl kondansatör
- Trimer kondansatör
- Varikap

Şekil 5.10

Varyabıl kondansatör sembolü.

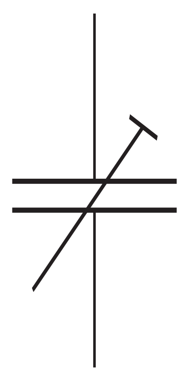


Varyabıl Kondansatör

Kapasitenin devamlı olarak değişmesi istenen devrelerde kullanılan ayarlı kondansatör tipidir. Birbirinden yalıtılmış iletken plakalardan biri hareketli, diğeri ise sabittir. Aynı zamanda çoklu kondansatör kullanılarak da oluşturulmaktadır. Çoklu kondansatörler paralel bağlanır. Bu kondansatörlerin birer plakası sabit olup, diğer plakaları bir mil ile döndürülebilmektedir. Şekil 5.10'da Varyabıl kondansatör sembolü görülmektedir.

Şekil 5.11

Trimer kondansatör sembolü.



Trimer Kondansatör

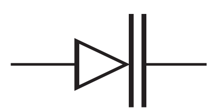
Kapasitenin devamlı olarak değişmesi istenmeyen devrelerde kullanılan ayarlı kondansatör tipidir. Trimer kondansatörün kapasite ayarı tornavida ile bir kez yapılır ve değiştirilmez. Şekil 5.11'de trimer kondansatör sembolü görülmektedir.

Varikap

Diğer kondansatör çeşitlerinden farklı olarak bu kondansatörler p ve n tipi yarı iletkenler kullanılarak elde edilir. Ters polarmada çalışır ve polarma geriliminin ayarlanması suretiyle geçiş bölgesi daraltılır ya da genişletilir. Ayarlı kondansatör olarak kullanılan diyotlardır. Gerilime bağlı kapasite değişikliği nedeniyle varaktör veya varikap adı verilmiştir. Şekil 5.12'de varikap sembolü görülmektedir.

Şekil 5.12

Varikap sembolü.



Kondansatörlerin Kullanım Alanları

Kondansatör içyapısı ve çalışma prensibine bağlı olarak değişen karakteristik özellikleri ile elektrik/elektronikte farklı amaçları yerine getirmede kullanılır. Kondansatörün kullanım alanlarını şekillendiren bu karakteristik özellikler ve örnek kullanım alanları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Kapasite değişimi
- Elektrik enerjisi depolama
- Devrede reaktif güç meydana gelmesi
- Kapasitif reaktansın frekansa bağlı olarak değişmesi
- Kondansatörün doğru akım ve alternatif akıma karşı davranışının farklı olması

Kapasite Değişimi

Kondansatörün kapasitesinin plakaların alanı, plakalar arası mesafe ve kullanılan yalıtkan malzemenin dielektrik katsayısına bağlı olarak değişmesi özelliğinden yararlanılarak fiziksel büyüklükler ölçülebilir. Ölçülmek istenen fiziksel büyüklük ile kondansatörün kapasitesini etkileyen faktörlerin ilişkilendirilmesi ile fiziksel büyüklüğün ölçümü gerçekleştirilir. Örneğin ivme, yer değiştirme, miktar ölçümü kondansatörün kapasitif etkisi ile ölçülebilen büyüklüklerden birkaçıdır. Kondansatörün bu alandaki kullanımına bir örnek olarak yakıt miktarı ölçümü verilebilir. Yakıt miktarının ölçümünde yakıt, kondansatörün dielektrik malzemesi görevini yapmaktadır. Yakıt seviyesindeki değişim dielektrik katsayısını dolayısıyla da kondansatörün kapasitesinin değişimine neden olur. Kapasitedeki bu değişimin ölçülmesi ile yakıt miktarı ölçülebilir.

Elektrik Enerjisi Depolama

Kondansatörün elektrik enerjisi depolayabilme özelliği gerilim değerinin katlanması istenen devrelerde kullanımını sağlar. Bunun en basit örneklerinden biri gerilim çoklayıcı devrelerdir.

Devrede Reaktif Güç Meydana Gelmesi

Alternatif akım devrelerinde kullanılan kondansatör akımın gerilimden daha ileride olması sebebiyle devrede reaktif güç ortaya çıkarır. Alternatif akım devrelerinde çekilen reaktif gücün azaltılması istenen durumlarda kondansatör kullanılır. Bu işlem "reaktif güç kompanzasyonu", "güç katsayısının düzeltilmesi" ya da "güç çarpanı düzeltmesi" olarak isimlendirilir.

Kapasitif Reaktansın Frekansa Bağlı Olarak Değişmesi

Kapasitif reaktansın frekansa bağlı olarak değişmesi nedeniyle kondansatör filtre devrelerinde kullanılır. Filtre devreleri istenmeyen frekans ya da frekans aralıklarındaki sinyallerin genliğini zayıflatarak çıkışa vermez. Kondansatör, filtre devrelerinde genellikle bobin ile birlikte kullanılır. Bunun için ayrılmak istenen frekans ya da frekans aralığına uygun kapasitede kondansatör ve bobin seçilmesi gerekir.

Kondansatörün Doğru Akım ve Alternatif Akıma Karşı Davranışının Farklı Olması

Kondansatör alternatif akım akışına izin verirken doğru akımda şarj olduktan sonra akım akışına izin vermemesi özelliği ile devrelerin ayrılmasında (decoupling) ya da devrelerin bağlanmasında (coupling) kullanılır. Örneğin devrenin çalışması için gereken elektrik enerjisi ile devrede işlenecek işaretin birbirinden ayrılması gerekir. Bu durumda kondansatör kullanılır. Devrelerin bağlanmasında da benzer şekilde kondansatör kullanılır. Örnek olarak çok katlı yükselteçler verilebilir. Bu devrelerde yükseltilecek işaretin bir yükseltme devresinden diğerine aktarılmasında kondansatör kullanılabilir.

BOBİN

Bobinlerin yapısına ve çalışmasına geçmeden önce aşağıdaki üç fizik kuralının bilinmesinde yarar vardır.

1. İletken bir tele elektrik akımı uygulandığında telin etrafında bir manyetik alan oluşur.

Elektrik ile manyetik alan arasındaki bu ilişki 1819 yılında Danimarkalı fizikçi ve kimyager Profesör Hans Christian Orsted tarafından bulunmuştur. Şayet iletken tele değişken elektrik akımı uygulanırsa tel etrafında değişken bir manyetik alan oluşur.

2. Değişken manyetik alan içinde bulunan bir iletken telin iki ucunda potansiyel fark meydana gelir yani tel üzerinde bir gerilim indüklenmesi olur. İndüklenen bu gerilim "elektromotor kuvveti", " indüksiyon gerilimi" "indüksiyon emk'sı" adını alır.

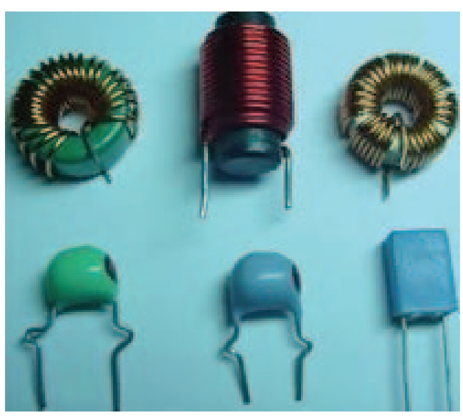
"Faraday'ın İndüksiyon Yasası" olarak bilinen bu yasa 1831 yılında Henry ve Faraday tarafından ispatlanmıştır. "İndüksiyon Yasası" olarak da bilinmektedir.

3. Değişken elektrik akım uygulanan tel etrafında oluşan değişken manyetik alanın tel üzerinde indüklediği gerilim, iletkene uygulanan değişken gerilime zıt yönlüdür. İndüklenen bu zıt yönlü elektromotor kuvveti (emk), zıt yönlü bir akım akışına sebep olur. Bu akım "indüksiyon akımı" olarak isimlendirilir.

Bu kanun Alman fizikçi Heinrich Friedrich Emil Lenz tarafından ortaya konmuştur. "Lenz Yasası" olarak isimlendirilmektedir. Bu yasa indüksiyon yasasının devamı niteliğindedir ve indüksiyon akımının yönü bu yasa ile belirlenir. Lenz Yasası'na göre indüksiyon emk'sının yönü halkadan geçen manyetik akı değişimine karşı koyacak yönde bir manyetik akı oluşturacak akımın yönüdür. Lenz Kanunu'na göre zıt emk, artmakta olan devre akımını azaltıcı, azalmakta olan devre akımını ise artırıcı yönde etki yapar.

Yukarıdaki fizik prensiplerine dayanarak çalışan bobin, izolasyonlu bir iletken telin yan yana ya da üst üste sarılması suretiyle elde edilir. Bobinin çalışması kısaca iletken bir tel halkadan geçen elektrik enerjisinin halka üzerinde manyetik enerji oluşturması, manyetik enerjinin de iletken bir tel üzerinde gerilim indüklemesi prensibine dayanır. Bobin aynı zamanda "endüktör", "indüktör", "self" ya da "akım makarası" olarak da bilinmektedir. Şekil 5.13'de bobin örnekleri görülmektedir.

Şekil 5.13



Örnek bobin resimleri.

Bobinin sarıldığı ortadaki yapı "nüve", "çekirdek" ya da "göbek" olarak isimlendirilir. Nüve olarak paramanyetik ya da ferromanyetik malzemeler kullanılır. Paramanyetik malzemeler manyetik çekme kuvvetine daha az cevap veren malzemelerdir. Paramanyetik malzemelere örnek olarak hava ve alüminyum verilebilir. Ferromanyetik malzemeler manyetik alan tarafından kuvvetle çekilen veya kolayca mıknatıslık özelliği kazanabilen malzemelerdir. Bu malzemelere örnek olarak demir, nikel, silisyumlu sac ve ferrit verilebilir. Ferrit, demir oksitli seramik malzemelerden oluşan kimyasal bileşiklerdir.

Bir bobinin manyetik alan içinde enerji depolama kapasitesi "indüktans" olarak isimlendirilir. Birimi Henry'dir. H ile gösterilir. Bobinden geçen akımın saniyede 1 Amper'lik değişimi, bobin üzerinde 1 Volt'luk indüklenmiş elektromanyetik kuvvet üretiyorsa bu bobinin indüktansı 1 Henry'dir. Henry'nin üskatları yoktur, askatları vardır:

1 miliHenry (mH) = 10^{-3} H
1 mikroHenry (μH) = 10^{-6} H
1 nanoHenry (nH) = 10^{-9} H
1 pikoHenry (pH) = 10^{-12} H

Bobinin İndüktansına Etki Eden Faktörler

İndüktansı etkileyen parametreler aşağıdaki gibidir:

- Tel kesiti
- Sarım sayısı
- Sarımlar arası aralık
- Sargı tipi
- Sargı katı sayısı
- Bobinin biçimi
- Bobinin çapı
- Nüvenin cinsi
- Uygulanan alternatif gerilimin frekansı

Sarım şekline göre farklı içyapılı bobinler mevcuttur. Bunlardan bazıları tek katmanlı silindirik nüveli bobin, çok katmanlı bobin, toroid nüveli (dairesel kesit alanlı) bobin şeklindedir. Bobinler nüve olarak kullanılan malzemeye göre de çeşitlilik göstermektedir. Örneğin nüve olarak hava kullanılmış ve bobin sargıları silindirik olarak sarılmış ise bu bobin "silindirik hava nüveli bobin" olarak isimlendirilmektedir. Farklı içyapılı bobinler için yukarıda sözü edilen parametreler farklı formüllerle bir araya gelerek indüktansı oluşturur. Aşağıda yaygın olarak kullanılan silindirik bobin için indüktans formülü verilmiştir.

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} \tag{5.26}$$

Formüldeki tanımlamalar şu şekildedir.

L: Endüktans (H)
μ: Nüve olarak kullanılan malzemenin manyetik geçirgenliği (H/m)
N: Sarım sayısı
A: Kesit alanı (m^2)
l: Sargı halindeki bobinin uzunluğu (m)

ÖRNEK 11

Sarım sayısı 20, nüvenin kesit alanı 5 cm^2 ve bobinin sarmal uzunluğu 0.05 m olan tek katmanlı silindirik hava nüveli bobinin indüktansı nedir? ($\mu_{hava} = 4\pi 10^{-7}$ H/m)

Çözüm 11:

$$L = \frac{4\pi(10^{-7})(20^2)5(10^{-4})}{0.05}$$

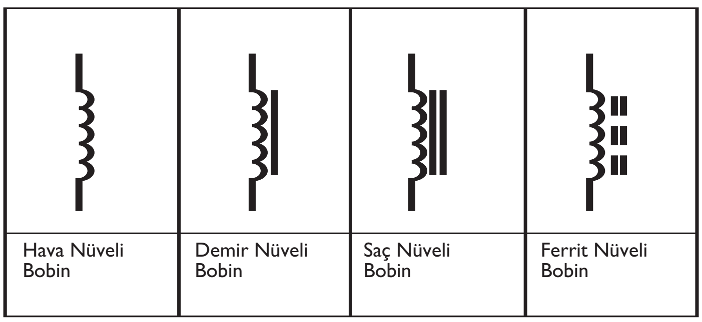
L = 5.02 μH

Bobin Çeşitleri

Bobinler genel olarak nüve olarak kullanılan malzemeye ve indüktans değerine göre sınıflandırılır. Aşağıda nüve olarak kullanılan malzemeye göre bobin çeşitlerine yer verilmiştir.

- Hava nüveli bobin
- Demir nüveli bobin
- Sac nüveli bobin
- Ferrit nüveli bobin

Nüve olarak kullanılan malzemeye göre farklı bobin sembolleri kullanılmaktadır. Şekil 5.14'de bobin sembolleri görülmektedir.

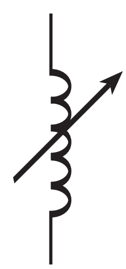


Şekil 5.14

Bobin sembolleri.

Ayarlı Bobin

İndüktansın devamlı olarak değişmesi istenen devrelerde kullanılan bobin tipidir. Şekil 5.15'te ayarlı bobin sembolü görülmektedir.

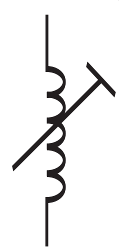


Şekil 5.15

Ayarlı bobin sembolü.

Trimer Ayarlı Bobin

İndüktansın devamlı olarak değişmesi istenmeyen devrelerde kullanılan bobin tipidir. Trimmer ayarlı bobinin indüktans ayarı tornavida ile bir kez yapılır. Ayar yapıldıktan sonra bobinin indüktansı değişmez. Şekil 5.16'da trimer ayarlı bobin sembolü görülmektedir.



Şekil 5.16

Trimer ayarlı bobin sembolü.

Bobinin DC Analizi

Doğru akımın uygulandığı bir devrede akım değişimi söz konusu olmadığından bobin üzerinde bir gerilim indüklemesi olmaz, bu tür devrelerde sadece bobin etrafında sabit bir manyetik alan oluşur. Bu alana yaklaştırılan demir, nikel gibi maddeler bobin tarafından çekilir. Kullanılan nüveye göre manyetik alanın çekim gücü değişir. DC devrelerde bobin omik bir direnç gösterir ve kısa devre gibi davranır.

Bobinin AC Analizi

Alternatif gerilimin uygulandığı devrelerde akımın yönü ve genliği sürekli değiştiği için bobin bu değişime ters yönde gerilim indükleyerek karşı koymaya çalışır. Bobinin alternatif akımda gösterdiği bu karşı koyma özelliği indüktif reaktans olarak isimlendirilir. İndüktif reaktans X_L ile gösterilir ve birimi Ohm'dur. L indüktansı ve f uygulanan gerilimin frekansını göstermek üzere indüktif reaktans aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$X_L = 2\pi fL \tag{5.27}$$

İndüktif reaktans, eşitlikten de görüldüğü üzere bobinin indüktansı ve gerilimin frekansı ile doğru orantılı olarak değişir. Bobinin alternatif akıma karşı gösterdiği zorluk akımın gerilimden geri kalmasına sebep olur.

ÖRNEK 12

İndüktansı 5 mF olan bir bobin 200 V 60Hz'lik bir şebekeye bağlanmıştır. Bobinin indüktif reaktansını hesaplayınız.

Çözüm 12:

$X_L = 2\pi fL$

$X_L = 2\ (3.14)\ 60\ (5)\ (10^{-3})$

$X_L = 1.884\ \Omega$

SIRA SİZDE 6

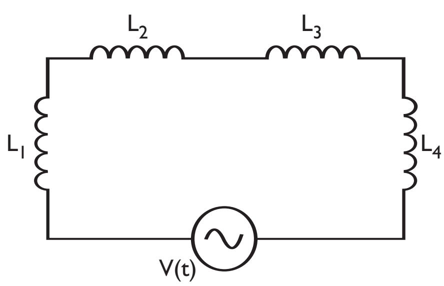
Frekansı 50 Hz olan bir alternatif akım devresine indüktif reaktansı 5Ω olan bir bobin bağlanmıştır. Bobinin indüktansını hesaplayınız.

Bobinlerin Seri, Paralel ve Karışık Bağlanması

Direnç ve kondansatörde olduğu gibi bobinler de seri, paralel ve karışık (seri-paralel) bağlanabilir.

Şekil 5.17

Seri bağlı bobin devresi.



Bobinlerin Seri Bağlanması

Şekil 5.17'de seri bağlı bir bobin devresi görülmektedir. n sayıda seri bağlı bobinin eşdeğer endüktansı aşağıdaki eşitlik ile belirlenir:

$$L_{eş} = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n \tag{5.28}$$

Benzer şekilde bu devrenin eşdeğer indüktif reaktansı (5.29) ve (5.30) eşitlikleri ile hesaplanır.

$$X_{L_{eş}} = X_{L_1} + X_{L_2} + X_{L_3} + ... + X_{L_n} \tag{5.29}$$

$$X_{L_{eş}} = 2\pi f L_{eş} \tag{5.30}$$

ÖRNEK 13

Seri bağlı 300 pH, 4 nH, 50 pH ve 0.1 nH'lık dört kondansatör 100 V 400 Hz'lik AC kaynağına bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer indüktansını ve indüktif reaktansını hesaplayınız.

Çözüm 13:

$L_{eş} = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n$

Tüm bobinler nH biriminden yazılarak işlem yapıldığında;

$L_{eş} = 0.3\ (10^{-9}) + 4\ (10^{-9}) + 0.05\ (10^{-9}) + 0.1\ (10^{-9})$

$L_{eş} = 4.45\ (10^{-9})\ H$

$X_{L_{eş}} = 2\ (3.14)\ (400)\ (4.45)\ (10^{-9}) = 11.18\ \mu\Omega$

olarak elde edilir.

20 mH'lik 4 bobin seri olarak bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer indüktansını hesaplayınız.

SIRA SİZDE 7

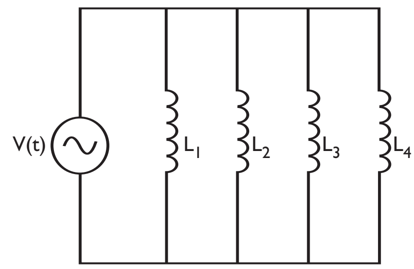
Bobinlerin Paralel Bağlanması

Şekil 5.18'deki devrede bobinler paralel bağlanmıştır.

n sayıda paralel bağlı bobinin eşdeğer endüktansı aşağıdaki eşitlik ile belirlenir.

$$\frac{1}{L_{eş}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + ... + \frac{1}{L_n} \quad (5.31)$$

Şekil 5.18



Paralel bağlı bobin devresi.

Bu devrenin eşdeğer indüktif reaktansı ise (5.32) ve (5.33) eşitlikleri ile hesaplanır.

$$\frac{1}{X_{L_{eş}}} = \frac{1}{X_{L_1}} + \frac{1}{X_{L_2}} + \frac{1}{X_{L_3}} + ... + \frac{1}{X_{L_n}} \quad (5.32)$$

$$X_{L_{eş}} = 2\pi f L_{eş} \quad (5.33)$$

ÖRNEK 14

220 V, 50 Hz'lik şebeke gerilimine 200 pH, 1 nH, 5 µH'lık üç bobin paralel bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer indüktansını ve indüktif reaktansını hesaplayınız.

Çözüm 14:

$$\frac{1}{L_{eş}} = \frac{1}{200.10^{-12}} + \frac{1}{1.10^{-9}} + \frac{1}{5.10^{-6}}$$

$$\frac{1}{L_{eş}} = \frac{10^{10}}{2} + \frac{10^{9}}{1} + \frac{10^{6}}{5}$$

$$\frac{1}{L_{eş}} = 5.10^{9} + 1.10^{9} + 2.10^{5}$$

$$\frac{1}{L_{eş}} = 6000200000$$

$$L_{eş} = 1.66\ (10^{-10})\ H$$

$$L_{eş} = 166\ pH$$

$$X_{L_{eş}} = 2\pi f L_{eş}$$

$$X_{L_{eş}} = 2\ (3.14)\ 50\ (166)\ (10^{-12})$$

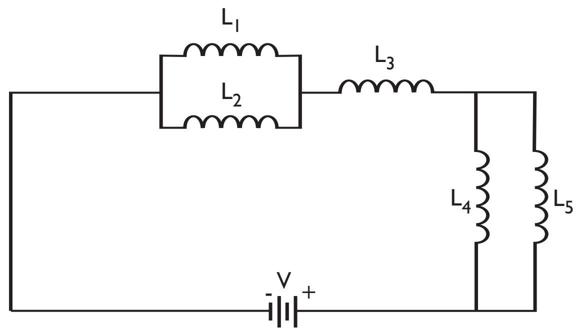
$$X_{L_{eş}} = 52.124\ (10^{-9})\ \Omega$$

Bobinlerin Karışık Bağlanması

Karışık bağlı bobin devrelerinde her bobin grubu ayrı olarak ele alınır ve indirgeme yapılır. İndirgeme işlemine devre sadeleşene kadar devam edilir.

ÖRNEK 15

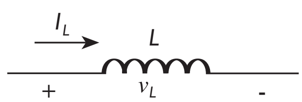
Şekildeki devrede L_1 = 300 mH, L_2 = 600 mH, L_3 = 25 mH ve L_4 = L_5 = 100 mH olduğuna göre devrenin eşdeğer indüktansını hesaplayınız.



Çözüm 15:
L_1 ve L_2 bobinleri paralel bağlıdır. L_{12} = 200 mH
L_4 ve L_5 bobinleri paralel bağlıdır. L_{45} = 50 mH
L_{12}, L_{45} ve L_3 bobinleri seri bağlıdır. $L_{eş} = L_{12345}$ = 275 mH

Şekil 5.19

Bobinden geçen akım ve bobin üzerindeki gerilim



Bobinde Akım - Gerilim İlişkisi

Aşağıdaki şekilde bobin üzerinden geçen akım ve bobin uçlarındaki gerilimin polariteleri görülmektedir.

L bobinin indüktansını, *i* bobin üzerinden geçen akımı ve t zamanı göstermek üzere bobin üzerinde indüklenen gerilim (V_L) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$V_L = L\frac{di}{dt} \tag{5.34}$$

(5.34) eşitliği ile bobin üzerinde akım değişimi olduğu sürece bobin üzerinde bir gerilim indükleneceği, akım değişimi olmadığında bobin üzerinde herhangi bir gerilim indüklenmeyeceği anlaşılmaktadır.

(5.34) eşitliğinin her iki tarafının integrali alındığında bobinden geçen akım elde edilir.

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(t)\,dt + I(0) \tag{5.35}$$

I(0) bobin üzerinden geçen başlangıç (t = 0 anındaki) akımı ifade etmektedir.

SIRA SİZDE 8

Değeri 25 mH olan bir bobinin içerisinden geçirilen akım 30 ms içerisinde 2 A'dan 5 A'e yükselmektedir. İndüklenen voltajın değeri nedir?

Bobinde Güç ve Enerji

Bir devrede harcanan güç P = Vi ile hesaplanır. Enerji (w) ise w = Vit eşitliği ile bulunur. Buradan yola çıkarak bobinde harcanan güç

$$P = Li\frac{di}{dt} \tag{5.36}$$

ya da

$$P = \frac{dw_L}{dt} \tag{5.37}$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Enerji ise aşağıdaki formül ile hesaplanır ve birimi Joule'dür.

$$w_L(t) = \frac{1}{2}Li^2 \tag{5.38}$$

ÖRNEK 16

İndüktansı 5 mH olan bir bobin üzerinden 3 A'lik akım akmaktadır. Bobin üzerindeki enerjiyi hesaplayınız.

Çözüm 16:

$$w_L(t) = \frac{1}{2}5(10^{-3})3^2$$

w_L (t) = 22.5 (10^{-3}) Joule

Bobinin Kullanım Alanları

Bobin içyapısı ve çalışma prensibine bağlı olarak değişen karakteristik özellikleri ile elektrik/elektronikte farklı amaçları yerine getirmede kullanılır. Bobinin kullanım alanlarını şekillendiren bu karakteristik özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Üzerinde manyetik alan oluşması
- Üzerinde ortaya çıkan manyetik alanın elektrik enerjisi indüklemesi
- Doğru akıma kolaylık gösterip alternatif akımın geçişine zorluk göstermesi

Manyetik Alan Oluşması

Üzerinde manyetik alan oluşması özelliği bobinin mıknatıslık özelliği kazanması demektir. Mıknatıslık özelliği kazandığı için yakınında bulunan demir veya çelik gibi malzemeleri çekebilir. Buna "elektromıknatıslık özelliği" denir ve devrelerde bu görevi yapan bobinler genel olarak "elektromıknatıs" olarak isimlendirilir. Elektromıknatıslık özelliğinin kullanıldığı devre elemanı genel olarak "manyetik röle" olarak isimlendirilmektedir. Manyetik röleler açma-kapama işleminin gerektiği devrelerde kullanılır. Rölenin kullanıldığı devrelere örnek olarak kapı otomatiği, kapı zili verilebilir.

Bobinin Üzerinde Meydana Gelen Manyetik Alanın Elektrik Enerjisi İndüklemesi

Bobinlerin üzerinde oluşan manyetik alanın bobin üzerinde bir indüksiyon geriliminin oluşmasına neden olması prensibinden transformatör ve jeneratörlerde yararlanılır.

Jeneratörler: Jeneratörler elektrik enerjisi üretiminde kullanılır. Jeneratörlerde "değişken manyetik alan içinde bulunan bobin sargıları üzerinde bir gerilim indüklenir " prensibinden yararlanılır.

Transformatörler: Transformatörlerde amaç iki bobinin karşılıklı etkileşiminden yararlanarak mevcut elektrik enerjisini artırmak ya da azaltmaktır.

Doğru Akıma Kolaylık Gösterip Alternatif Akımın Geçişine Zorluk Gösterme

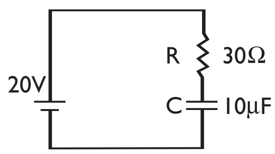
Bobin doğru gerilimde akımın geçişine omik direnç gösterirken alternatif gerilimde akımın geçişine zorluk göstermektedir. Bu özelliği nedeniyle elektronikte özellikle filtre devrelerinde kondansatör ile birlikte yaygın olarak kullanılmaktadır.

Özet

Kondansatör ve bobin enerji depolayabilen devre elemanlarıdır. Kondansatör enerjiyi, plakalarına uygulanan potansiyel farkın oluşturduğu elektrik alanda depolarken, bobin enerjiyi üzerinden geçen akımın oluşturduğu manyetik alanda depolar.
Kondansatör kullanılan doğru akım devrelerinde çok kısa bir süre akım akışı olur ve bu sürede kondansatör üzerinde enerji depolanır. Enerji depolandıktan sonra akım akışı durur ve kondansatör açık devre özelliği gösterir. Sürenin çok kısa olması nedeniyle kondansatör doğru akımda açık devre özelliği gösterir denir. Kondansatörden geçen akım $i = Cdv / dt$ eşitliği ile hesaplanır.
Alternatif akım devrelerinde kondansatör, uygulanan gerilimin frekansı kadar sıklıkta şarj ve deşarj olur. Yüklü bir kondansatörün enerjisi $\frac{1}{2}Cv^2$ ile hesaplanır.
Bobin kullanılan doğru akım devrelerinde ise bobin kısa devre özelliği gösterir. Bobin üzerinde indüklenen gerilim $v = Ldi / dt$ eşitliği ile hesaplanır.
Alternatif akım devrelerinde bobin akım değişimine karşı koyar ve üzerinde zıt emk meydana gelir. Bu da akım akışında gecikmeye neden olur. Bobinin enerjisi $\frac{1}{2}Li^2$ ile belirlenir.
Seri kondansatörlerin eşdeğer sığa hesabı, paralel dirençlerdeki gibi yapılır. Paralel kondansatörlerin eşdeğer sığası, seri dirençlerdeki gibi hesaplanır.
Seri ve paralel bağlı bobinlerin eşdeğer indüktansı, dirençlerdeki gibi hesaplanır.
Kondansatör ve bobin içyapısı ve çalışma prensiplerine bağlı olarak değişen karakteristik özellikleri nedeniyle farklı devrelerde farklı amaçları gerçekleştirmek için kullanılır. Filtre devreleri, bobin ve kondansatörün birlikte kullanıldığı devrelerden biridir.

Kendimizi Sınayalım

1. Aşağıda sığası ve çalışma gerilimi verilen kondansatörlerden hangisi şekildeki devrede **kullanılamaz?**

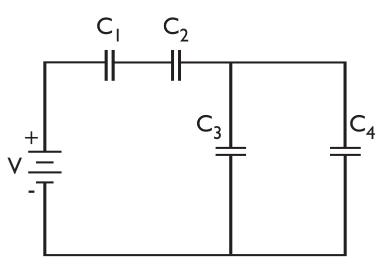


a. 10 μF, 40 V
b. 10 μF, 30 V
c. 10 μF, 28 V
d. 10 μF, 20 V
e. 10 μF, 10V

2. 15 pF'lık düzlemsel bir kondansatörün yalıtkan malzemesi kâğıttır. Kondansatörün plakaları arasındaki mesafe 1 mm olup, 6 adet plaka kullanılmıştır. Buna göre kondansatörde kullanılan bir plakanın yüzey alanı yaklaşık olarak nedir? (Kâğıdın bağıl dielektrik katsayısı (ε_r) 3.5'dur).

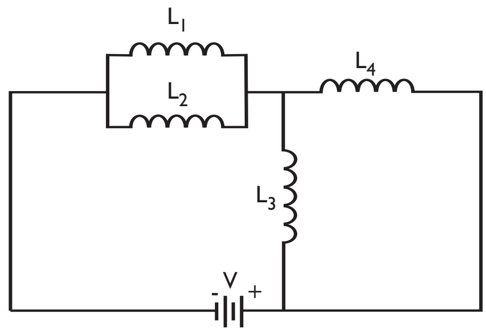
a. 2 cm^2
b. 1 cm^2
c. 2 mm^2
d. 1 mm^2
e. 0.5 mm^2

3. Şekildeki devrede C_1 = 20 μF, C_2 = 20 μF, C_3 = 7 μF, C_4 = 3 μF ise devrenin toplam sığası nedir?



a. 30 μF
b. 20 μF
c. 10 μF
d. 7 μF
e. 5 μF

4. Şekildeki devrede L_1 = 10 mH, L_2 = 10 mH, L_3 = 30 mH ve L_4 = 60 mH ise devrenin toplam indüktansı nedir?



a. 110 mH
b. 95 mH
c. 40 mH
d. 25 mH
e. 30 mH

5. 30 V'luk gerilim uygulandığında 22.5 mJ enerji depolaması istenen bir kondansatörün kapasitesi ne olmalıdır?

a. 25 mF
b. 40 mF
c. 50 mF
d. 40 μF
e. 50 μF

6. 220 V 50 Hz'lik bir gerilim kaynağına 10 μF'lık 4 adet kondansatör paralel bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer kapasitif reaktansı aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

a. 40 Ω
b. 125.6 Ω
c. 159.2 Ω
d. 79.6 Ω
e. 12.7 Ω

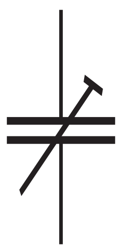
7. 220 V 50 Hz'lik bir gerilim kaynağına 40 mH'lik 4 adet bobin paralel bağlanmıştır. Devrenin eşdeğer indüktif reaktansı aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

a. 3.14 Ω
b. 50.24 Ω
c. 160 Ω
d. 10 Ω
e. 6.28 Ω

8. Şekilde sembolü verilen devre elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

a. Hava nüveli bobin
b. Sac nüveli bobin
c. Ayarlı bobin
d. Ferrit nüveli bobin
e. Demir nüveli bobin

9. Şekilde sembolü verilen devre elemanı aşağıdakilerden hangisidir?



a. Varyabıl kondansatör
b. Hava nüveli kondansatör
c. Trimer kondansatör
d. Varikap
e. Toroid kondansatör

10. Kondansatörün alternatif akıma karşı gösterdiği zorluğa ne denir?
a. Kapasitans
b. İndüktans
c. Kapasitif Reaktans
d. Endüktif Reaktans
e. Omik Rezistans

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. e	Yanıtınız yanlış ise “Kondansatör Seçiminde Önemli Karakteristikler” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. b	Yanıtınız yanlış ise “Kondansatörün Kapasitesine Etki Eden Faktörler” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. e	Yanıtınız yanlış ise “Kondansatörlerin Seri, Paralel ve Karışık Bağlanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. d	Yanıtınız yanlış ise “Bobinlerin Seri, Paralel ve Karışık Bağlanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. e	Yanıtınız yanlış ise “Yüklü Bir Kondansatörün Sahip Olduğu Enerjinin Hesaplanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. d	Yanıtınız yanlış ise “Kondansatörlerin Seri, Paralel ve Karışık Bağlanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. a	Yanıtınız yanlış ise “Bobinlerin Seri, Paralel ve Karışık Bağlanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. b	Yanıtınız yanlış ise “Bobin Çeşitleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. c	Yanıtınız yanlış ise “Kondansatör Çeşitleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. c	Yanıtınız yanlış ise “Kondansatör” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

$Q = C.V$

$Q = 50.10^{-6}.100 = 5.10^{-3}$ C = 5 mC

Sıra Sizde 2

Sinüzoidal bir dalganın zamanı bağlı gerilim ifadesi aşağıdaki gibidir.

$V = V_m \sin wt$

Burada; V_m dalganın maksimum genliğini, w açısal hızını, t ise zamanı göstermektedir. Açısal hız $w = 2\pi f$e eşittir.

Soruda alternatif akım kaynağının zamana bağlı ifadesi aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$V = 5\sqrt{2}\sin 100\pi t$$

Burada $5\sqrt{2}$ değeri kaynağın maksimum genliğini, 100π değeri ise gerilimin açısal hızını göstermektedir. Soruda açısal hız $w = 100\pi = 2\pi f$ olduğuna göre alternatif akımın frekansı 50 Hz olarak bulunur. Buna göre C ve f değeri kapasitif reaktans formülünde yerine konduğunda aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$X_C = \frac{1}{2(3.14)(50)(100)(10^{-12})} = \frac{10^9}{31.4}$$

$X_C = 31.85$ MΩ

Sıra Sizde 3

Düzlemsel bir kondansatörün kapasitesi aşağıdaki eşitlik ile belirlenir.

$$C = 8.85(10^{-12})\varepsilon_r \frac{A.(n-1)}{d}$$

Eşitlikten de görüleceği üzere dielektrik katsayısı yüksek yalıtkan malzeme kullanmak, yüzey alanı geniş plakalar kullanmak, plaka sayısını artırmak ve plakalar arası mesafeyi mümkün olduğu kadar azaltmak kondansatörün kapasitesini arttırır.

Sıra Sizde 4

Kondansatörler paralel bağlı olduğuna göre bu dört kondansatörün eşdeğer sığası

$C_{eş} = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n$

eşitliği ile hesaplanır.

$C_{eş} = 0.1\ (10^{-6}) + 0.1\ (10^{-6}) + 0.1\ (10^{-6}) + 0.1\ (10^{-6})$

$C_{eş} = 0.4\ (10^{-6})$ F= 0.4 µF

Sıra Sizde 5

C_1 ve C_2 kondansatörleri seri bağlıdır. $C_{12} = 3$ mF

C_3 ve C_4 kondansatörleri paralel bağlıdır. $C_{34} = 6$ mF

C_{34} ve C_5 kondansatörleri paralel bağlıdır. $C_{345} = 9$ mF

C_{12} ve C_{345} seri bağlıdır.

$C_{es} = C_{12345} = 2.25$ mF

Sıra Sizde 6

$X_L = 2\pi fL$

5 = 2 (3.14) 50 L

$L = 0.0159\ H$

Sıra Sizde 7

$L_{eş} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4$

eşitliği ile hesaplanır.

$L_{eş}$ = 20 mH + 20 mH + 20mH + 20mH = 80 mH

Sıra Sizde 8

$$V_L = L\frac{di}{dt}$$

$$V_L = 25(10^{-3})\frac{(5-2)}{30(10^{-3})} = 2.5\,V$$

Yararlanılan Kaynaklar

Hayt, W. H., Kemmerly, J. E., Durbin S. M. (2006). **Engineering Circuit Analysis,** New York: McGraw Hill.

Crowell, B., (2011). **Light and Matter,** California: Fullerton.

Boylestad, R. L. (2010). **Introductory Circuit Analysis.** Prentice Hall.

Balabanian, N., (1994). **Electric Circuits,** New York: McGraw-Hill.

Moura L., Darwazeh I., (2005). **Introduction to Linear Circuit Analysis and Modelling,** Elsevier.

DEVRE ANALİZİ

6

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- Anahtarlamalı RL ve RC devrelerinde başlangıç koşulları için gerekli incelemeleri yapabilecek,
- Kaynaksız RL ve RC devrelerinde doğal tepki analizi yapabilecek,
- Direnç ve güç kaynaklarından oluşmuş devrelerde birim basamak fonksiyonu analizi yapabilecek

bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Zaman sabiti
- Doğal tepki
- Birim basamak fonksiyonu

İçindekiler

Devre Analizi → RL ve RC Devreleri →

RL ve RC Devreleri

GİRİŞ

Bu bölümde, doğru akımdaki RL ve RC devrelerinin analizi ele alınmıştır. Öncelikle basit yapıdaki kaynaksız RL ve RC devreleri ele alınacaktır. Bu devrelerde anahtarlama öncesi devrede güç kaynağı olduğu dikkate alınarak başlangıç şartları analizi gerçekleştirilecektir.

Kaynaksız RL ve RC devrelerinde $t = 0$ anından önce devrede en az bir kaynak varken, $t = 0$ anında tüm kaynaklar devreden çıkarılmaktadır. Bu durumda devrenin gösterdiği tepkiye "doğal tepki" adı verilmektedir.

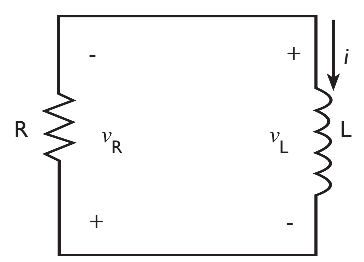
RL devrelerinde bobin üzerinden geçen akım, RC devrelerinde ise kondansatör üzerindeki gerilim ifadesi matematiksel olarak hesaplandıktan sonra bu noktadan hareketle başka elemanlar üzerinden geçen akım veya elemanlar üzerine düşen gerilimler Kirchhoff Kanunları ve Ohm Kanunu kullanılarak bulunabilir. Genel yaklaşım başlığı altında bu analiz gerçekleştirilmektedir.

Birim basamak fonksiyonu kullanılan devreler bu bölümün son konusudur. Birim basamak fonksiyonu anlık olarak devreye bir kaynağın bağlanması veya çıkartılmasında bir gösterim olarak kullanılabilir. Bu bölümde direnç ve güç kaynaklarından oluşmuş devrelerde birim basamak fonksiyonunun etkisi incelenecektir.

Konuların pekişmesi amacıyla çok sayıda örneğe detaylı olarak verilmiştir.

KAYNAKSIZ RL DEVRESİ

İçerisinde bobin bulunan devrelerin analizi, devreyi karakterize eden diferansiyel denklemlerin oluşturulması ve bunların çözümüne bağlıdır. Analizler üç zaman dilimi dikkate alınarak gerçekleştirilir. $t < 0$ anahtarın konum değiştirmeden önceki zaman dilimini, $t = 0$ anahtarın konum değiştirdiği anı, $t > 0$ ise anahtarın konum değiştirdikten sonraki zaman dilimini gösterir. Analizler sonucu elde edilen denklem, homojen doğrusal diferansiyel denklemdir. Diferansiyel denklemin çözümü devrenin tepkisini gösterir. Analizlerde devrenin yeterli süre $t < 0$ durumunda kaldığı varsayılır.



Şekil 6.1

Kaynaksız RL devresi.

Şekil 6.1'de bir RL devresi görülmektedir. Devre üzerinde v_R, v_L ve i şekildeki gibi tanımlıdır. Bu devre için Kirchhoff'un Gerilim Kanunu'na göre aşağıdaki eşitlik yazılır:

$$v_R + v_L = 0 \tag{6.1}$$

v_R ve v_L açık olarak yazıldığında (6.2) eşitliği elde edilir:

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0 \tag{6.2}$$

Eşitliğin her iki tarafı L'ye bölündüğünde aşağıdaki eşitlik bulunur:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0 \tag{6.3}$$

Aynı değişkenler aynı tarafa toplandığında (6.4) eşitliği elde edilir:

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt \tag{6.4}$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü ise şu şekildedir:

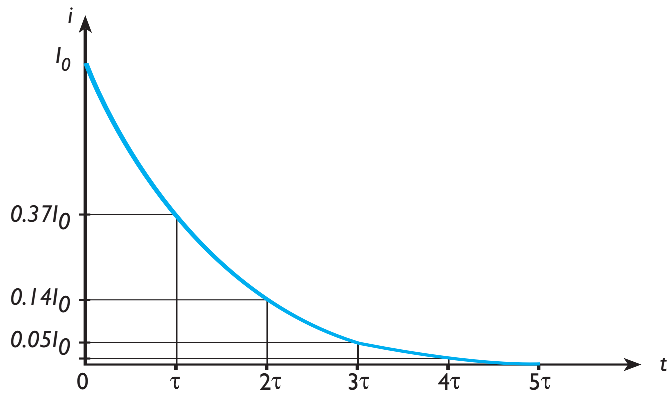
$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L} \tag{6.5}$$

$I_0 \neq 0$ olması bobin üzerinde manyetik enerji depolandığı anlamına gelir. Eşitlik (6.5)'de üstel fonksiyonun üs değerinin negatif olması ($-Rt$ / L) bobinde depolanan enerjinin üstel olarak azaldığı anlamına gelmektedir. Süre ilerledikçe akım azalmakta ve sıfır değerine yaklaşmaktadır.

(6.5) eşitliği için elde edilen eğrilerin genel yapısı aynıdır. R / L ya da L / R oranı aynı olan tüm seri RL devreleri için aynı eğri elde edilir. Bu eşitlikteki L / R oranına "Zaman Sabiti" denir ve τ ile gösterilir. Zaman sabitinin birimi saniyedir. Aşağıdaki şekilde *i*'nin zaman sabitine bağlı değişimi görülmektedir.

Şekil 6.2

RL devresinde i - t değişimi.



Zaman sabiti eşitliği şu şekildedir:

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{6.6}$$

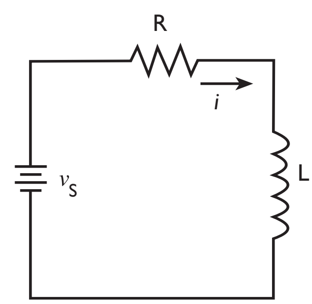
Zaman sabiti eşitliğine göre L sabitken R arttıkça zaman sabiti azalır ve bu durumda (6.5) eşitliğine göre akım daha kısa sürede sönümlenir. R azaldıkça ise zaman sabiti artar ve akım daha uzun sürede sönümlenir. Aynı inceleme R sabit tutularak L için de yapılabilir. R sabitken L'nin artması zaman sabitinin artmasına, L'nin azalması ise zaman sabitinin azalmasına neden olur. Pratikte eğrinin 5τ'luk bir sürede sıfırlandığı kabul edilir. Bu durum, bobin üzerindeki enerjinin 5τ'luk bir sürede tükendiği anlamına gelmektedir.

(6.5) eşitliğinde τ'nun yerine konmasıyla birlikte aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} \tag{6.7}$$

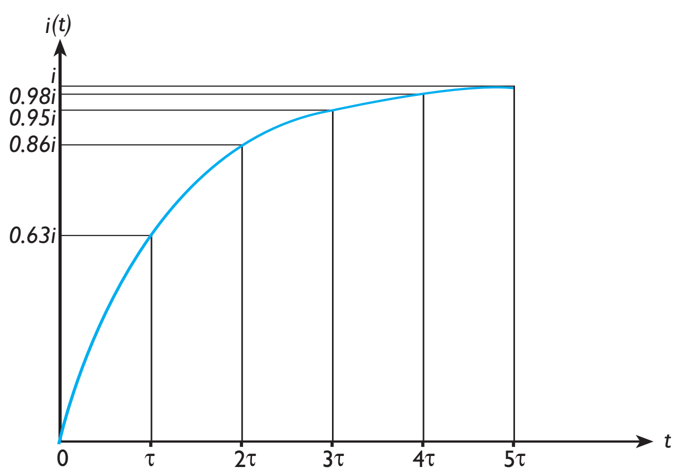
Eşitlikten görüldüğü üzere *i(t)* değerinin belirlenebilmesi için I_0'a yani akımın başlangıç değerine ihtiyaç vardır. RL devrelerinin analizinde gerekli olan başlangıç değerlerinin hesaplanmasında bobinin durum değişikliklerine çok kısa sürede tepki vermeyip belli bir süre önceki durumunu koruması özelliğinden yararlanılır. Bu durum şu şekilde ifade edilir: $I_0 = i(0^-) = i(0^+) = i(0)$. Bu şekilde akımın başlangıç değeri ve zaman sabiti belirlendikten sonra (6.7) eşitliğinde yerine konarak analiz tamamlanır.

Şekil 6.3'de görülen RL devresi dikkate alındığında, zaman sabiti aynı zamanda akımın, 0.63 katına ulaşma süresini verir. 5τ'luk bir sürede geçen akımın, en yüksek değerini aldığı kabul edilir. *i* akımı ve t, zamanı göstermek üzere *i - t* eğrisi Şekil 6.4'te görülmektedir.



Şekil 6.3

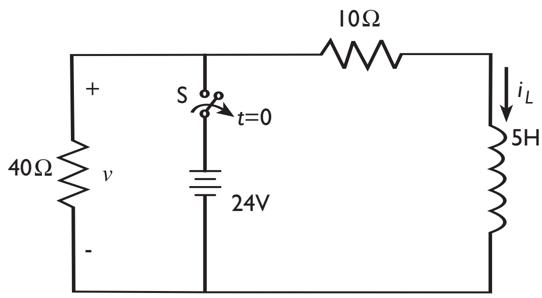
RL devresi.



Şekil 6.4

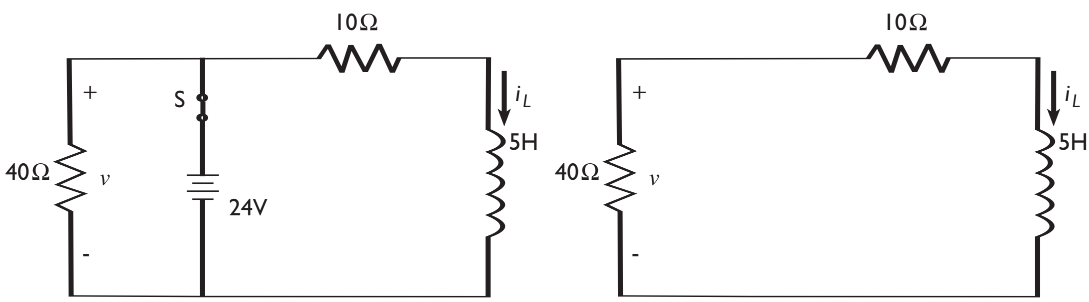
RL devresinde i - t eğrisi.

ÖRNEK 1 *Şekildeki devrede kapalı olan S anahtarı t = 0 anında açılmıştır. Buna göre t = 200 ms'deki i_L akımını hesaplayınız.*



Çözüm 1:

Anahtarın kapalı ve açık olma durumlarına göre iki ayrı devre söz konusudur. Çözüm için öncelikle bu iki duruma göre devrelerin yeniden çizilmesi ve işaretlemelerin doğru şekilde yapılması gerekir. Anahtar kapalı durumda iken solda görülen devre, anahtar açık durumda iken sağda görülen devre elde edilir.



(6.7)'de verilen eşitlik gözönüne alındığında devrede öncelikle başlangıç anında bobin üzerinden geçen akım (I_0) bulunmalıdır. $I_0 = i(0^-) = i(0^+) = i(0)$ olduğundan I_0, t < 0 durumunda elde edilen soldaki devre esas alınarak bulunur. Bu durumda bobin kısa devre olarak davranmaktadır ve üzerinden geçen akım

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = i_L(0) = \frac{24}{10} = 2.4A = I_0$$

şeklinde hesaplanır. Burada, $i_L(0^-) = i_L(0^+) = i_L(0)$ şeklinde yazılma nedeni yukarıda da belirtildiği gibi bobin üzerinden akan akımın bir anda değişmemesidir.

Anahtarın konum değiştirmesinden sonraki 200. ms'de geçen akım sorulduğundan zaman sabitinin sağdaki devre dikkate alınarak belirlenmesi gerekir. Devrede 5H'lik bir bobin ve birbirine seri bağlı 2 direnç yer almaktadır. Buna göre L = 5 H ve $R_{eş}$ = 50 ohm'dur.

Devrenin zaman sabiti aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5}{50} = 0.1 \text{ s}$$

I_0 ve τ yerine konarak bobin üzerinden akan akım için aşağıdaki eşitlik bulunur:

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} = 2.4e^{-t/0.1} = 2.4e^{-10t}$$

Bulunan eşitlikte t = 0.2 s yerine yazılırsa akım değeri bulunur:

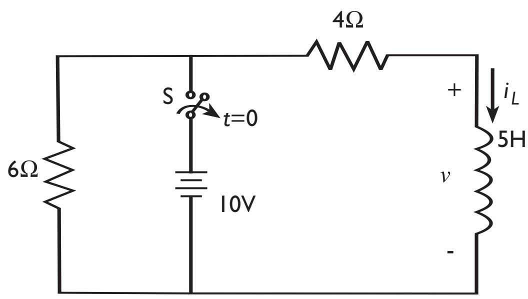
$$i(0.2) = 2.4e^{-2} = 0.32A$$

DİKKAT

RL devrelerinde zaman sabitinin hesaplanmasında devrede birden fazla direnç ve bobin varsa bu elemanların eşdeğeri, Thevenin eşdeğer bulma yöntemi kullanılarak belirlenir.

SIRA SİZDE 1

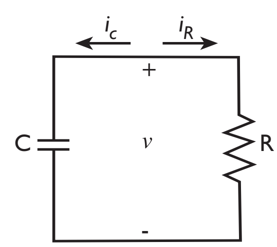
Şekildeki devrede kapalı olan S anahtarı t = 0 anında açıldığına göre *t* > 0 için bobin geriliminin zamana bağlı ifadesini bulunuz.



KAYNAKSIZ RC DEVRESİ

Bu bölümde RC devresinin doğal tepkisi incelenmiştir. RL devresinde olduğu gibi analizler t < 0, t = 0 ve t > 0 olmak üzere üç zaman dilimi dikkate alınarak gerçekleştirilir. RC devresinin yeterli süre t < 0 durumunda kaldığı kabul edilmektedir.

Şekil 6.5'de bir RC devresi görülmektedir. Devrede v, i_C ve i_R şekildeki gibi tanımlıdır. Bu devre için Kirchhoff'un Akım Kanunu'na göre aşağıdaki eşitlik yazılabilir:



Şekil 6.5

Kaynaksız RC devresi.

$$i_C + i_R = 0 \qquad (6.8)$$

i_R ve i_C açık olarak yazıldığında

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \qquad (6.9)$$

eşitliği elde edilir.

Eşitliğin her iki tarafı C'ye bölündüğünde ise,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = 0 \qquad (6.10)$$

eşitliği elde edilir ve aynı değişkenler aynı tarafa toplandığında (6.11) eşitliği bulunur:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC}dt \tag{6.11}$$

Elde edilen (6.11) eşitliği, RL devresi için elde edilen (6.4) eşitliğine benzemektedir. (6.11) diferansiyel denkleminin çözümü (6.4) denkleminin çözümüne benzerdir ve şu şekildedir:

$$v(t) = v(0)e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC} \tag{6.12}$$

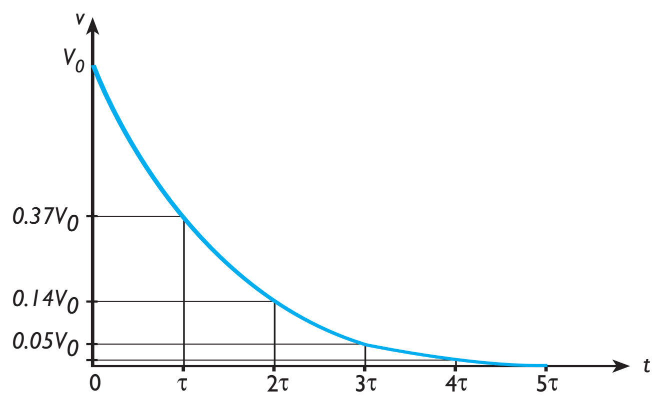
$V_0 \neq 0$ olması kondansatörün V_0 gerilimine şarj olduğu anlamına gelir. Eşitlik (6.12)'de üstel fonksiyonun üs değerinin negatif olması ($-t / RC$) kondansatörde depolanan enerjinin üstel olarak azaldığı anlamına gelmektedir. Bu azalma süresi RC'ye bağlıdır. Eşitlik (6.12)'de RC ifadesi, RC devreleri için zaman sabiti olarak ele alınır ve şu şekilde tanımlıdır:

$$\tau = RC \tag{6.13}$$

Zaman sabitinin birimi saniyedir. Zaman sabiti R ve C ile doğru orantılı olarak değişir. R'nin ya da C'nin artması zaman sabitini arttırır. Aynı şekilde R ya da C'deki azalma zaman sabitinin azalmasına neden olur. (6.12) eşitliğine göre zaman sabitinin yüksek olması kondansatörün uçlarındaki gerilimin daha yavaş sönümleneceği anlamına gelir. Zaman sabiti azaldıkça ise kondansatörün uçlarındaki gerilim hızlı sönümlenir. Pratikte kondansatörün uçlarındaki gerilimin 5τ'luk bir sürede sıfırlandığı kabul edilir. Bu durum kondansatörün 5τ'luk bir sürede deşarj olduğu anlamına gelmektedir. Şekil 6.6'da v - t değişimi görülmektedir.

Şekil 6.6

RC devresinde v - t değişimi.

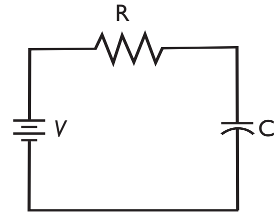


(6.12) eşitliğinde zaman sabiti yerine konduğunda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$v(t) = v(0)e^{-t/\tau} = V_0 e^{-t/\tau} \tag{6.14}$$

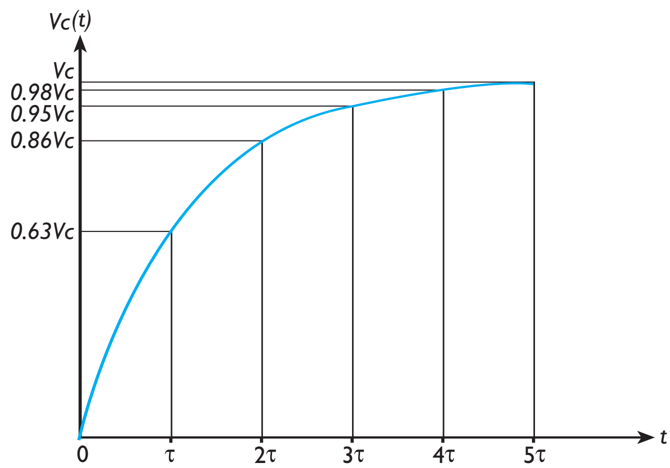
Eşitlikten görüldüğü üzere $v(t)$ değerinin belirlenebilmesi için V_0'a yani gerilimin başlangıç değerine ihtiyaç vardır. RC devrelerinin analizinde gerekli olan başlangıç değerlerinin hesaplanmasında kondansatörün durum değişikliklerine çok kısa sürede tepki vermeyip belli bir süre önceki durumunu koruması özelliğinden yararlanılır. Bu durum şu şekilde ifade edilir: $V_0 = v(0^-) = v(0^+) = v(0)$. Bu şekilde gerilimin başlangıç değeri ve zaman sabiti belirlendikten sonra (6.14) eşitliğinde yerine konarak analiz tamamlanır.

Şekil 6.7'de görülen RC devresi dikkate alındığında, zaman sabiti aynı zamanda kondansatörün şarj olması esnasında şarj geriliminin 0.63 katına ulaşma süresidir. Kondansatörün 5τ'luk bir sürede uçlarına uygulanan gerilimin tamamına şarj olduğu kabul edilir. Şekil 6.8'de Vc - t eğrisi görülmektedir.



Şekil 6.7

RC devresi.

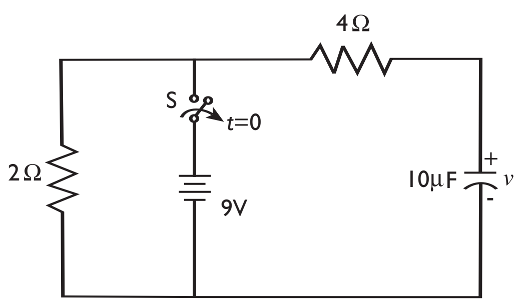


Şekil 6.8

RC devresinde Vc - t değişimi.

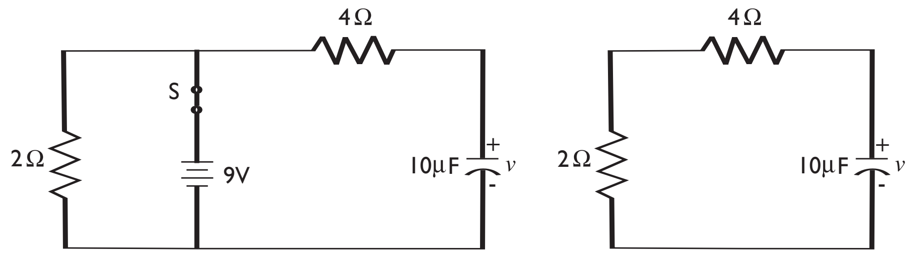
ÖRNEK 2

Şekildeki devrede kapalı olan S anahtarı t = 0 anında açılmaktadır. t = 200 µs'deki v gerilimini hesaplayınız.



Çözüm 2:

Anahtar açılmadan önceki (t < 0) devre sol tarafta ve açıldıktan sonraki (t > 0) devre sağ tarafta olmak üzere aşağıda görülmektedir.



(6.14)'te verilen eşitlik gözönüne alındığında devrede öncelikle başlangıç anında kondansatör üzerindeki gerilim (V_0) bulunmalıdır. Bunun için sol tarafta görülen devre esas alınır ve çok uzun bir süre devrenin bu halde kaldığı düşünülerek t < 0 incelemesi gerçekleştirilir. Bu durumda kondansatör açık devre olarak davranmaktadır ve üzerindeki gerilim

$$v(0^-) = v(0^+) = v(0) = 9V = v_0$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $v(0^-) = v(0^+) = v(0)$ şeklinde yazılma nedeni, yukarıda da belirtildiği gibi kondansatör üzerindeki gerilimin bir anda değişmemesidir.

t = 200 μs'deki kondansatör uçlarındaki gerilim değeri istendiğine göre t > 0 durumu için analize devam etmeli ve zaman sabiti (τ) belirlenmelidir. t > 0 durumunda devrede iki direnç olduğundan eşdeğer direnç kullanılmalıdır. Sağdaki devre incelendiğinde, 4 **Ω** ve 2 **Ω**'luk dirençlerin birbirine seri bağlı olması sebebiyle eşdeğer direncin 6 **Ω** olduğu görülmektedir.

Devrenin zaman sabiti şu şekildedir:

$$\tau = RC = 6(10)(10^{-6}) = 6(10^{-5})s$$

Bu durumda (6.14) eşitliğine göre kondansatör üzerindeki gerilim,

$$v(t) = v(0)e^{-t/\tau} = V_0 e^{-t/\tau} = 9e^{\frac{-t}{6(10)^{-5}}}$$

olarak bulunur. Yukarıdaki eşitlikte t = 0.0002 s yerine yazılırsa,

$$v(0.0002) = 9e^{-0.0002/6.10^{-5}} = 325mV$$

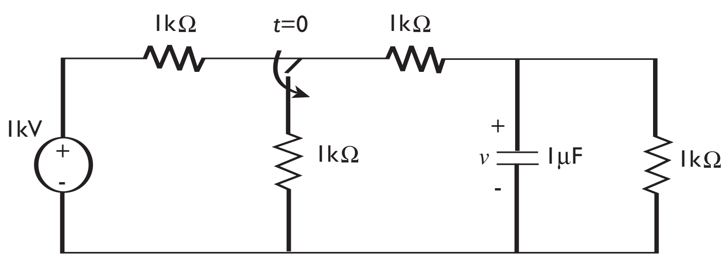
değeri elde edilir.

DİKKAT

RC devrelerinde zaman sabitinin hesaplanmasında devrede birden fazla direnç ve kondansatör varsa bu elemanların eşdeğeri, Thevenin eşdeğer bulma yöntemi kullanılarak belirlenir.

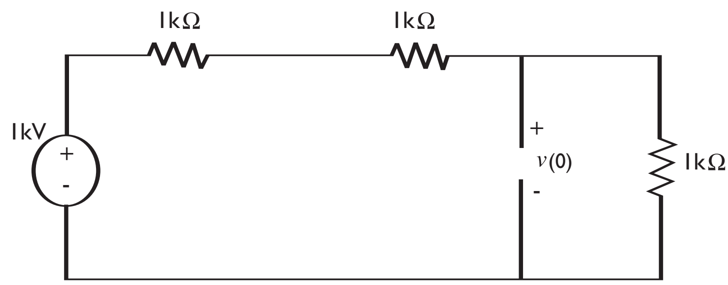
ÖRNEK 3

Şekildeki devrede t = 0 anında anahtar ok yönünde hareket ettirilmektedir. t > 0 için v(t) gerilimini hesaplayınız.



Çözüm 3:

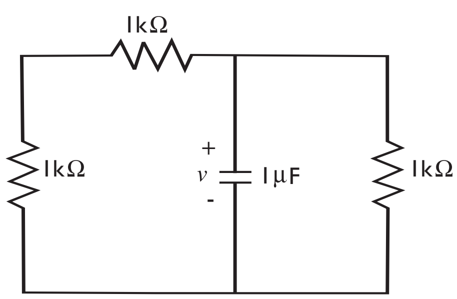
$v(t) = v(0)e^{-t/\tau}$ olduğuna göre *v(0)* ve τ'nun belirlenmesi gerekir. *v(0)* ve τ aşağıdaki gibi belirlenir.



Bu durumda kondansatör açık devre özelliği gösterir ve uçlarında 1 kΩ'luk direnç üzerine düşen gerilim okunur. Kondansatör bu gerilime şarj olur. (Kondansatör ve 1 kΩ'luk direnç paralel olduğundan kondansatör bu değere şarj olur). Bu gerilim değeri aşağıdaki gibi belirlenir.

$$v(0^-) = v(0^+) = v(0) = \frac{1.10^3}{3.10^3} 1.10^3 = \frac{1}{3} 10^3 = \frac{1}{3}\ kV$$

t > 0 durumunda aşağıdaki devre elde edilir. (Bu durumda 1 kV'luk gerilim kaynağı ve 1 kΩ'luk direnç devre dışıdır).



Yukarıda *v(0)* belirlendiğine göre tek bilinmeyen, zaman sabiti (τ)'dir. τ'nun hesaplanmasında devrede birden fazla direnç olduğu için eşdeğer direnç değeri ($R_{eş}$) kullanılmalıdır. Buna göre τ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\tau = R_{eş}C = \frac{2}{3}.10^3.1.10^{-6} = \frac{2}{3}10^{-3}\ s$$

$v(t) = v(0).e^{-t/\tau}$ eşitliğinde v(0) ve τ yerine konduğunda $v(t) = \frac{1}{3}10^3 e^{-1500\,t}$ V sonucu bulunur.

Kaynaksız RL ve RC devrelerinde analiz işlemleri aşağıda kısaca özetlenmiştir:

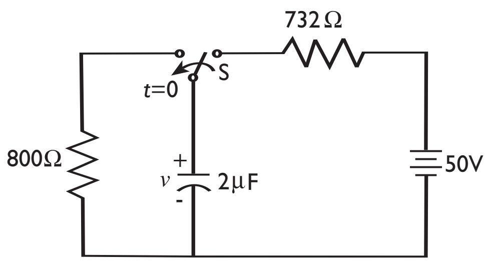
1. Kaynaksız RL ya da RC devrelerinde, devrenin tepkisi (doğal tepki) tüm elemanlar için aynıdır ve $Ae^{-t/\tau}$'ya eşittir. A, aranan akım ya da gerilimin başlangıç anındaki (t=0) değerini ifade etmektedir.
2. Bu analizlerde devrede bir akım ya da gerilimin başlangıç değeri ya doğrudan verilir ya da t < 0 durumundaki devre verilir. Bir akım ya da gerilimin

başlangıç değeri verilmemişse t < 0 durumundaki analizden yararlanılarak başlangıç değeri hesaplanır ($i(0)$, $v(0)$). t < 0 durumunda devrede kaynak vardır. Devrede kaynak varken bobin kısa devre, kondansatör ise açık devre özelliği gösterir. Bu haldeyken devre bir RL devresi ise bobinden geçen akım (i), RC devresi ise kondansatör uçlarındaki gerilim (v) belirlenir. Bobinden geçen akımın değeri $i(0^-) = i(0) = i(0^+)$'tir. Benzer şekilde kondansatör üzerindeki gerilimin değeri $v(0^-) = v(0) = v(0^+)$'tir.

3. t > 0 durumu için Zaman Sabiti (τ) hesaplanır. Zaman sabiti hesaplanırken devrenin yapısına göre (RL ya da RC olma durumuna göre) devrede bulunan dirençlerin, bobinlerin ya da kondansatörlerin ($R_{eş}$, $L_{eş}$ ya da $C_{eş}$) eşdeğeri kullanılır.
4. $Ae^{-t/\tau}$ ifadesinde başlangıç değeri ve zaman sabiti yerine konarak akım ya da gerilim eşitliği bulunur. Bulunan bu akım ya da gerilim eşitliği kullanılarak devredeki diğer akım ya da gerilimleri hesaplamak mümkündür.

SIRA SİZDE 2

Şekildeki devrede t = 0 anında S anahtarı ok yönünde hareket ettiriliyorsa v (0) ve v(2 ms) değerlerini hesaplayınız.



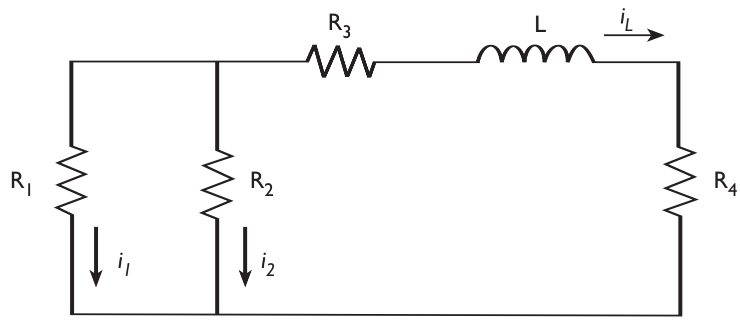
Genel Yaklaşım

RL ve RC devrelerinde sadece bobin ya da kondansatör ile ilgili parametreler değil diğer elemanlar ile ilgili parametrelerin de incelenmesi istenebilir. Kaynaksız RL ya da RC devrelerinde, A başlangıç anındaki (t = 0) akım ya da gerilim değerini göstermek üzere devrenin tepkisi tüm elemanlar için aynıdır ve $Ae^{-t/\tau}$'ya eşittir. Bu yaklaşımla Ohm Kanunu ile Kirchhoff Kanunları kullanılarak devrede istenen elektriksel büyüklükler hesaplanabilir. Bu kapsamda aşağıda RL ve RC devreleri ayrı ayrı ele alınmıştır.

Genelleştirilmiş RL Devreleri

RL devrelerinde bobin üzerinden geçen akım ya da bobin üzerindeki gerilim dışında diğer devre elemanları ile ilgili akım ya da gerilim değerlerinin belirlenmesi gerekebilir. Kaynaksız RL devrelerinde, devrenin tepkisi (doğal tepki) tüm elemanlar için aynıdır ve $Ae^{-t/\tau}$'ya eşittir. Bu durumda Kirchhoff Kanunları ile Ohm Kanunundan yararlanılır. Aşağıda konu ile ilgili örneklere yer verilmiştir.

Şekil 6.9'da görülen devrede t < 0 anında bir kaynak vardır ve t = 0 anında kaynak devreden çıkarılmıştır. Buna göre i_1, i_2 ve i_L akımlarının belirlenmesinde aşağıdaki yöntem izlenir.



Şekil 6.9

Örnek RL devresi.

Öncelikle devrenin zaman sabitini hesaplamak için eşdeğer direnç belirlenmelidir. Şekildeki devre için $R_{eş}$ aşağıdaki gibidir.

$$R_{eş} = \frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4 \tag{6.15}$$

Devrede t < 0 anında bir kaynak olduğundan t = 0 anında bobin üzerindeki akım sıfırdan farklıdır ($i_L(0) \neq 0$).

Bu durumda bobin üzerinden akan akım;

$$i_L(t) = I_{L_0} e^{-t/\tau} \tag{6.16}$$

eşitliği ile belirlenir. Devrede R_2 direncinden geçen i_2 akımı için Kirchhoff'un Akım Kanunu kullanılarak aşağıdaki eşitlik yazılır:

$$i_2 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}\left[i_L(0) \mathrm{e}^{-t/\tau} \right] \tag{6.17}$$

Bobinden geçen akımın başlangıç değerinden başka diğer akımların başlangıç değerleri biliniyor olabilir. Bu durumda bilinen başlangıç değerinden hareketle diğer bilinmeyen başlangıç değerlerine ulaşmak mümkündür. Dirençler durum değişikliklerine hemen tepki verdiğinden $i_1(0) \neq i_1(0^+)$ ve $i_2(0) \neq i_2(0^+)$'dir. Buna göre $i_2(0^+)$ için aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$i_2(0^+) = i_1(0^+) \frac{R_1}{R_2} \tag{6.18}$$

$i_L(0^+)$ ise aşağıdaki eşitlik ile belirlenebilir:

$$i_L(0^+) = -\left[i_1(0^+) + i_2(0^+) \right] = -\frac{R_1 + R_2}{R_2} i_1(0^+) \tag{6.19}$$

(6.17) eşitliğinde (6.19) eşitliğinde bulunan $i_L(0^+)$ eşitliği yerine konduğunda i_2 için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$i_2(t) = i_1(0^+) \frac{R_1}{R_2} e^{-t/\tau} \tag{6.20}$$

Bu eşitlikte yer alan $e^{-t/\tau}$ ifadesi hatırlanacağı gibi bobinden geçen akım ifadesinde de yer almaktadır ve akımın üstel olarak sönümlenmesini gösterir.

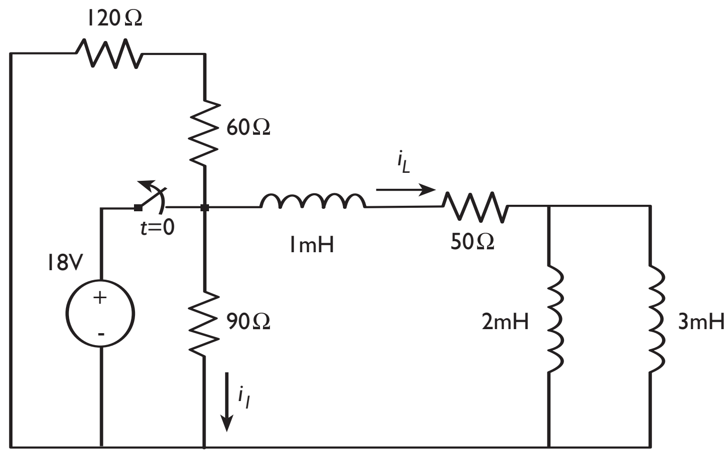
$i_2(t)$ hesaplandıktan sonra, R_2 üzerine düşen gerilim v_2 olmak üzere

$$v_2(t) = R_2\, i_2(t) \tag{6.21}$$

eşitliğinden hesaplanabilir.

ÖRNEK 4

Şekildeki devrede kapalı olan anahtar $t = 0$ anında açılmaktadır. $t > 0$ için i_1 ve i_L akımlarının zamana bağlı ifadelerini yazınız.

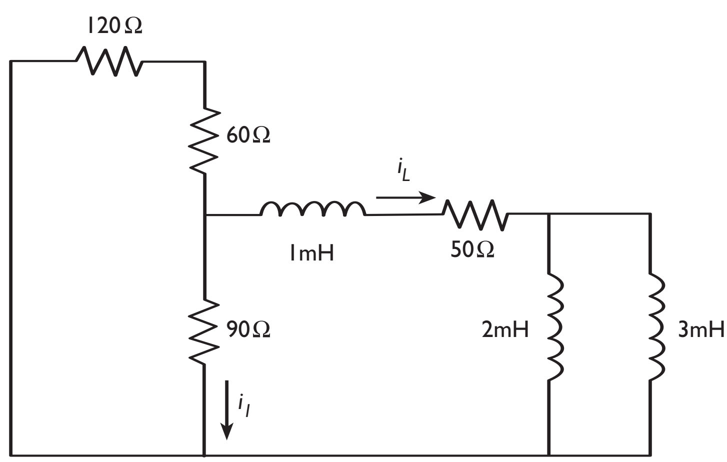


Çözüm 4:

$t > 0$ için i_1 ve i_L tepkisi aynıdır ve $Ae^{-t/\tau}$'ya eşittir. Bu durumda $i_1(0)$, $i_L(0)$ ve τ'nun belirlenmesi gerekir.

$i_L(0)$'ın belirlenmesi için $t < 0$ analizi yapılır. Anahtar açılmadan önce ($t=0^-$) bobinler kısa devredir. Bu durumda i_L akımı, $i_L(0^-) = 18/50 = 0.36\ A$ şeklindedir ve $i_L(0^-) = i_L(0^+) = i_L(0) = 0.36\ A$'dir.

$t = 0$ anında kaynak devre dışı kalır. $t > 0$ durumu için devre incelendiğinde yeni devrede $L_{eş}$ ve $R_{eş}$ aşağıdaki gibi hesaplanır.



$$L_{eş} = \frac{2(3)}{2+3} + 1 = 2.2\ mH$$

$$R_{eş} = \frac{90(60+120)}{90+180} + 50 = 110\ \Omega$$

$L_{eş}$ ve $R_{eş}$ belirlendikten sonra τ ve $i_L(t)$ aşağıdaki gibi bulunur.

$$\tau = \frac{L_{eş}}{R_{eş}} = \frac{2.2(10^{-3})}{110} = 20\mu s$$

$$i_L(t) = 360e^{-50000\,t}\ mA$$

t < 0 ve t ≥ 0 durumları için $i_L(t)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır:

$$i_L(t) = \begin{cases} 360mA & t<0 \\ 360e^{-50000\,t}\ mA & t \geq 0 \end{cases}$$

Direnç üzerinden geçen i_1 akımı anahtar açılmadan önce; $i_1(0^-)=18/90=0.2\ A$ değerindedir. Anahtar açıldıktan sonra ise bu durumunu korumaz ve akım ani olarak değişir. $i_L(0^+)$ değeri bilindiğine göre akım paylaşımından $i_1(0^+)$ ifadesi aşağıdaki gibi bulunur.

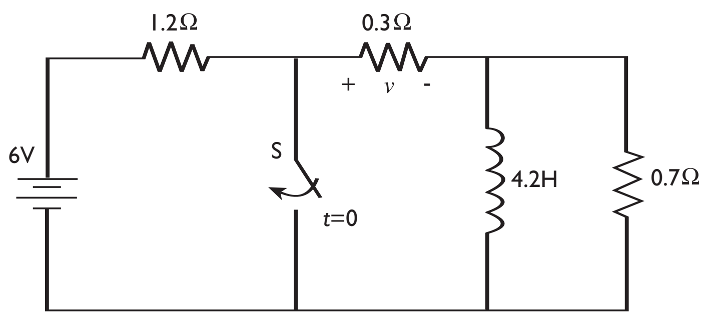
$$i_1(0^+) = -i_L(0^+)\frac{120+60}{120+60+90} = -240\ mA$$

$i_L(0)$ ve τ belirlendiğine göre $i_1(t)$ ifadesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$i_1(t) = \begin{cases} 200mA & t<0 \\ -240e^{-50000\,t}\ mA & t \geq 0 \end{cases}$$

ÖRNEK 5

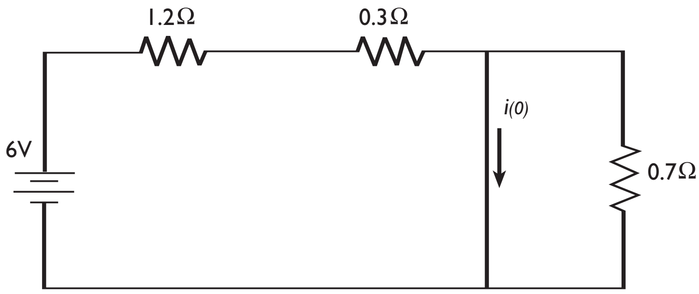
Şekildeki devrede açık olan S anahtarı t = 0 anında kapatılmaktadır. Buna göre v(15) değerini hesaplayınız.



Çözüm 5:

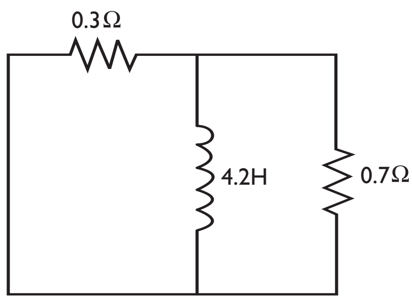
t > 0 için tüm devre elemanlarının tepkisi aynıdır ve $Ae^{-t/\tau}$'ya eşittir. Bu durumda $v(t) = v(0)Ae^{-t/\tau}$'dir. $v(t)$'nin belirlenmesinde aşağıdaki yöntem izlenir.

t < 0 durumunda aşağıdaki devre elde edilir. Devrede DC kaynak olduğundan bobin kısa devre özelliği gösterir. Bu durumda 0.7 Ω'luk direnç üzerinden akım geçmediğine dikkat edilmelidir.



$$i(0^{-}) = i(0^{+}) = i(0) = \frac{6}{1.2 + 0.3} = 4\ A$$

t > 0 durumunda şekildeki devre elde edilir.



Bu durumda devrede 0.3 Ω ve 0.7 Ω'luk dirençler paraleldir.

$$R_{eş} = \frac{0.7(0.3)}{0.7 + 0.3} = 0.21\,\Omega$$

Buna göre zaman sabiti;

$$\tau = \frac{L}{R_{eş}} = \frac{4.2}{0.21} = 20\ s$$

olarak bulunur. Bobin üzerinden akan *i(t)* akımı ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$i(t) = 4e^{-t/20} = 4e^{-0.05t}\ A$$

i(t) hesaplandıktan sonra, bobin üzerine düşen gerilim hesaplanabilir:

$$v_L(t) = L\frac{di}{dt} = 4.2\frac{d(4.e^{-0.05\,t})}{dt} = 4.2(-0.05(4e^{-0.05\,t})) = -0.84e^{-0.05\,t}\ V$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta yukarıda verilen denklemde polarite (kutuplama) işaretleridir. v_L geriliminin (+) kutbu yukarıda ve (-) kutbu aşağıdadır. Bu durumda tanımlanmış v değeri ile v_L arasında aşağıdaki ilişki yazılabilir:

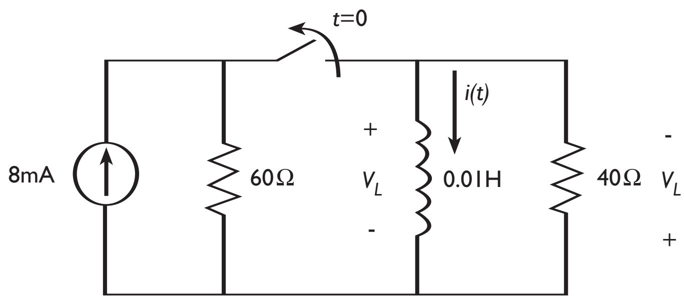
$v(t) = -v_L(t) = 0.84.e^{-0.05t}\ V$

$v(t)$ ifadesi elde edildikten sonra t = 15 s yerine konarak aşağıdaki sonuç elde edilir.

$v(15) = 0.396\ V$

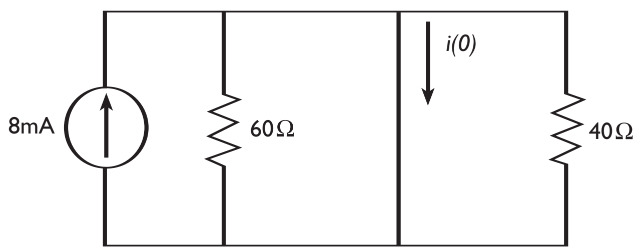
ÖRNEK 6

Aşağıdaki devrede kapalı olan anahtar t = 0 anında açılmaktadır. Buna göre i(t), $v_L(t)$ ve $v_R(t)$'yi bulunuz.

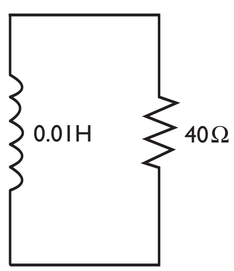


Çözüm 6:

$i(t) = i(0)e^{-t/\tau}$ olduğuna göre öncelikle *i(0)* başlangıç değerinin belirlenmesi gerekir. Bu değerin belirlenmesi için t < 0 analizi yapılır. t < 0'da devrede kaynak vardır ve bu durumda bobin kısa devre olduğundan $i(0^-) = 8\ mA$'dir. Bu esnada 60 **Ω** ve 40 **Ω**'luk dirençlerden akım akmayacağına dikkat edilmelidir. Bobin, anahtar açıldıktan sonra hemen durum değiştirmeyeceğinden $i(0^-)= i(0)= i(0^+) = 8\ mA$ olur.



t > 0 durumu ise τ zaman sabitinin hesaplanmasında kullanılır. t > 0'da devre şekildeki gibidir.



$\tau = L/R = 0.01/40 = 2.5(10^{-4})\ s$

$i(t) = i(0)e^{-t/\tau}$ eşitliğinde, τ ve *i(0)* değerleri yerine konur.

$i(t) = 8e^{-t/2.5.10^{-4}} = 8e^{-4000\,t}\ mA$

$i(t)$ bu şekilde elde edildikten sonra $v_R(t)$ ve $v_L(t)$ hesaplanır.

$$v_L(t) = L\frac{di}{dt} = 0.01\frac{d(8\,(10^{-3})\,e^{-4000\,t})}{dt}$$

Eşitliğinin zamana göre türevi alınır ve $v_L(t)$ elde edilir.

$$v_L(t) = 0.01(8.10^{-3})(-4000)e^{-4000\,t}\ V$$

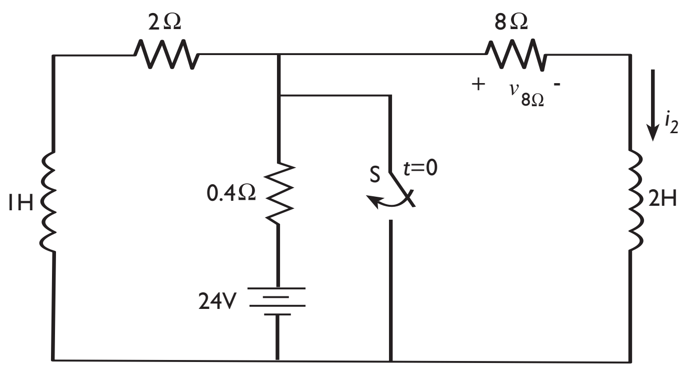
$$v_L(t) = -0.32\,e^{-4000\,t}\ V$$

$v_R(t)$ Ohm Kanunu ile hesaplanır.

$$v_R(t) = i(t)R_{40\Omega} = 8(10^{-3})e^{-4000\,t}(40) = 0.32e^{-4000\,t}\ V$$

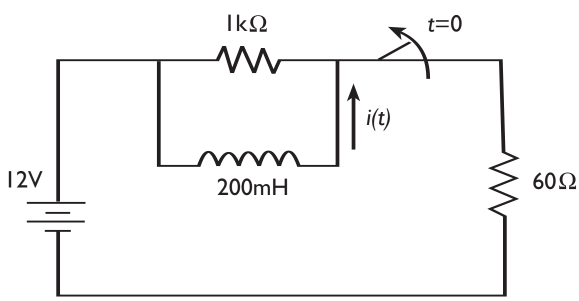
SIRA SİZDE 3

Şekildeki devrede açık olan S anahtarı t = 0 anında kapatılıyorsa, t > 0 durumu için $v_{8\Omega}(t)$ ifadesini bulunuz.



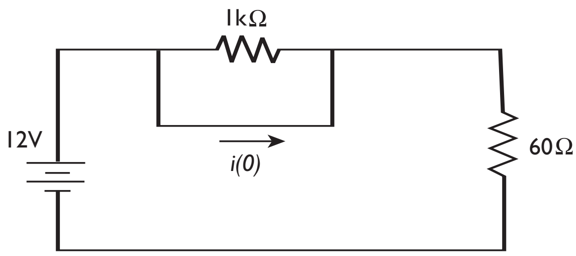
ÖRNEK 7

Aşağıdaki devrede kapalı olan anahtar t = 0 anında açılmaktadır. Buna göre i(t)'yi bulunuz.

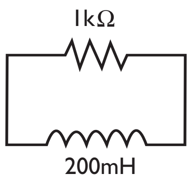


Çözüm 7:

$i(t) = i(0)e^{-t/\tau}$ olduğuna göre $i(0)$ ve τ'nun belirlenmesi gerekir. i(0) t < 0 durumuna göre, τ ise t > 0 durumuna göre belirlenir. t < 0 durumunda devre aşağıdaki gibidir. Bobin kısa devre özelliği gösterir. $i(0^-) = 12/60 = 0.2$ A. Bobin, anahtarın açılmasıyla birlikte bir anda durum değiştirmeyeceğinden $i(0^-) = i(0) = i(0^+) = 0.2$ A olur.



t > 0 durumunda devre aşağıdaki gibi olur.

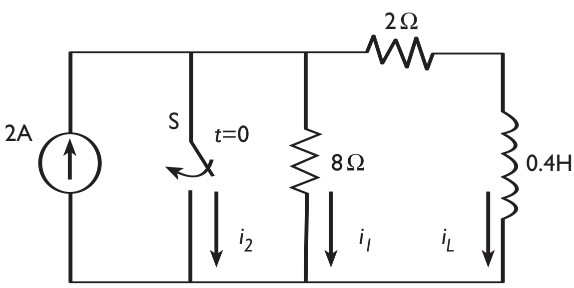


$\tau = L/R = 200(10^{-3})/1(10^{3}) = 2(10^{-4})\ s$

$i(t) = 0.2e^{-t/2(10^{-4})} = 0.2e^{-5000\,t}\ A$

SIRA SİZDE 4

Şekildeki devrede açık olan S anahtarı t = 0 anında kapatılıyorsa, t = 0.15 s için i_L akımını hesaplayınız.

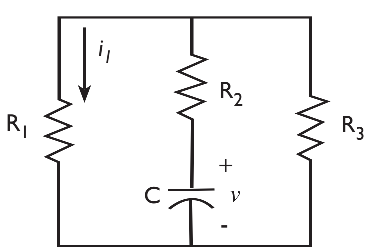


Genelleştirilmiş RC Devreleri

RC devrelerinde de RL devrelerinde olduğu gibi kondansatör üzerindeki gerilim dışında diğer devre elemanları ile ilgili akım ya da gerilim değerlerinin belirlenmesi gerekebilir. Kaynaksız RC devrelerinde, devrenin tepkisi (doğal tepki) tüm elemanlar için aynıdır ve $Ae^{-t/\tau}$'ya eşittir. Bu yaklaşım yanında Kirchhoff Kanunları ile Ohm Kanunu kullanılarak istenen elektriksel büyüklükler hesaplanır. Aşağıda konu ile ilgili bir örneğe yer verilmiştir.

ÖRNEK 8

Şekildeki devrede $v(0^-) = V_0$ ise $v(0^+)$ ve $i_1(0^+)$ bulunuz.



Çözüm 8:

Kaynaksız RC devrelerinde, devrenin tepkisi tüm elemanlar için aynı olduğundan ve $v(t) = v(0)e^{-t/\tau}$ ve $i_1(t) = i_1(0)e^{-t/\tau}$ dir. Çözüm için aşağıdaki yöntem izlenir.

Devrede birden fazla direnç vardır. Zaman sabitinin hesaplanmasında bu dirençlerin eşdeğeri ($R_{eş}$) kullanılır. $R_{eş}$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$R_{eş} = \frac{R_1 \,.\, R_3}{R_1 + R_3} + R_2$$

Zaman sabiti ise aşağıdaki eşitlik ile belirlenir.

$$\tau = R_{eş}C$$

Kondansatör üzerinde t=0'da ve $t(0^+)$ başlangıcında kondansatör üzerinde V_0 gerilimi vardır. ($v(0^-) = v(0^+) = v(0) = V_0$). Ancak $t(0^+)$'dan sonra bu gerilim üstel olarak sönümlenecektir. Bu durum aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v(t) = V_0 e^{-t/\tau}$$

i_1 akımı $t(0^+)$'da kondansatörün gerilimi ile değişir. Bu durumda Ohm Kanunu kullanılarak i_1 akımı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$i_1 = \frac{V_0 e^{-t/\tau}}{R_{eş}} \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} \right)$$

BİRİM BASAMAK FONKSİYONU

Birim basamak fonksiyonu $u(t_0^-) = 0$ ve $u(t_0^+) = 1$ değerlerini alan fonksiyondur. Dikkat edilirse fonksiyon kesikli bir fonksiyondur ve t = 0 anında tanımlı değildir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} \tag{6.22}$$

Birim basamak fonksiyonu $u(t - t_0)$'nın grafiği ise Şekil 6.10'da görülmektedir.

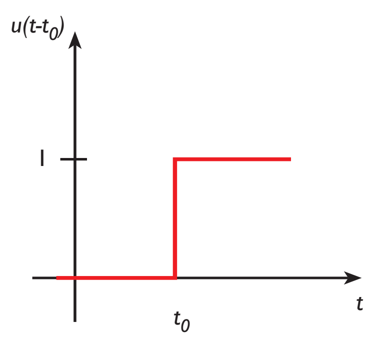
$t_0 = 0$ olarak alındığında fonksiyonun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \tag{6.23}$$

Birim basamak fonksiyonu u(t)'nın grafiği ise Şekil 6.11'de görülmektedir.

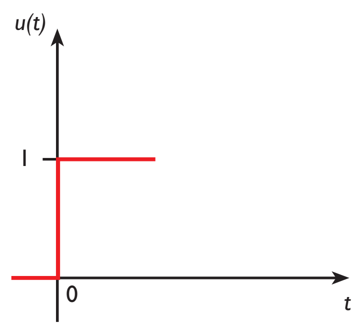
Şekil 6.10

$u(t - t_0)$ Birim basamak fonksiyonu grafiği



Şekil 6.11

u(t) Birim basamak fonksiyonu grafiği

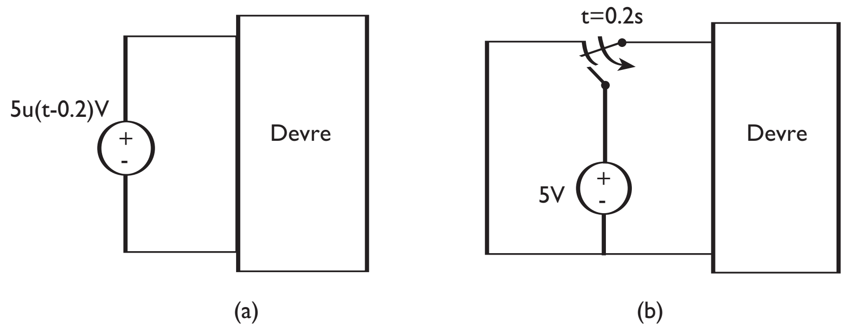


Birim basamak fonksiyonu boyutsuzdur ve devrelerde sabit bir gerilim veya akım değeri ile çarpım şeklinde ifade edilir. Örneğin t_0'dan sonra 5 V olan birim basamak fonksiyonu $v(t) = 5u(t - t_0)$ şeklinde ifade edilir. Bu gösterim, t_0 anına kadar devreye gerilim verilmediği (gerilim kaynağı kısa devre, 0 V), t_0 anından sonra ise devreye 5 V'luk bir gerilim uygulandığı anlamına gelir. Benzer şekilde t_0'dan sonra 3 A'lik akım veren birim basamak fonksiyonu $i(t) = 3u(t - t_0)$ şeklinde ifade edilir. Bu gösterim ise, t_0 anına kadar devreye akım verilmediğini (akım kaynağı açık devre, 0 A), t_0 anından sonra devreye 3 A'lik bir akım uygulandığı anlamına gelir.

Birim Basamak Fonksiyonunun Devrelerde Kullanımı

Devrelerde birim basamak fonksiyonlu kaynaklar, belirli sürelerde otomatik olarak anahtarlama yapmak amacı ile kullanılır. t = 0 anında anahtarın kapatılması ya da açılması yerine bu kaynakların kullanıldığı devrelerde belirli bir t_0 anında kaynak otomatik olarak devreye girmektedir ya da devreden çıkmaktadır. t_0 anı öncesinde devrede akım ya da gerilim sıfırdır. Fonksiyon t_0 anında tanımlı olmadığından $t_0 < 0$ ve $t_0 > 0$ durumları değerlendirilmelidir.

Şekil 6.12'de birim basamak fonksiyonlu gerilim kaynağının kullanıldığı örnek bir devre ve bu devrenin anahtarlama tertibatlı eşdeğer devresi görülmektedir.

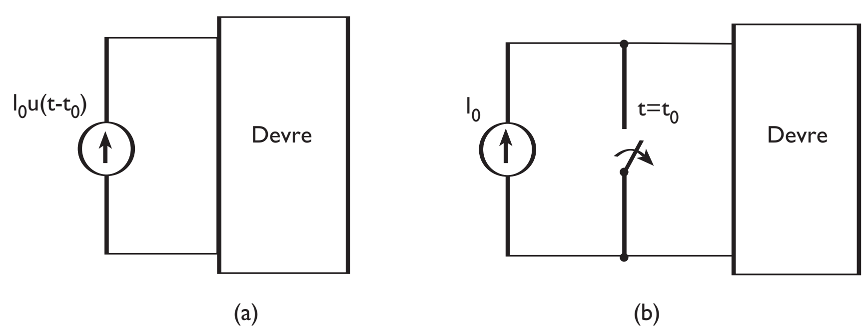


Şekil 6.12

(a) Birim basamak fonksiyonlu gerilim kaynağı
(b) Birim basamak fonksiyonlu gerilim kaynağının eşdeğer devresi

Şekil 6.12'deki devrelere göre t < 0.2 s'de 5 V'luk gerilim kaynağı kısa devredir. Devreye bir gerilim sağlamaz, V = 0'dır. t = 0.2 s'de fonksiyon tanımsızdır. t > 0.2 s'de ise gerilim kaynağı devreye 5 V'luk gerilim sağlar.

Birim basamak fonksiyonlu bir akım kaynağı ve buna bağlı devre ile anahtarlama tertibatlı eşdeğeri Şekil 6.13'de görülmektedir.



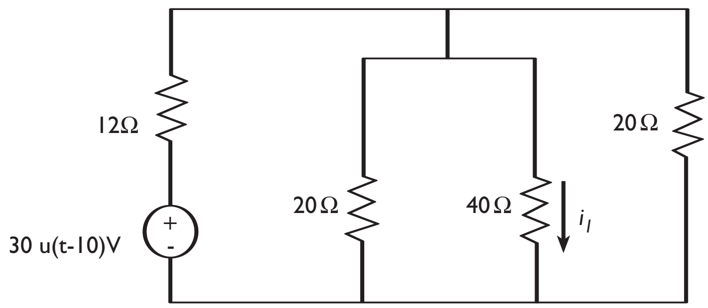
Şekil 6.13

(a) Birim basamak fonksiyonlu akım kaynağı
(b) Birim basamak fonksiyonlu akım kaynağının eşdeğer devresi

Şekil 6.13'deki devrelere göre t < t_0'da akım kaynağı açık devredir. Devreye bir akım sağlamaz, $I = 0$'dır. t = t_0'da fonksiyon tanımsızdır. t > t_0'da ise akım kaynağı devreye I_0 kadar bir akım sağlar.

ÖRNEK 9

Şekildeki devrede t < 10 s ve t > 10 s'de i_1 akımını hesaplayınız.



Çözüm 9:

t < 10 s durumunda gerilim kaynağı kısa devredir ve buna bağlı olarak devreye herhangi bir güç verilmediğinden $i_1 = 0\ A$'dir.

t > 10 s durumunda $R_{eş}$ = 20 Ω'dur. Devreden geçen akım aşağıdaki gibi hesaplanır.

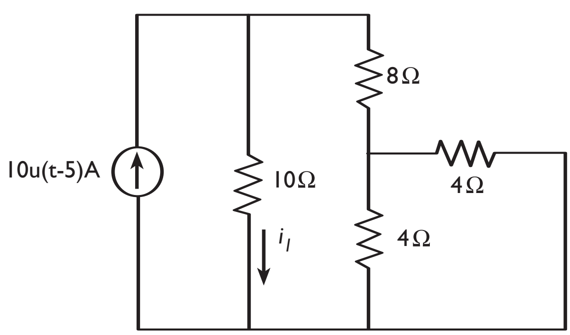
$$I = \frac{30}{20} = 1.5\ A$$

40 Ω'luk dirençten geçen akım şu şekildedir:

$$I_1 = (1.5)\frac{(10)}{50} = 0.3\ A$$

ÖRNEK 10

Şekildeki devrede t < 5 s ve t > 5 s'de i_1 akımını hesaplayınız.



Çözüm 10:

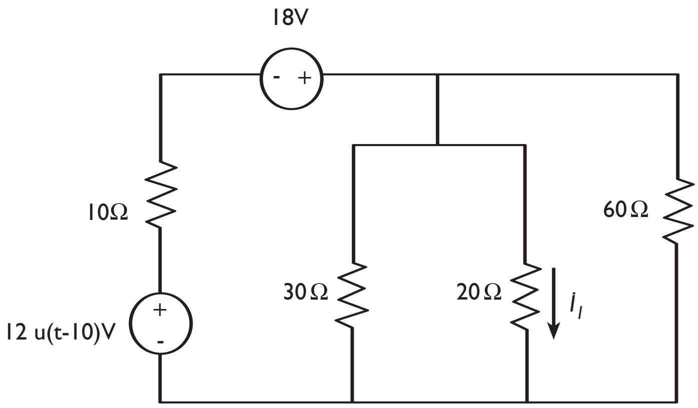
t < 5 durumunda akım kaynağı açık devredir ve dirençlerden akım akmaz $i_1 = 0\ A$'dir.

t > 5 s durumunda $R_{eş}$ = 5 Ω'dur. Devreden geçen akım aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$i_1 = \frac{10}{20}10 = 5\ A$$

SIRA SİZDE 5

Şekildeki devrede t > 10 s'de i_1 akımını hesaplayınız.



Özet

Bu bölümde temel devre yapılarından olan basit yapıdaki kaynaksız RL ve RC devrelerinin doğru akım analizi anlatılmıştır. Devreler genel olarak iki zaman durumu gözönüne alınarak incelenir. Bunlardan ilki olan t < 0 durumunda, devrede kaynak varken başlangıç durumlarının belirlenmesi amacıyla yapılan analizdir. İkinci durum olan t > 0'da ise zaman sabitinin hesaplanması amacıyla analiz yapılır. Kaynaksız RL/RC devrelerinin tepkisi doğal tepki olarak isimlendirilir. Doğal tepki kullanılan elemanların değerlerine ve devredeki bağlantı şekline bağlıdır.

Bir eşdeğer direnç ve bir eşdeğer indüktansa indirgenmiş RL devresinde bobin üzerinden geçen akımın doğal tepkisi $i(t) = i(0)e^{-t/\tau}$ eşitliği ile belirlenir. RL devrelerinde, τ devre zaman sabiti L/R'ye eşittir. Burada i(t) ifadesi bobin üzerinden akan akımı göstermektedir.

Bir eşdeğer direnç ve bir eşdeğer kondansatöre indirgenmiş RC devresinde kondansatör üzerindeki gerilimin doğal tepkisi $v(t) = v(0)e^{-t/\tau}$ eşitliği ile belirlenir. RC devrelerinde, τ devre zaman sabiti RC'ye eşittir. Burada v(t) ifadesi kondansatör üzerindeki gerilimi göstermektedir.

Devredeki anahtarın kapatılma ve açılma durumunu modellemede, birim basamak fonksiyonu oldukça kullanışlı bir fonksiyondur. Direnç ve kaynaklardan oluşmuş devrelerde birim basamak fonksiyonunun etkisi gösterilmiştir.

RL ve RC devre analizlerinin iyi bilinmesi bu devrelerin kullanıldığı devrelerin analizlerinin kolaylıkla yapılmasını ve devrelerin çalışmasının daha kolay anlaşılmasını sağlar. Bu durum, amaca yönelik fonksiyonel devreler ya da cihazlar geliştirmede önemli bir adımdır.

Kendimizi Sınayalım

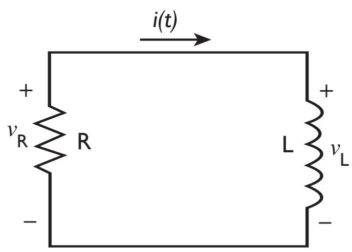
1. 15 kΩ'luk bir direnç ile 10 mH'lik bir bobin seri bağlanmıştır. Devrenin zaman sabitinin değeri nedir?

a. $6.67(10^{-7})$ s
b. $3.34(10^{-7})$ s
c. $5.21(10^{-7})$ s
d. $7.5(10^{-7})$ s
e. $1.5(10^{-7})$ s

2. 4.7 kΩ'luk bir direnç ile 20 pF'lık bir kondansatör seri bağlanmıştır. Devrenin zaman sabitinin değeri nedir?

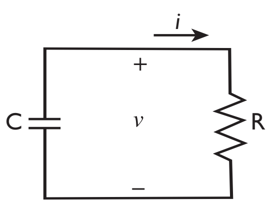
a. 14 ns
b. 28 ns
c. 42 ns
d. 60 ns
e. 94 ns

3. Şekildeki devrede R = 2.2 kΩ, L = 1 μH ve i(0) = 4 mA ise t = 200 ps'deki *i* değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde doğru olarak verilmiştir?



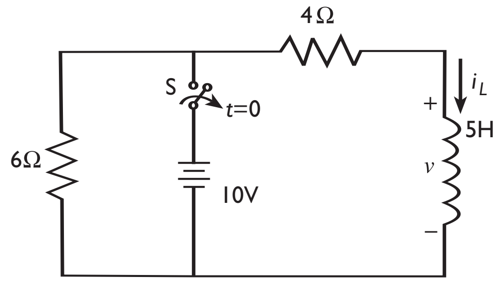
a. 0 mA
b. 1.12 mA
c. 3.21 mA
d. 2.58 mA
e. 4 mA

4. Şekildeki devrede R = 100 MΩ, C = 1 μF ve v(0) = 1 mV ise t = 40 s'deki v değeri aşağıdaki şıklardan hangisinde doğru olarak verilmiştir?



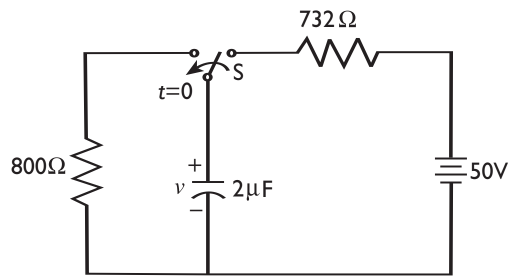
a. 1 mV
b. 1.4 mV
c. 0.67 mV
d. 0.85 mV
e. 0.96 mV

5. Şekildeki devrede kapalı olan S anahtarı t = 0 anında açılmaktadır. Şekilde verilenlere göre $i_L(0)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?



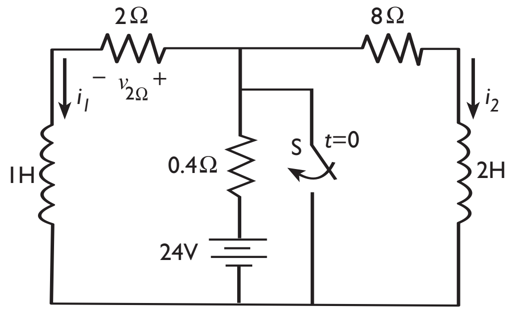
a. 1 A
b. 1.1 A
c. 1.5 A
d. 2.5 A
e. 4 A

6. Şekildeki devrede t = 0 anında anahtar ok yönünde hareket ettirilmektedir. Şekilde verilenlere göre v(0) değeri aşağıdakilerden hangisidir?



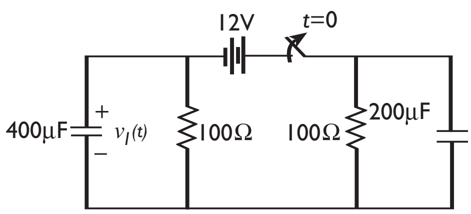
a. 50 V
b. 30 V
c. 25 V
d. 15 V
e. 12 V

7. Şekildeki devrede açık olan S anahtarı t = 0 anında kapatılmaktadır. Şekilde verilenlere göre $v_{2\Omega}(t)$ ifadesi nedir?



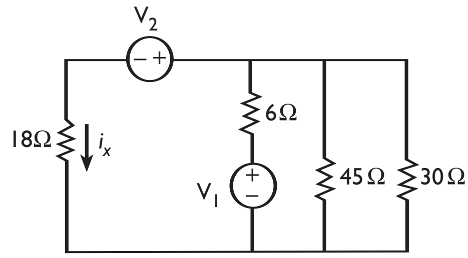
a. $19.2e^{-4t}$
b. $19.2e^{-2t}$
c. $9.6e^{-4t}$
d. $9.6e^{-2t}$
e. $12e^{-4t}$

8. Şekildeki devrede kapalı olan anahtar t = 0 anında açılmaktadır. Şekilde verilenlere göre $v_1(t)$ ifadesi nedir?



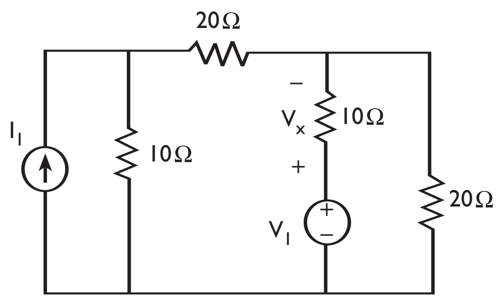
a. $-6e^{-25t}$
b. $6e^{-25t}$
c. $6e^{-50t}$
d. $-12e^{-50t}$
e. $12e^{-50t}$

9. Şekildeki devrede ve $V_1 = 30u(t-4)V$ ve $V_2 = 24u(t-10)V$'tur. 5 < t < 9 zaman aralığında i_x akımının değeri nedir?



a. 10 A
b. 8 A
c. 4 A
d. 2 A
e. 1 A

10. Şekildeki devrede $I_1 = 6u(t-6)A$, $V_1 = 44u(t)V$'dir. 0 < t < 6 iken V_x geriliminin değeri nedir?



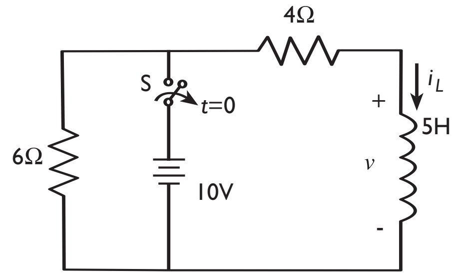
a. 3 V
b. 5 V
c. 10 V
d. 12 V
e. 20 V

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. a	Yanıtınız yanlış ise "Üstel Tepkinin Özellikleri" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. e	Yanıtınız yanlış ise "Kaynaksız RC Devresi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. d	Yanıtınız yanlış ise "Kaynaksız RL Devresi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. c	Yanıtınız yanlış ise "Kaynaksız RC Devresi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d	Yanıtınız yanlış ise "Sıra Sizde 1" i yeniden gözden geçiriniz.
6. a	Yanıtınız yanlış ise "Sıra Sizde 2" yi yeniden gözden geçiriniz.
7. b	Yanıtınız yanlış ise "Sıra Sizde 3"ü yeniden gözden geçiriniz.
8. a	Yanıtınız yanlış ise "Kaynaksız RC Devresi" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. e	Yanıtınız yanlış ise "Birim Basamak Fonksiyonunun Devrelerde Kullanımı" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. e	Yanıtınız yanlış ise "Birim Basamak Fonksiyonunun Devrelerde Kullanımı" başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1



t < 0 durumunda bobin kısa devre olup üzerinden geçen akım aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$i_L(0^-) = \frac{10}{4} = 2.5\text{A}$$

Bobin durum değişikliğine hemen cevap vermeyip $t = 0^-$ ve $t = 0^+$ anında durumunu koruyacaktır. Buna göre t = 0 anında üzerinden geçen akım 2.5 A'ya eşittir.

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = 2.5 \text{ A} = I_0$$

t > 0 durumunda ise bobin üzerindeki akım aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$i_L(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

Devredeki direnç ve bobinin değerleri yukarıdaki eşitlikte yerine konduğunda aşağıdaki ifade elde edilir.

$$i_L(t) = 2.5e^{-10t/5}$$

$$i_L(t) = 2.5e^{-2t}$$

t > 0 durumunda ise bobin gerilimi ise aşağıdaki eşitlikten bulunur:

$$v(t) = L\frac{di}{dt} = 5\frac{d(2.5e^{-2t})}{dt}$$

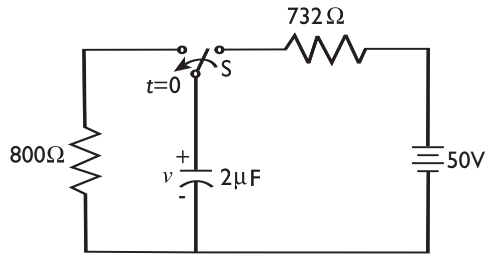
Türev alma işlemi yapıldıktan sonra aşağıdaki ifade elde edilir.

$$v(t) = 5(-2)(2.5)e^{-2t} \text{ V}$$

Gerekli işlemler yapıldıktan sonra t > 0 durumunda v için aşağıdaki sonuç bulunur.

$$v(t) = -25e^{-2t}$$

Sıra Sizde 2



t < 0 durumunda kondansatör açık devre olup üzerinde kaynak gerilimine eşit bir gerilim vardır.

$v(0^-) = 50$ V

Kondansatör durum değişikliğine hemen cevap vermeyip $t = 0^-$ ve $t = 0^+$ anında durumunu koruyacaktır. Buna göre t = 0 anında üzerindeki gerilim 50 V'ye eşittir.

$v(0^-) = v(0) = v(0^+) = 50V = V_0$

t > 0 durumunda ise kondansatör üzerindeki gerilim aşağıdaki gibi ifade edilir:

$v(t) = V_0 e^{-t/RC}$

Devredeki direnç ve sığa değerleri yukarıdaki eşitlikte yerine konduğunda t > 0 durumunda kondansatör üzerindeki gerilim için aşağıdaki ifade elde edilir.

$v(t) = 50e^{-t/2.10^{-6}800}$

$v(t) = 50e^{-625t}$

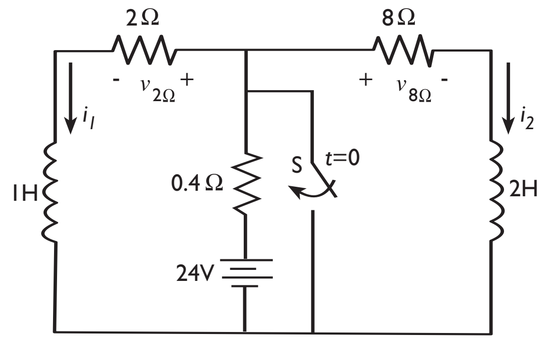
t = 2 ms yerine konduğunda aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$v(2ms) = 50e^{-625(2.10^{-3})}$

$v(2ms) = 50e^{-1.25}$

$v(2ms) = 14.33\ V$

Sıra Sizde 3



t < 0 durumunda bobinler kısa devredir. 2 H'lik bobin üzerinden geçen akım aşağıdaki gibi bulunur:

$$i_2(0^-) = \frac{24}{2}\frac{2}{10} = 2.4 \text{ A}$$

$$i_2(0^-) = i_2(0) = i_2(0^+) = 2.4 \text{ A}$$

Anahtar kapatıldığı anda 2 ayrı devre ortaya çıkar. 8 Ω'luk direnç ve 2 H'lik bobinin bulunduğu devrenin zaman sabiti aşağıdaki gibi bulunur:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{8} = 0.25 \text{ s}$$

t > 0 durumunda i_2 akımı aşağıdaki gibidir:

$i_2(t) = i_2(0)e^{-t/\tau}$

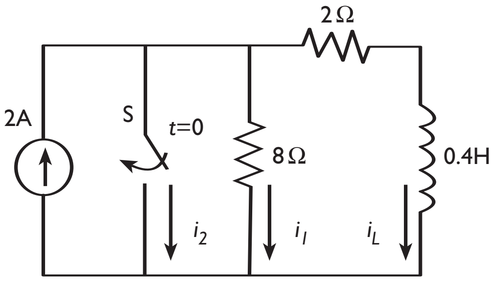
$i_2(t) = 2.4e^{-t/0.25} = 2.4e^{-4t}$

8 Ω'luk direnç üzerine düşen gerilim ise aşağıdaki gibidir:

$v_{8\Omega}(t) = i_2(t)R_{8\Omega} = 2.4e^{-t/0.25}(8)$

$v_{8\Omega}(t) = 19.2e^{-4t}$

Sıra Sizde 4



t < 0 durumunda bobin kısa devre olup üzerinden geçen akım aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$i_L(0^-) = 2\frac{8}{10} = 1.6 \text{ A}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+) = 1.6 \text{ A} = I_0$$

Bu durumda i_1 akımı da 0.4 A'ya eşittir:

$i_1(0^-) = 2 - 1.6 = 0.4$ A

i_2 akımı ise $i_2(0^-) = 0$'dır.

t > 0 durumunda ise bobin üzerindeki akım aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$i_L(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.4}{2} = 0.2\ s$$

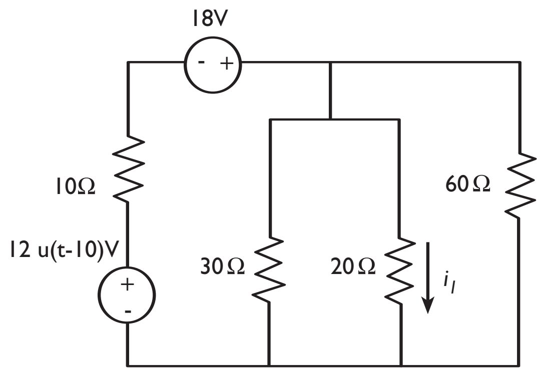
Burada kısa devreden dolayı 8 Ω'luk direncin devreye katılmadığına dikkat edilmelidir.

$i_L(t) = 1.6e^{-t/0.2}$

$i_L(0.15) = 1.6e^{-0.15/0.2}$

$i_L(0.15) = 0.75\ A$

Sıra Sizde 5



t > 10 s durumunda 18 V'luk ve 12 u (t-10) V'luk kaynaklar devrededir. Gerilim kaynakları birbirini destekleyici yönde bağlandığından devreye sağladıkları gerilim 30 V olur.

Devrede $R_{eş}$ = 20 Ω'dur. Devreden geçen akım aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$I = \frac{30}{20} = 1.5\ A$$

30 Ω ve 60 Ω'luk dirençler paralel bağlıdır. Bu iki direncin eşdeğeri 20 Ω'dur. Buna göre 20 Ω'luk dirençten geçen akım paylaşımı kuralına göre aşağıdaki gibi bulunur.

$$I_1 = (1.5)\frac{20}{40} = 0.75A$$

Yararlanılan Kaynaklar

Hayt, W. H., Kemmerly, J. E., Durbin S. M. (2006). **Engineering Circuit Analysis**, New York: McGraw Hill.

Boylestad, R. L. (2010). **Introductory Circuit Analysis**. Prentice Hall.

Balabanian, N., (1994). **Electric Circuits**, New York: McGraw-Hill.

Moura L., Darwazeh I., (2005). **Introduction to Linear Circuit Analysis and Modelling**, Elsevier.

DEVRE ANALİZİ

7

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;

- AC akım ve gerilimlerin farklı gösterimlerini anlayıp yorumlayabilecek,
- AC dalga değerlerini hesaplayabilecek,
- Empedans ve admitans kavramlarını açıklayabilecek,
- Seri ve paralel devre elemanlarının eşdeğer empedansını AC gerilim altında hesaplayabilecek,
- Yapılan çözümlemeleri diyagram olarak çizebilecek

bilgi ve becerilere sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Açısal frekans
- Etkin değer
- Faz açısı
- Empedans
- Fazör diyagramı

İçindekiler

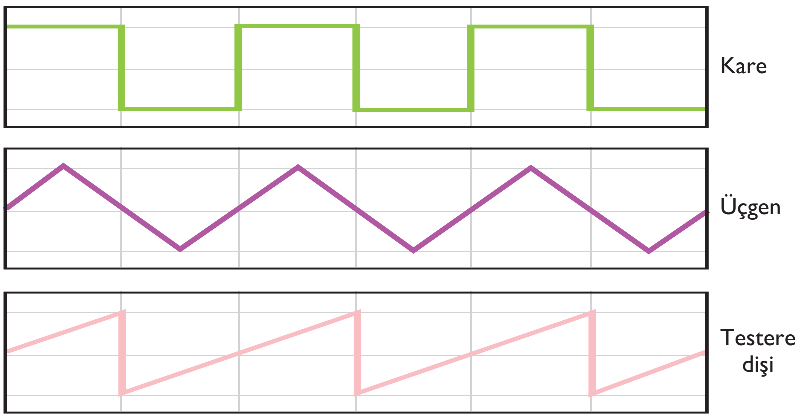
Devre Analizi → Alternatif Akım →

Alternatif Akım

GİRİŞ

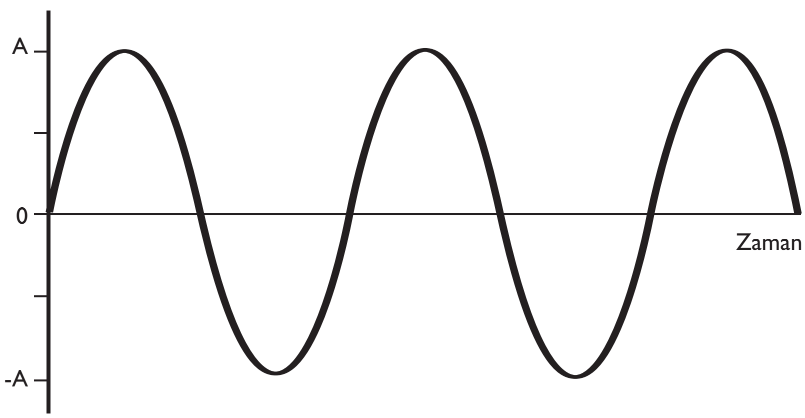
Periyodik olarak yönü ve büyüklüğü değişen akımlara alternatif akım denir. Alternatif akım kısaca AA ya da aynı kelimelerin İngilizce karşılıklarının ilk harflerinden yola çıkarak (Alternative Current) AC şeklinde gösterilir. Farklı ve özel uygulamalarda Şekil 7.1'de gösterilen kare, üçgen gibi dalga şekilleri olsa da, bilinen en yaygın AC dalgası Şekil 7.2'deki gibi bir sinüs grafiği şeklindedir. Sanayi ve konutlarda kullanılan akım cinsi de bu sinüs dalgası şeklindeki alternatif akımdır.

Şekil 7.1



Farklı AC Dalga Şekilleri.

Şekil 7.2

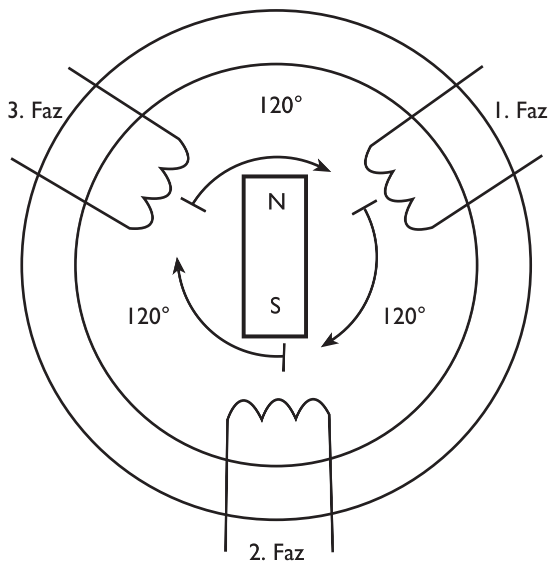


En Yaygın AC Dalga Grafiği.

Hepimizin bildiği gibi termik, hidroelektrik ve nükleer santrallerde buhar veya su gücünün döndürme etkisinden faydalanılmaktadır. Dönme kuvveti, rotor adı verilen ve bir mıknatıs olan, hareketli parçaya belli bir dönme hızı kazandırır. Bu hızlı dönme sonunda, hareketli bu parçanın dış tarafında sabit şekilde duran stator adlı parçanın üstüne sarılı kabloların uçları arasında bir gerilim yani elektrik oluşur. Ancak Şekil 7.3'de görüldüğü gibi tek bir hareketli parça etrafına, daha verimli olması açısından 120° ara ile üç sabit kısım yerleştirilmiştir. Döner mıknatısın N kutbu, sabit sargılara yaklaşıp uzaklaşırken sinüs dalgasının üst yarısı, benzer şekilde döner mıknatısın S kutbu, sabit sargılara yaklaşırken sinüs dalgasının alt yarısı oluşur. Böylece üç sargı içinde de döner parçanın hareketine göre artıp azalan periyodik birer dalga oluşur. Çok basite indirgenmiş gösterimi Şekil 7.3'deki gibi olan bir alternatörden, aralarında 120° fark olan ve Şekil 7.4'de gösterilen üç sinüs dalgası yani AC gerilim elde edilir. Alternatörlerden elde edilen enerjinin akım ve gerilimi de sinüzoidaldir. Bu şekildeki gibi bir üretim sonucu ortaya çıkmış alternatif akım, sanayide ve konutlarda kullanılan, karşımıza doğru akımdan daha fazla çıkan, kullanımı gerekli ve yaygın bir akım türüdür.

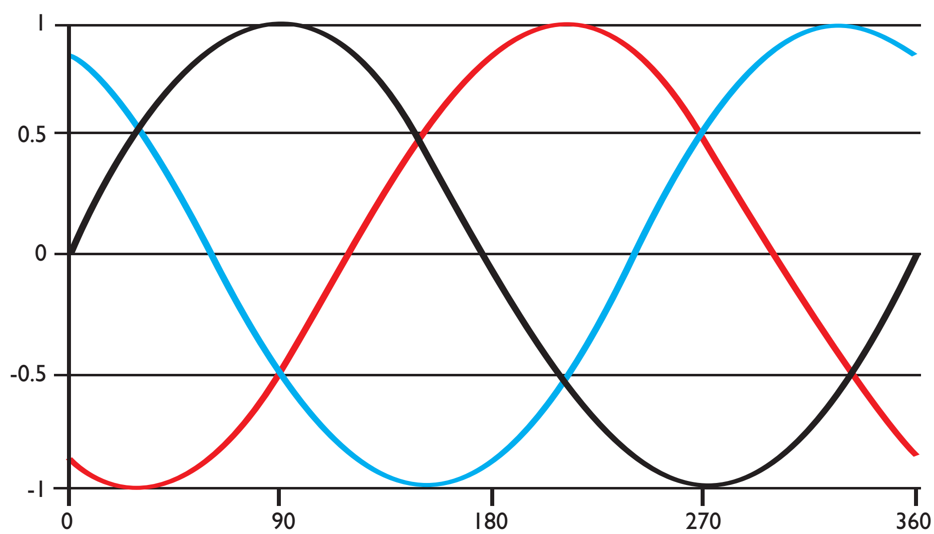
Şekil 7.3

Basit Bir Alternatör Gösterimi.



Şekil 7.4

Aralarında 120°'lik Fark Olan Üç AC Dalga.



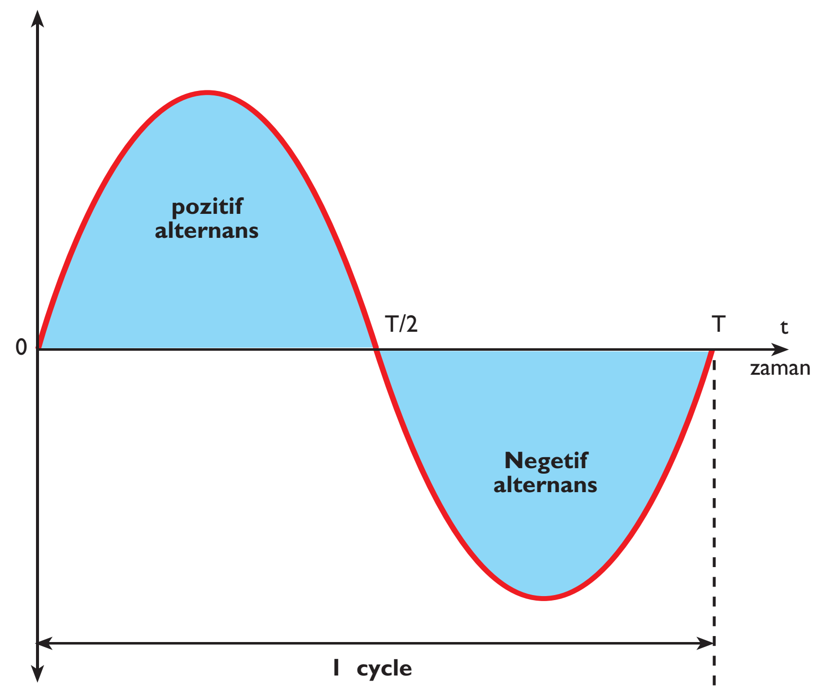
DİKKAT

Devre Analizi dersinde ve sınavlarda kullanılmak üzere trigonometrik işlemlere uygun hesap makinesi kullanılması gerekmektedir. Özellikle sınavlara gelirken bu tarz işlemlere uygun hesap makinesi getirmeyi unutmayınız. Bu hesap makinesinin databank özelliği olmaması gerekmektedir. Ancak; özellikle sin, cos, tan, arcsin, arccos ve arctan gibi matematiksel işlemlerin yapılması olanaklı olmalıdır.

TEMEL KAVRAMLAR

Frekans

Matematikten bildiğimiz sinüs fonksiyonunun tüm özelliklerini alternatif akım da taşır. Bir sinüs eğrisinin sıfır değerinden başlayıp, pozitif maksimum değere ulaşması, sonra tekrar sıfır değerinden negatif minimum ulaşarak sıfır olması ile tam bir dalga yapması elektronikte cycle adını alır. Şekil 7.5'de AC dalganın bir cycle adı verilen bu kısmı gösterilmiştir. Alternatif akımın frekansı ise saniyedeki cycle sayısıdır. Frekans, f ile gösterilir. Birimi Hertz'dir. Türkiye'de şehir cereyanında kullanılan gerilimin frekansı 50 Hz'dir. Bu da demektir ki kullandığımız elektrik geriliminin sinüzoidal dalgası saniyede 50 kez yeniden tekrarlanmaktadır.



Şekil 7.5

AC Dalganın Bir Cycle Parçası.

Hertz'in az katları mevcut değildir. Üst katları ise kilohertz, megahertz ve gigahertz olarak sayılabilir. Bunlar arasındaki dönüşümlere ait bağıntı aşağıdaki gibidir.

$$1 \text{ Hz} = 10^{-9} \text{ GHz} = 10^{-6} \text{ MHz} = 10^{-3} \text{ KHz} \tag{7.1}$$

Periyot

Bir alternatif akım dalgasında bir cycle tamamlanıncaya kadar geçen süreye periyot denir. Periyot T ile gösterilir, birimi saniye (sn)'dir. Periyot ve frekans arasında aşağıdaki bağıntı vardır.

$$T = \frac{1}{f} \tag{7.2}$$

Açısal frekans

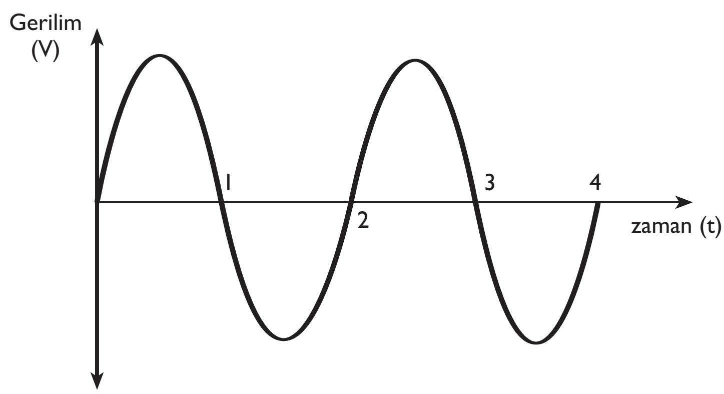
Alternatif akım dalgasında bir cycle, tam bir dairesel hareket olduğundan bu hareket boyunca 2π radyan kadar açı taranmış olur. Bir cycle ise bilindiği üzere, bir periyotta yani T saniyede tamamlanmaktadır. Bu durumda 2π radyanlık açı T kadar sürede alınır. Açısal frekans da birim zamanda radyan olarak taranan açıdır ve ω ile gösterilir, birimi radyan/saniye'dir. Formül olarak açısal frekans:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{7.3}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK 1

Aşağıda verilen alternatif gerilim dalgasının periyot, frekans ve açısal frekansını bulunuz.



Çözüm 1:

Bu dalgada, görüldüğü gibi bir cycle tamamlanması için geçen süre 2 sn'dir. O halde periyot 2 sn olur.

$T = 2$ sn

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ Hertz}$$

$\omega = 2\pi f = 2\pi(0.5) = \pi$ rad/sn

ÖRNEK 2

Bir AC dalganın bir periyodunun oluşması için geçen süre 5 msn ise, bu dalganın frekansı ve açısal frekansını bulunuz.

Çözüm 2:

$T = 5 \text{ msn} = 5\times10^{-3}$ sn

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5\times10^{-3}} = 200\text{Hz}$$

$\omega = 2\pi f = 2\pi 200 = 400\pi$ rad/sn

SIRA SİZDE 1

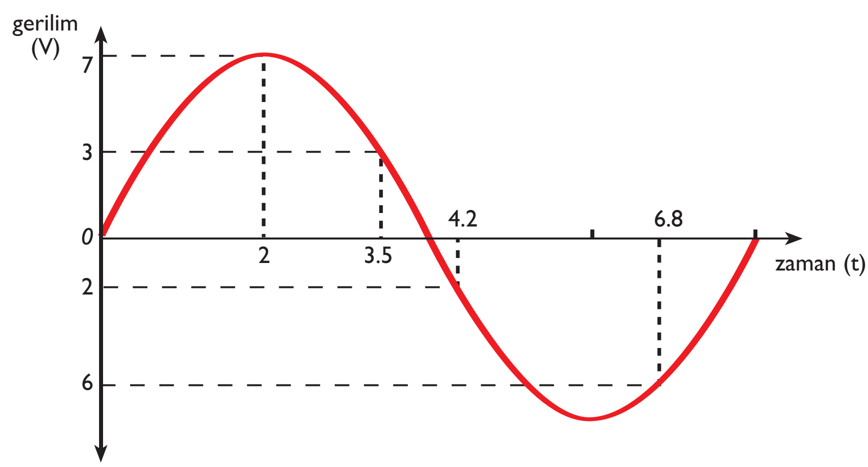
Bir AC gerilim dalgasının 4 cycle oluşturması 20 Msn alıyorsa, bu dalganın periyodunu, frekansını ve açısal frekansını siz hesaplayabilir misiniz?

Alternatif Akım Değerleri

Alternatif akımın ölçümlerinde, anlık değer, maksimum (tepe) değer, tepeden tepeye değer, etkin değer ve ortalama değer olmak üzere beş farklı sonuç kullanılabilir. Bu değerlerin hesaplanması ve ölçülmesi aşağıdaki gibidir.

Anlık Değer

Alternatif akımın sinüzoidal eğrisi üzerindeki belli bir zamana karşı gelen akım ya da gerilim değerine anlık değer denir. Şekil 7.6'da gösterilen AC gerilim için bazı zamanlardaki anlık değerler aşağıda verildiği gibidir.



Şekil 7.6

Anlık Değerleri İncelenecek Bir AC Gerilim.

V(2) = 7 V
V(3.5) = 3 V
V(4.2) = -2 V
V(6.8) = -6 V

Tepe Değer

Adından da anlaşılacağı üzere bir AC dalganın tepe değeri, ulaştığı maksimum gerilim veya akım değeridir. Gerilim için V_{max} ve akım için de I_{max} şeklinde sembolize edilir. Bu değer her bir zamanda ölçülen ani değerlerin en büyüğüdür. Tepe değer V_{pik} veya akım için I_{pik} olarak da sembolize edilebilir.

SIRA SİZDE 2

Tepe değeri 20 V ve frekansı 200 Hz olan bir gerilim dalgasının grafiğini çizebilir misiniz?

Tepeden Tepeye Değer

Tepeden tepeye yani elektronikteki yaygın kullanımıyla pik-to-pik değer, AC bir gerilim için pozitif ve negatif tepe değerleri arasındaki farktır. $V_{p\text{-}p}$ veya V_{pp} şeklinde gösterilen bu değer:

$$V_{p\text{-}p} = V_{pik} - (-V_{pik}) = 2V_{pik} = 2V_{max} \tag{7.4}$$

olarak hesaplanır.

Etkin Değer

Alternatif akım uygulanan bir devre elemanında güç bulunurken, bu dalga yapısındaki gerilimin hangi değeri ile hesaplama yapılması gerektiğine karar vermek zordur. Maksimum değerin alınması oldukça yanlış sonuçlar doğuracaktır. Çünkü maksimum değere, bir cycle içinde sadece iki kez anlık olarak ulaşılır. Bu yüzden hesaplamalarda etkin değer kullanılır. AC devrelerde, ampermetre ve voltmetre etkin akım ve gerilim değerlerini ölçer. Etkin değer aynı zamanda bir AC kaynağın, bir direnç üzerinde yarattığı, ısı etkisinin aynısını yaratan DC kaynağın değeridir. İşte bu DC kaynağın değeri, AC kaynağımızın etkin değerini verir.

Etkin değerin bir diğer adı da efektik değerdir. Sembolik gösterimi alt ifadeler kullanılmadan V ve I şeklindedir. Bir AC dalganın maksimum değeri ile efektif değeri arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibidir.

$$V_{etk} = \frac{V_{pik}}{\sqrt{2}} \cong 0.707\ V_{pik} \tag{7.5}$$

$$V_{pik} = V_{max} = V_{etk}\sqrt{2} \cong 1.414V \tag{7.6}$$

Ortalama Değer

Ortalama değer AC dalgaya ait bir cycle içindeki ani değerlerin ortalaması olarak tanımlanır. Ancak AC dalgada pozitif ve negatif ani değerlerin büyüklükleri eşit olduğundan ortalama değer her durumda sıfır sonucuna ulaşacağından, bu hesaplamada tüm cycle yerine pozitif veya negatif alternanslardan sadece biri alınır. Bir AC dalganın maksimum değeri biliniyorsa ortalama değer

$$V_{ort} = 0.636V_{pik} \tag{7.7}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK 3

Ortalama değeri 310 V olan bir AC dalganın efektif değeri ne olur?

Çözüm 3:

$V_{ort} = 0.636V_{pik}$

$310 = 0.636V_{pik}$ ve buradan da $V_{pik} = 487.421$ V

$V = \dfrac{V_{pik}}{\sqrt{2}}$ olduğundan efektif değer V= 344.606 V olarak bulunur.

Şehir şebeke gerilimi 220 V olduğuna göre bu dalgaya ait etkin, ortalama ve maksimum gerilim değerlerini de siz hesaplayınız.

SIRA SİZDE 3

SİNÜZOİDAL AKIM/GERİLİM İÇİN MATEMATİKSEL İFADELER

Belli bazı özel kavram ve ölçümlere sahip olsa da, bir AC dalganın, matematiksel olarak bir sinüs dalgasından farkı olmadığı açıktır. O halde elektrik devresinde kullanılan herhangi bir kaynağı, grafik olarak göstermek yerine sadece tek bir matematiksel ifadeyle göstermek de yanlış olmayacaktır. Bunun için elektrik bilgisinden çok matematiğe ihtiyaç vardır.

Herhangi bir AC gerilim tüm olarak aşağıdaki matematiksel eşitlikle ifade edilir:

$$V(t) = V_{pik}.\sin(\omega t) \quad \text{veya} \quad V(t) = V_{pik}.\sin(2\pi ft) \qquad (7.8)$$

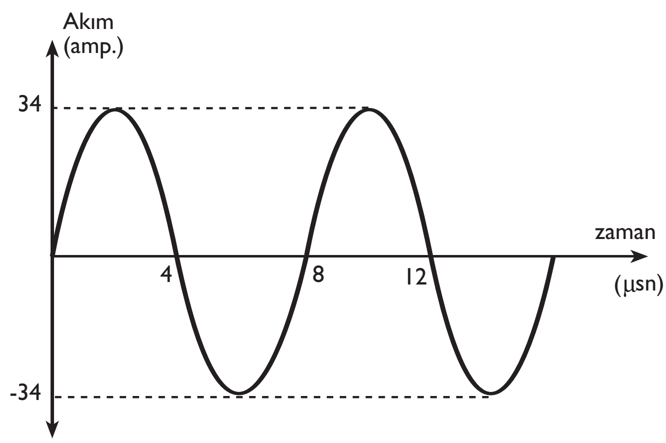
Aynı eşitlik AC akım için de aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$I(t) = I_{pik}.\sin(\omega t) \quad \text{veya} \quad I(t) = I_{pik}.\sin(2\pi ft) \qquad (7.9)$$

Bu denklemler AC akım veya gerilimin ani değerleridir. Bunlar kullanılarak herhangi bir t anında ani değer hesaplanabilir. Bunun yanında dikkat edilirse sadece bu matematiksel gösterimle, tepe değer ve buna bağlı olarak efektif ve ortalama değerler kolaylıkla bulunabilir. ω açısal frekansı, matematiksel bu gösterimden elde edildiğinde de frekans ve periyot da bulunabilir ve dalga çizilebileceği gibi gerekli her türlü hesaplama da yapılabilir.

ÖRNEK 4

Akım grafiği aşağıda verilen dalganın matematiksel gösterimi nasıl olur?



Çözüm 4:

$T = 8\ \mu sn = 8.10^{-6}$ sn

$$f = \frac{1}{T} = 125 \text{ KHz}$$

$\omega = 2\pi f = 250\pi 10^3$ rad/sn

$I_{pik} = 34$ A

Bulunan bu değerlere göre matematiksel gösterimi şu şekildedir:

$I(t) = 34\sin(250\pi 10^3 t)A$

ÖRNEK 5

Efektif değeri 56 V ve periyodu 25 msn olan bir AC gerilimin matematiksel ifadesi ve grafiksel olarak çizimi nasıl olur?

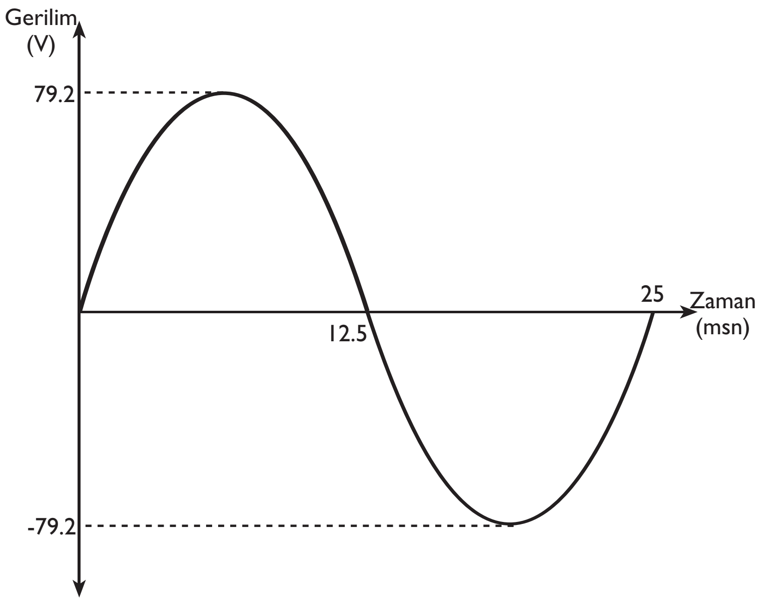
Çözüm 5:

$V_{pik} = V\sqrt{2} = 79.2$ V

$T = 25\text{msn} = 25.10^{-3}$ sn $\quad f = \dfrac{1}{T} = 40$ Hz $\quad \omega = 2\pi f = 80\pi$ rad/sn

$V(t) = V_{pik}\sin(\omega t) = 79.2\sin(80\pi t)$ V

Bulunan bu matematiksel ifadeye ait sinüzoidal dalga aşağıdaki gibi çizilebilir.



SIRA SİZDE 4

Kullandığımız şehir gerilimine ait matematiksel ifadeyi bulup, buna ait grafiği de siz çizmeyi deneyin.

FAZ KAVRAMI VE FAZ İLİŞKİLERİ

Fazın kelime anlamı değişiklik göstermeyen görüntü demektir. Ancak elektronikte, bir AC dalganın başlangıcının, eksenlerin başlangıç noktası olan orijine ya da iki AC dalganın birbirlerine açısal olarak uzaklığına faz veya faz kayması denir.

AC kaynaklar için faz farkı kavramının büyük önemi vardır. Çünkü AC çalışan elektronik sistemlerde, her elektronik parça belli bir faz farkına yol açar. Çalışmaların düzgün yürütülmesi açısından bu hesaplamalar önemlidir.

Bir AC Dalganın Faz Hesabı

Bir sinüzoidal dalgada, dalganın başlangıç noktası 0 gerilim ya da akım değerini alıp, pozitif ani değerler alarak maksimum değere doğru artmaya başladığı nokta kabul edilir. Bu AC dalganın fazı hesaplanırken de bahsedilen bu başlangıç noktasının, grafik eksenlerinin kesişim noktası olan orijin noktasına açısal olarak uzaklığı radyan olarak bulunur. Tek bir AC dalganın fazında üç ayrı durum oluşabilir.

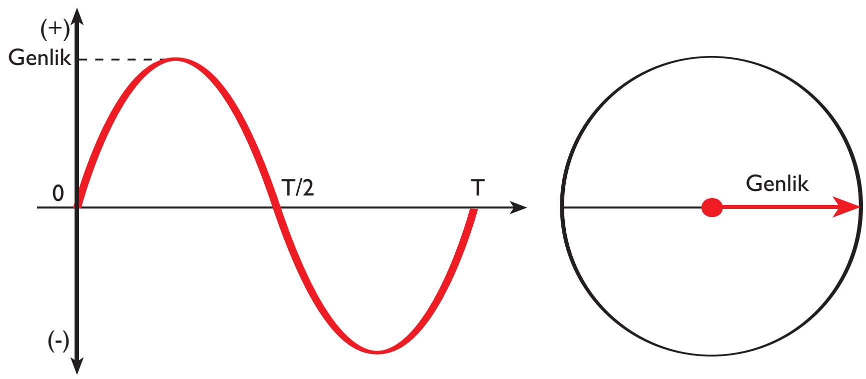
Sıfır Faz

Eğer AC dalganın başlangıç noktası, orijinle çakışık ise bu dalga sıfır fazdadır denir. Sıfır fazda bir AC dalga Şekil 7.7'de gösterildiği gibidir. Bu dalganın vektör olarak gösterimi de yine aynı şekilde gösterilmiştir.

Böyle bir AC dalgada faz açısı yoktur. φ = 0'dır.

Şekil 7.7

Sıfır Fazda Bir AC Dalga ve Vektör Gösterimi.

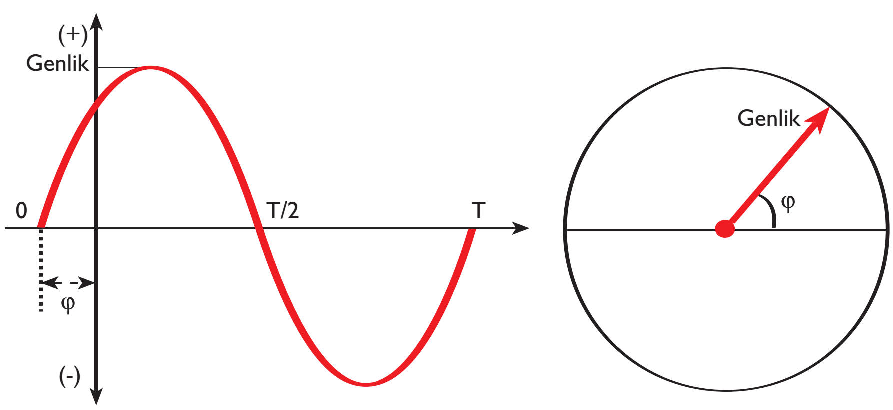


İleri Faz

İleri faz, grafiksel gösterimde, bir AC dalganın başlangıç noktasının, orijin noktasına göre daha solda olması anlamına gelir. Böyle bir sinüzoidal eğri ve bu eğriye ait vektörel gösterim Şekil 7.8'de gösterildiği gibidir.

Şekil 7.8

İleri Fazda Bir AC Dalga ve Vektör Gösterimi.



İleri faz durumunda AC dalgaya ait matematiksel ifade de değişir. Çünkü ani değerler, eksen üzerinde φ kadar kaymaya uğramıştır. Bu matematiksel ifadeler akım ve gerilim için

$$V(t) = V_{pik}.\sin(\omega t + \varphi) \quad \text{veya} \quad V(t) = V_{pik}.\sin(2\pi ft + \varphi) \qquad (7.10)$$

$$I(t) = I_{pik}.\sin(\omega t + \varphi) \quad \text{veya} \quad I(t) = I_{pik}.\sin(2\pi ft + \varphi) \qquad (7.11)$$

olarak yazılır.

İleri fazda φ açısı hesaplanırken, periyottan faydalanılır. T, periyot ve t_{faz}'da dalganın başlangıç noktasının orijinin ne kadar solunda kaldığını gösteren zaman olmak üzere;

$$\varphi = \frac{t_{faz}.360°}{T} = \frac{t_{faz}2\pi}{T}\ \text{rad} \tag{7.12}$$

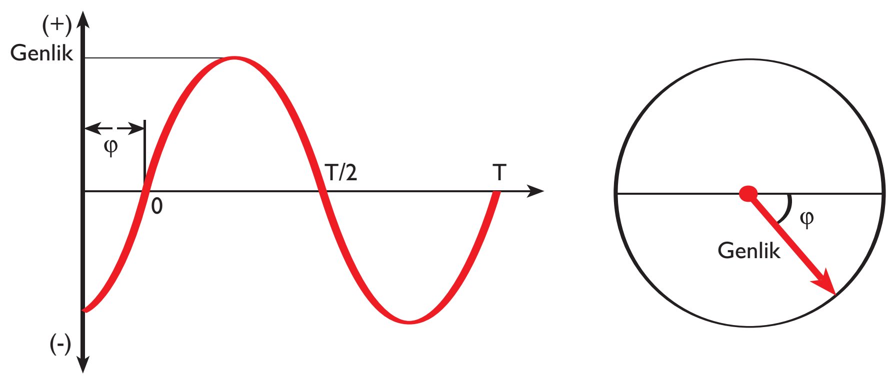
şeklinde hesaplanır.

Geri Faz

Geri faz olması durumu da, AC dalganın sıfır değerini alıp sonra pozitif değerlere yükselmeye başladığı, başlangıç noktasının orijine göre sağda kalmasıdır. Böyle bir dalga ve yine bu dalgaya ait vektörel gösterim Şekil 7.9'da çizilmiştir.

Şekil 7.9

Geri Fazda Bir AC Dalga ve Vektör Gösterimi.



Geri faz durumunda AC dalgaya ait akım ve gerilim matematiksel ifadeleri şu şekildedir:

$$V(t) = V_{pik}.\sin(\omega t - \varphi) \quad \text{veya} \quad V(t) = V_{pik}.\sin(2\pi ft - \varphi) \tag{7.13}$$

$$I(t) = I_{pik}.\sin(\omega t - \varphi) \quad \text{veya} \quad I(t) = I_{pik}.\sin(2\pi ft - \varphi) \tag{7.14}$$

olarak yazılır.

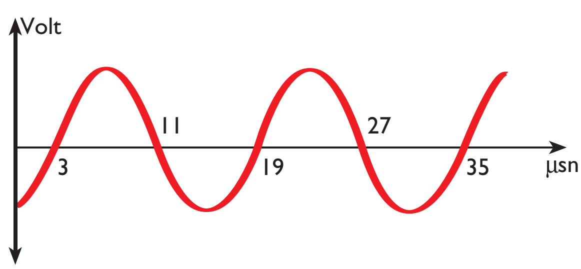
Geri fazdaki φ açısının hesaplanması da T periyot ve t_{faz}'da dalganın başlangıç noktasının orijinin ne kadar sağında kaldığını gösteren zaman olmak üzere ileri fazla aynı şekilde;

$$\varphi = \frac{t_{faz}.360°}{T} = \frac{t_{faz}2\pi}{T}\ \text{rad} \tag{7.15}$$

olarak hesaplanır.

ÖRNEK 6

Efektif değeri 77.782 V olan aşağıdaki AC dalganın matematiksel ifadesi ne olur?



Çözüm 6:

Bu AC gerilimde şekilden bir cycle tamamlanma süresi olan periyodu ve dalganın başlangıç noktasının, orijine göre sağda kalma süresini bulabiliriz.

T = 16 μsn olduğundan $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{16 \times 10^{-6}} = 62500\text{Hz}$ bulunur.

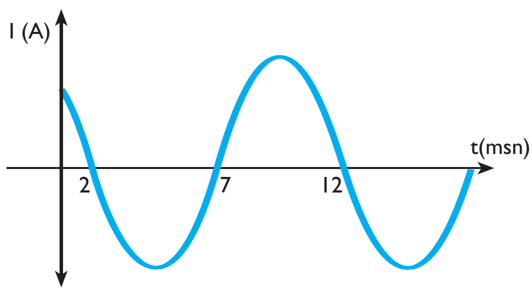
$$V_{pik} = \sqrt{2}(77.782) = 110 \text{ V}$$

t_{faz}=3 μsn olduğundan $\varphi = \frac{t_{faz} 2\pi}{T} = \frac{3 \times 10^{-6}(2\pi)}{16 \times 10^{-6}} = \frac{3\pi}{8}$ rad bulunur ve dalganın matematiksel ifadesi

$$V(t) = V_{pik}.\sin(2\pi ft - \varphi) = 110\sin\left(125000\pi t - \frac{3\pi}{8}\right) \text{ V}$$ olacaktır.

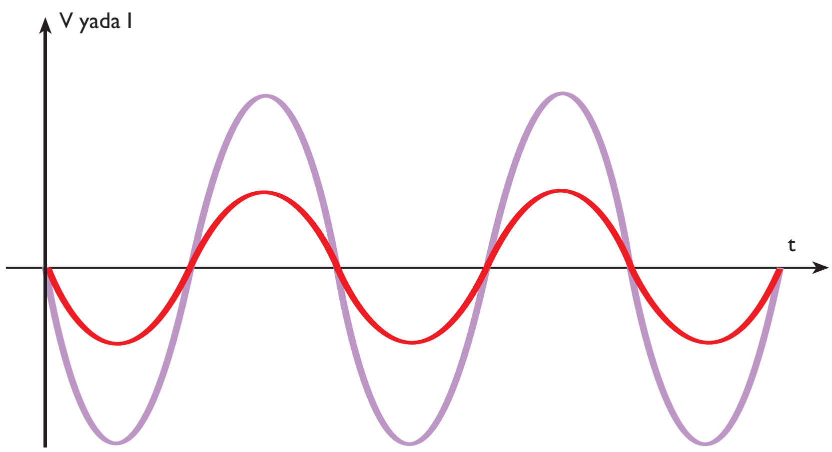
SIRA SİZDE 5

Sizde ortalama değeri 38 A ve dalga şekli aşağıda verilmiş olan akım sinüzoidalini verecek matematiksel ifadeyi, faz kaymasını da hesaplayarak bulabilir misiniz?



İki AC Dalga Arasındaki Faz Farkı

İki AC dalga arasındaki faz farkından bahsedildiğinde, dalga şekillerinin, aynı değeri geçmeleri arasındaki radyan olarak açı farkı anlaşılmalıdır. Eğer aynı frekanslı iki farklı AC dalga, aynı açılarda orijini ve zaman eksenini kesiyor ve aynı yöne doğru yükselmeye devam ediyorlarsa, bunlara aynı fazda dalgalardır denir. Ancak iki AC dalganın orijini ve zaman eksenini kestiği noktalar arasında sabit uzaklıklar kalıyorsa, bu durumda dalgalar arasında faz farkı vardır denir ve bu uzaklığın genelde radyan olarak değeri de dalgaların faz farkını verir. Şekil 7.10'da aynı fazda ve Şekil 7.11'de ise aralarında faz farkı bulunan AC dalgalar gösterilmiştir.

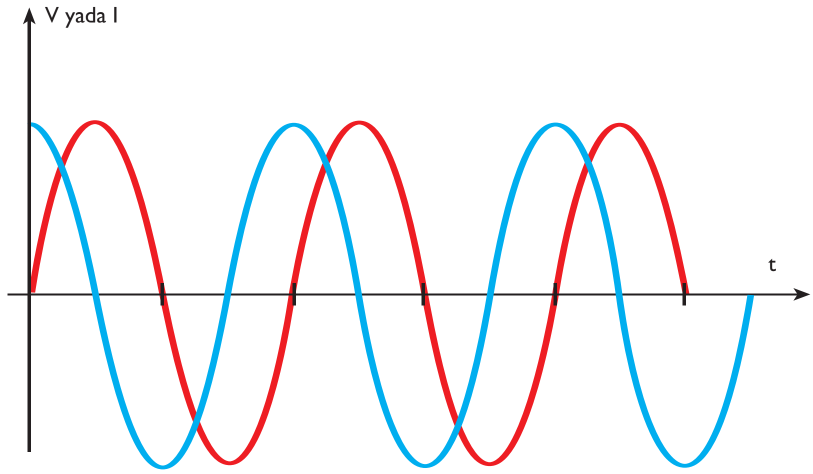


Şekil 7.10

Aynı Fazdaki AC Dalgalar.

Şekil 7.11

Aralarında Faz Farkı Olan AC Dalgalar.

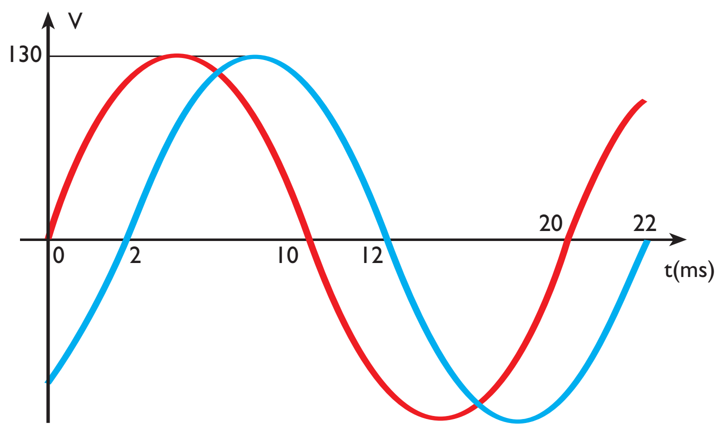


DİKKAT

Bilinmesi gereken en önemli nokta, sinüzoidallerin aynı frekansta olması gerektiğidir. Aynı frekansta olmayan sinüzoidaller arasında faz farkı olması ya da olmamasından söz edilemez.

ÖRNEK 7

Aşağıda gösterilen iki AC gerilim dalgası için
a) Faz farkı hesaplamasını yapınız.
b) İki dalganın da ayrı ayrı matematiksel ifadelerini yazınız.
c) İki dalganın vektör gösterimini yapınız.



Çözüm 7:

a) Önce her iki dalganın da periyotları incelenmeli ve frekanslarının aynı olup olmadığına bakılmalıdır. Bilindiği gibi aynı frekansa sahip olmayan AC dalgalar faz bakımından karşılaştırılamaz.

$$T_{kırmızı} = 20 \text{ msn} \quad f = \frac{1}{20 \times 10^{-3}} = 50\text{Hz}$$

$$T_{mavi} = 20 \text{ msn} \quad f = \frac{1}{20 \times 10^{-3}} = 50\text{Hz}$$

Bu durumda faz farkı hesaplanabilir. İki dalganın da aynı yöne doğru yükselirken, zaman eksenini kestikleri nokta arasındaki fark t_{faz} = 2 msn olduğundan;

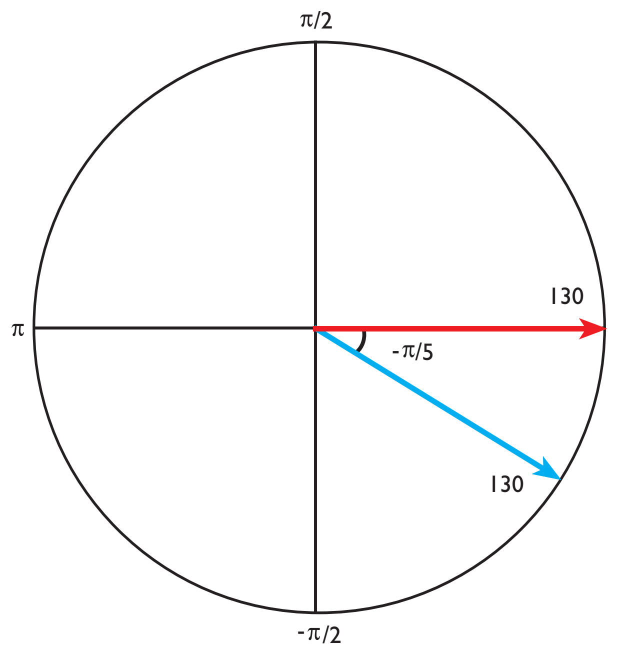
$$\varphi = \frac{t_{faz} 2\pi}{T} = \frac{2\times10^{-3}(2\pi)}{20\times10^{-3}} = \frac{\pi}{5} \text{ rad} \quad \text{olur.}$$

b) Her iki AC gerilimin matematiksel ifadeleri, kırmızıda faz farkı olmadığından $\varphi = 0$ ve mavi de $\varphi = \frac{\pi}{5}$ rad geri olduğundan

$V_{kırmızı}(t) = V_{pik}.\sin(2\pi ft) = 130 \sin(100\pi t)$ V

$V_{mavi}(t) = V_{pik}.\sin(2\pi ft - \varphi) = 130\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{5}\right)$ V olacaktır.

c) İki dalganın vektör gösterimi aşağıda çizilmiştir.



SIRA SİZDE 6

$I_1(t) = 65\sin\left(300\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ A ve $I_2(t) = 80\sin\left(300\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$ A şeklinde verilen matematiksel ifadelere ait AC akımların faz farklarını bulabilir misiniz? Hangi akımın ileri ya da geri fazda olduğunu da bulunuz.

EMPEDANS - ADMİTANS

Empedans

DC devrelerde bildiğimiz direnç ile empedans arasında hiçbir fark yoktur. Ancak AC devrelerde, direncin kısmi eşdeğeri olarak empedans kullanılır. İçinde kondansatör ve endüktör gibi zamanla değişen değerlere sahip olan elemanların olduğu devrelerin, AC uygulamalarında empedans karşımıza çıkar. Empedans, direnç, kondansatör ve endüktor içeren devrelerde, eşdeğer karmaşık direnç olarak tanımlanabilir. Ayrıca empedans, RLC devrelerinde akım ve gerilimin görünen genliği ile akım ve gerilim arasındaki görünen faz farkını da açıklayan önemli bir kavramdır.

Empedans devre sembollerinde Z harfi ile gösterilir. Reel ve sanal iki kısımdan oluşan bir karmaşık sayıdır. Birimi direnç birimi de olan ohm (Ω)'dur. Bu Z empedansının, reel kısmı R ve sanal kısmı da X ile gösterilir. Z empedansı, reel ve sanal iki sayının toplamı şeklinde gösteriliyorsa; bu gösterime kartezyen form, aşağıda olduğu gibi büyüklük ve açı ile ifade ediliyorsa da kutupsal form adını alır. Empedansın kartezyen ve kutupsal formlarının gösterimi de

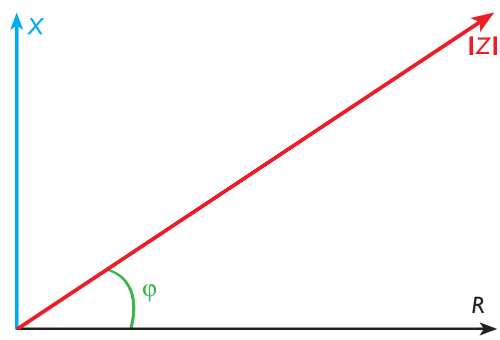
$$Z = R + jX = |Z|\angle\ \theta \qquad (7.16)$$

olarak yapılır. Empedans karmaşık düzlemde vektör olarak da gösterilebilir. Bu gösterim de Şekil 7.12'de verilmiştir.

Reel kısmı R ve sanal kısmı da X olan, Z empedansının büyüklüğü ve açısı hesaplanırken kullanılacak formüller

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{R}\right) \qquad (7.17)$$

Şekil 7.12



Empedansın Karmaşık Düzlemde Gösterimi.

şeklindedir. Eşitlik (7.17)'de eğer reel kısım (R) negatif ve sanal kısım (X) pozitifse; hesaplanacak olan açı değerine (θ), π yani 180° eklenir. Her ikiside negatifse, hesaplanan açı değerinden 180° çıkarılır.

Tersi durumda, empedans kutupsal formda verilirse, bunu karmaşık forma dönüştürmek için ise kullanılacak formüller reel ve sanal kısım için de aşağıdaki gibidir:

$$R = |Z|\cos\theta \quad X = |Z|\sin\theta \qquad (7.18)$$

Empedans - Akım - Gerilim İlişkisi

Empedans, büyüklüğü, kutupsal formdaki genlik olan, belli değerdeki bir direnç gibi davranır. Belirli bir I akımına karşı, bu Z empedansının üzerinde oluşan gerilim farkı, Ohm Kanunu kullanarak kutupsal formda, aynı DC devrelerde olduğu gibi yazılabilir. Yani bu akım - gerilim eşitliği

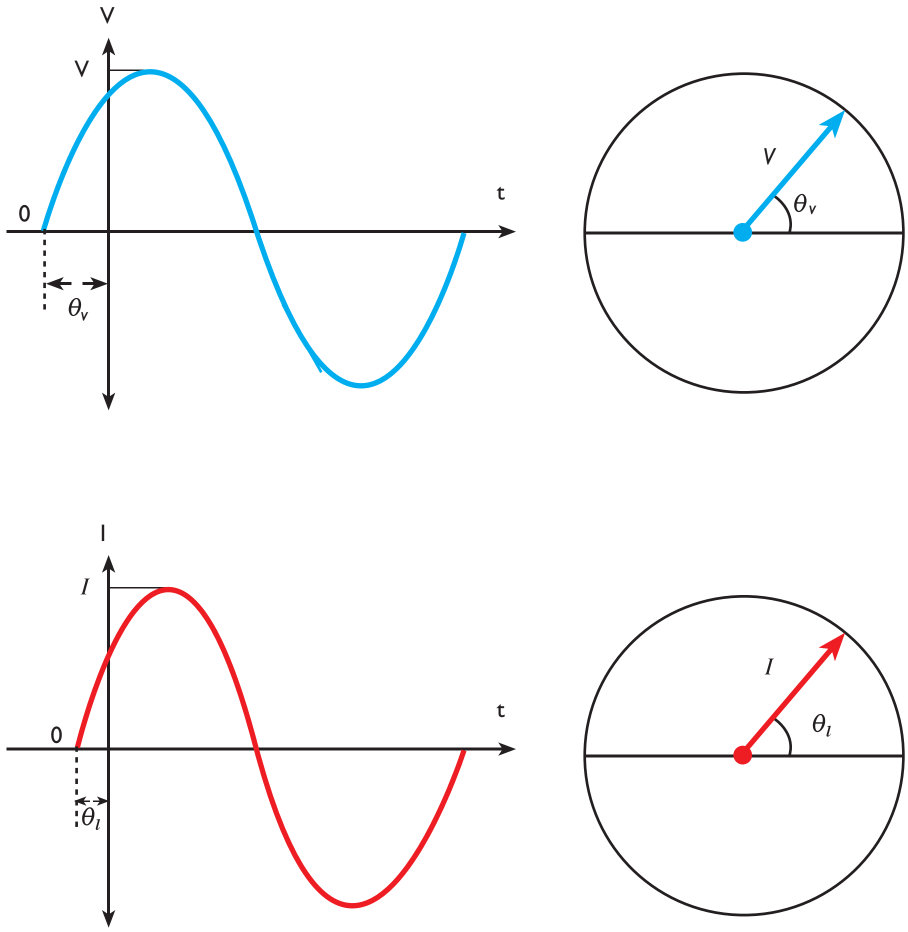
$$V = Z \cdot I = I \cdot |Z|\angle\ \theta \qquad (7.19)$$

olarak yazılır. Bu ifade yazılırken devredeki akımın fazı 0° olarak düşünülmüştür. Bu şekilde düşünüldüğünde akım, gerilimin θ kadar gerisinde kalır.

Ancak akım ve gerilime ait AC dalgaların fazı 0° değilse, bu durumda, denklemler bir basamak daha karmaşıklaşacaktır. Akım ve gerilim dalgalarının fazları

$$V = |V|\angle\ \theta_V \qquad I = |I|\angle\ \theta_I \qquad (7.20)$$

şeklinde de olabilir. Daha iyi anlaşılması bakımından bu akım ve gerilim AC dalgalarına ait sinüzoidal dalga ve vektörel çizimler Şekil 7.13'deki gibi çizilebilir.



Şekil 7.13

Empedans Üzerindeki Akım ve Gerilime Ait Farklı Fazdaki Temsili Grafikler.

Bu durumda Z empedansı için Ohm Kanunu

$$|V|\angle\theta_V = |I|\angle\theta_I \,.\, |Z|\angle\theta$$

$$|V|\angle\theta_V = |I| \,.\, |Z|\angle(\theta+\theta_I)$$

$$|V| = |I| \,.\, |Z|\angle(\theta+\theta_I-\theta_V) \quad (7.21)$$

şeklinde değişir. Yani büyüklük ve faz ifadeleri ayrı ayrı eşitlenirse de $|V| = |I| \,.\, |Z|$ ve $\angle\theta_V = \angle(\theta_I+\theta)$ olur.

DİKKAT

AC devrelerde Ohm Kanunu'na benzer şekilde, empedans kullanılarak Thevenin ve Norton Teoremleri, gerilim ve akım bölümü kanunlarına ait denklemler de yazılabilir.

ÖRNEK 8

İki ayrı empedans $Z_1 = 22\angle 35°$ ve $Z_2 = 15\angle(-40°)$ şeklinde ise bu empedansların toplam değeri ne olur?

Çözüm 8:

$Z = Z_1 + Z_2$

$= 22 \angle 35° + 15 \angle (-40°)$

$= (22 \cos 35 + j\ 22 \sin 35) + (15 \cos(-40) + j15 \sin(-40))$

$= 18.021 + j12.618 + (11.49 - j9.642)$

$= 29.511 + j2.976$

$= 29.66 \angle 5.76°$ ohm

ÖRNEK 9

$Z = 5 + j12$ empedansı üzerine $V_1(t) = 36 \sin(120\pi t - \pi/4)$ ve $V_2(t) = 60 \sin(120\pi t + \pi/5)$ AC gerilim kaynaklarının toplamı değerinde bir AC gerilim uygulandığında oluşacak akımın matematiksel ifadesini bulunuz.

Çözüm 9:

Önce empedans kutupsal forma dönüştürülür:

$Z = 5 + j12 = 13 \angle 67.38°$

Sonra AC kaynaklar üzerinde toplama ve sadeleştirme yapılmalıdır:

$V = V_1 + V_2$

$$= 36 \angle \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 60 \angle \left(\frac{\pi}{5}\right)$$

$$= \left[36 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + j\ 36 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right] + \left[60 \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + j60\ \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right]$$

$= (25.46 - j25.46) + (48.54 + j35.27)$

$= 74 + j9.81 = 74.65 \angle 7.55°$ V

Buradan akım hesaplanabilir:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{74.65\angle 7.55°}{13\angle 67.38°} = 5.74\angle(-59.83°)\ A$$

Bu akımın matematiksel ifadesi de şu şekildedir:

$I(t) = 5.74 \sin(120\pi t - 0.33\pi)$ A

DİKKAT

Bu konu altında verilen hesaplamaları anlayabilmek ve daha kolaylıkla hesaplama ve çözümleme yapabilmek için matematikte karmaşık sayılar konularını tekrar etmeniz yararınıza olacaktır.

Admitans

Empedans AC akım uygulanan devrelerde akıma karşı gösterilen zorluk olarak düşünülürse, admitans da AC çalışan devrelerde, elemanların akıma gösterdiği kolaylık olarak tanımlanır. Y ile gösterilir. Admitansın da hem reel hem de sanal kısmı vardır. Birimi empedans biriminin tersi olan mho olarak bilinir ancak bazı kaynaklarda ise, admitans birimi olarak Siemens (S) de kullanılır. Değerinin hesaplanması

$$Y = \frac{1}{Z} \tag{7.22}$$

şeklinde yapılır. Bu durumda büyüklük ve fazı da

$$|Y| = \frac{1}{|Z|} \angle(-\theta) \quad (7.23)$$

şeklinde olur. Empedans, karmaşık sayı formunda olduğunda, admitansı hesaplamak için, empedansı kutupsal forma dönüştürmek gerekir.

Admitans değeri birden büyükse, devre akım değerini artırıcı yönde etki gösterir. Y admitans değeri birden küçükse de, devre akıma kolaylık değil, zorluk gösteren bir yapıdadır ve akım değeri azalan yöndedir.

ÖRNEK 10

Z = 34 - j27 ohm olarak tanımlanan bir empedans için
a) Eşdeğer admitans değerini bulunuz.
b) Eşdeğer admitansı kutupsal formda yazınız.

Çözüm 10:

a) $Z = 34 - j27 = \sqrt{34^2 + 27^2} \angle \left(\tan^{-1}\frac{-27}{34}\right) = 43.41 \angle (-38.45°)$ ohm

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{43.41\angle(-38.45°)} = 0.023\angle 38.45° \text{ mho}$$

b) $Y = 0.023 \angle 38.45° = 0.023 \cos 38.45 + j0.023 \sin 38.45$
$= 0.018 + j0.014$ mho

Admitans - Akım - Gerilim İlişkisi

Empedans, büyüklüğü kutupsal formdaki genlik olan $|Z|$ değerinde bir direnç olarak alınıp ilgili hesaplamalar yapılabildiğinden, admitans da büyüklüğü $|Y|$ olan bir anti-direnç olarak alınabilir. Belirli bir I akımına karşı, Z empedansı üzerinde oluşan gerilim

$$V = Z \cdot I \quad (7.24)$$

olarak yazılabildiğinden ve empedans ile admitans birbirlerinin çarpmaya göre tersi olduğundan, admitans ile akım ve gerilim arasındaki eşitlik

$$I = V \cdot Y \quad (7.25)$$

şekline dönüşecektir.

Akım, gerilim ve admitans değerleri kutupsal formda

$$V = |V| \angle \theta_V \quad I = |I| \angle \theta_I \quad Y = |Y| \angle (-\theta) \quad (7.26)$$

olarak yazılırsa aynı akım-gerilim ilişkisi

$$|I| \angle \theta_I = |V| \angle \theta_V \cdot |Y| \angle (-\theta)$$
$$|I| \angle \theta_I = |V| \cdot |Y| \angle (-\theta + \theta_V)$$
$$|I| = |V| \cdot |Y| \angle (-\theta + \theta_V - \theta_I) \quad (7.27)$$

şeklinde değişir. Bu eşitlikte büyüklük ve faz ifadeleri ayrı ayrı eşitlenirse de $|I|=|V|.|Y|$ ve $\angle \theta_I = \angle(\theta_V - \theta)$ olur.

ÖRNEK 11

Matematiksel olarak $V(t) = 50\sin\left(180\pi t - \frac{\pi}{7}\right)$ *denklemiyle verilen bu AC kaynağın, Y = 0.2 - j0.9 mho'ya denk olan bir admitansa uygulanmasıyla oluşan*
a) Akımı,
b) Bu akımın matematiksel değerini,
c) Akım ve gerilim arasındaki faz farkını
bulunuz.

Çözüm 11:

a) $V(t) = 50\sin\left(180\pi t - \frac{\pi}{7}\right) \Rightarrow V = 50 \angle (-25.71°)\ V$

$Y = 0.2 - j0.9 \rightarrow Y = 0.922 \angle (-77.47°)$ mho

$I = V.Y \rightarrow I = (50 \angle (-25.71°)) \times (0.922 \angle (-77.47°)) = 46.1 \angle (-103.18°)\ A$

b) $I(t) = 46.1\sin(180\pi t - 0.573\pi)\ A$

c) Gerilim, $\frac{\pi}{7}$ rad = 25.71° geri fazda

Akım, 0.573π rad = 103.18° geri fazda
Akım gerilim arasındaki faz farkı: $\varphi = 77.47° = 0.43\pi$ rad olur.
Bu durumda akım, gerilimden $\varphi = 77.47°$ daha geridedir denir.

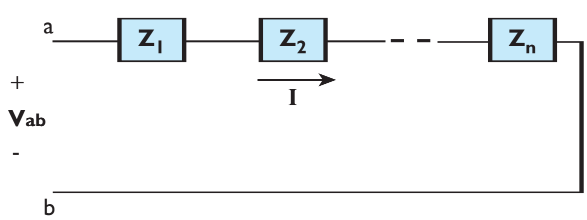
Empedansların Seri ve Paralel Bağlanması

Seri Bağlama

Empedansların seri bağlantısı, tıpkı dirençlerin seri bağlantısı gibidir. Yapılan uç uca seri bağlantı sonucu oluşan toplam empedans, ayrı ayrı empedans değerlerinin toplamı olarak bulunur. Bu bağlantı şekli Şekil 7.14'de olduğu gibidir.

Şekil 7.14

Seri Bağlı Empedanslar.



Bu devrede toplam (eşdeğer) empedans

$$Z_{eş} = Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n \tag{7.28}$$

şeklinde hesaplanır. Devreden geçen I akımının değeri ise,

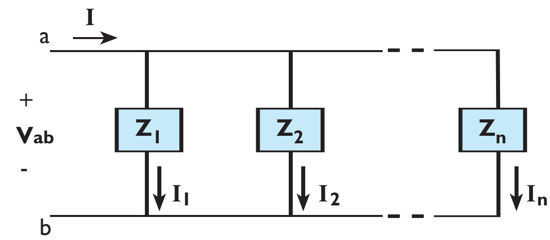
$$I = \frac{V_{ab}}{Z_{eş}} = \frac{V_{ab}}{Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n} \tag{7.29}$$

olarak hesaplanır.

Paralel Bağlama

Yine dirençlerin paralel bağlantısı ile aynı şekilde, toplam (eşdeğer) empedansın tersi, bağlanmış empedansların tersleri toplamına eşit olmak üzere yapılan hesaplama ile bulunur. Bu bağlantı, Şekil 7.15'de gösterilmiştir.

Bu devrede toplam (eşdeğer) empedans



Şekil 7.15

Paralel Bağlı Empedanslar.

$$\frac{1}{Z_{eş}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n} \qquad (7.30)$$

şeklinde hesaplanır. Devreden geçen I akımının değeri ise, yine

$$I = \frac{V_{ab}}{Z_{eş}} \qquad (7.31)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

ÖRNEK 12

Z = 34 - j27 olarak tanımlanan bir empedansa $Z = 12\times10^{-4} + j4\times10^{-3}$ olarak tanımlanan bir empedans paralel bağlanırsa eşdeğer admitans ne olur?

Çözüm 12:

$Z = 12.10^{-4} + j4.10^{-3} = \sqrt{1.744.10^{-5}} \tan^{-1}\dfrac{4.10^{-3}}{12.10^{-4}} = 4.176.10^{-3} \angle 73.3°$ ohm

$$\frac{1}{Z_{eş}} = \frac{1}{34 - j27} + \frac{1}{12.10^{-4} + j\,4.10^{-3}}$$

$$= \frac{1}{43.41\angle -38.45°} + \frac{1}{4.176.10^{-3}\angle 73.3°}$$

$=0.023 \angle 38.45° + 239.46 \angle -73.3°$

$=0.018 + j0.014 + 68.82 - j229.385$

$=68.84 - j229.371 = 239.478 \angle -73.29$

$Z_{eş} = 4.175.10^{-3} \angle 73.29$ ohm

$$Y_{eş} = \frac{1}{Z_{eş}} = 239.478 \angle -73.29 \text{ mho}$$

FAZÖR DİYAGRAMLAR

AC akım devrelerinde bağlı olan elemanlar, empedans adı verilen ve kaynağın frekansına göre sanal kısmı değişen bir tepki verirler. Bu tepkiye empedans dendiğini bir önceki konuda söylemiştik. Saf direnç olmayan bu empedans, uygulanan gerilimin sinüzoidal dalgasının faz açısını kaydırarak akım sinüzoidalini oluşturur. Bu akım ve gerilim ifadeleri matematiksel olarak gösterilebileceği gibi fazör olarak da gösterilebilir. Bilindiği gibi fazör, dalganın büyüklüğü ve faz açısı değerini içeren bir gösterim şeklidir. Fazörler, karmaşık düzlemde vektör olarak gösterildiğinde de fazör diyagramları elde edilir. Faz açıları birbirinden farklı ve matematiksel ifadeleri aşağıda verilmiş sinüzoidallerin, fazör diyagramındaki gösterimi Şekil 7.16'da verildiği gibi yapılır.

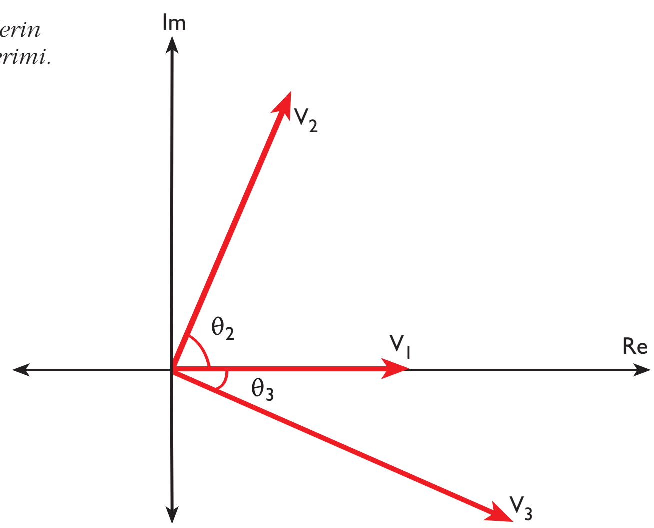
$V_2(t) = |v_2|\cos(\omega t + \theta_2)$ V

$V_3(t) = |v_3|\cos(\omega t - \theta_3)$ V

$V_1(t) = |v_1|\cos(\omega t)$ V

Şekil 7.16

Sinüzoidallerin Fazör Gösterimi.



AC akım ve gerilim fazör diyagramında gösterildiğinde, aralarındaki ilişki matematiksel ifadeye göre daha kolay görülür. Faz farkları ve büyüklük görsel açıdan daha kolay kavranır hale getirilmiş olur. Sadece AC dalgalar değil, empedans, admitans da Kartezyen gösteriminden polar forma dönüştürülebildiğinden bunlarda fazör diyagramlarında vektör olarak çizilebilirler. Bu şekilde akım-gerilim-empedans üçlüsü faz ve büyüklük yönünden tek bir grafikte incelenebilir. Bu zaman-büyüklük eksenleriyle çizilmiş dalga grafiklerine göre daha kullanışlı bir yoldur. Çünkü zaman-büyüklük grafiklerine empedans eklenemez. Çünkü empedans zamanla değişmez, açısal frekansa bağlı olarak değişir.

Fazörün Eksponansiyel Gösterimi

Elektronikte fazör yani kutupsal formda gösterilen tüm değerler yani sinüzoidal akımlar, gerilimler, empedans ve admitanslar, eksponansiyel olarak da gösterilebilir. Eksponansiyel gösterimde, doğal logaritmanın tabanı olan Euler sayısından yararlanılır. Kutupsal gösterimdeki Ø faz açısının, Euler yani e sayısının üssü olarak yazılması ile eksponansiyel gösterim oluşturulabilir. Yani

$$Z = R + jX \tag{7.32}$$

sayısı için kutupsal gösterimde hesaplamalar yapılarak

$$Z = |Z| \angle \theta° \tag{7.33}$$

olarak bulunduğunda bu sayı için eksponansiyel gösterim

$$Z = |Z|.e^{j\theta} \tag{7.34}$$

şeklinde olur. Çünkü bilindiği gibi $|Z|.e^{j\theta}$ aslında reel ve sanal iki bileşenden oluşan bir sayıdır. Bu bileşenler; "$|Z|\cos\theta$" sayısı, reel yani aktif bileşen, "$|Z|\sin\theta$" sayısı, sanal yani reaktif bileşendir.

Burada aktif bileşen, kartezyen gösterimde yazılmış Z sayısının, R değerine eşit ve aynı şekilde reaktif bileşen de X değerine eşittir.

Bu eşitlikler dikkate alınarak, kutupsal formda yazılabilecek her türlü AC dalga ve empedans eksponansiyel formda da kolaylıkla yazılabilir. Elektronikte bu gösterim oldukça sık kullanılmaktadır.

ÖRNEK 13

Z = 8 - j4 empedansını eksponansiyel formda yazınız ve fazör olarak gösteriniz.

Çözüm 13:

$$|Z| = \sqrt{8^2 + 4^2} = 8.94$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-4}{8}\right) = -26.56°$$

Z = 8.94 ∠ (-26.56°) = 8.94$e^{(-j26.56)}$ ohm

ÖRNEK 14

Değeri Z = 16 - j9 ohm olan bir empedans üzerinden geçen akım I = 12cos(150t - 35°) A olduğuna göre
a) Gerilim değerini matematik ve fazör olarak bulunuz.
b) Bu akım-gerilim-empedans üçlüsünü fazör diyagramında çiziniz.

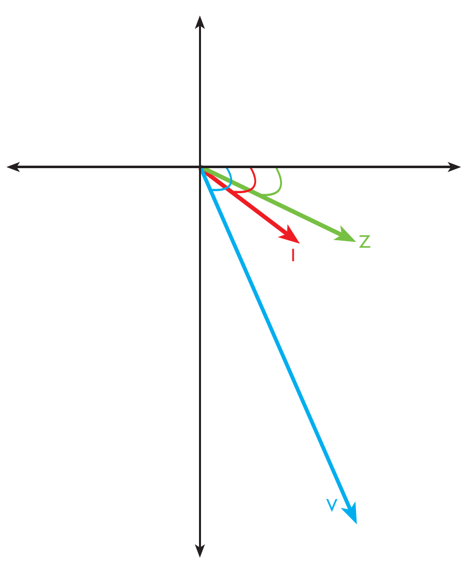
Çözüm 14:

a) $Z = \sqrt{16^2 + 9^2}\ \tan^{-1}\left(\frac{-9}{16}\right) = 18.35 \angle \left(-29.35°\right)$ ohm

I = 12 ∠ (-35°) A

V = Z.I = 18.35 ∠ (-29.35°).12 ∠ (-35°) = 220.2 ∠ (-64.35) V

b)



DİKKAT

Devre Analizi dersinde ve sınavlarda kullanılmak üzere trigonometrik işlemlere uygun hesap makinesi kullanılması gerekmektedir. Özellikle sınavlara gelirken bu tarz işlemlere uygun hesap makinesi getirmeyi unutmayınız. Bu hesap makinesinin databank özelliği olmaması gerekmektedir. Ancak; özellikle sin, cos, tan, arcsin, arccos ve arctan gibi matematiksel işlemlerin yapılması olanaklı olmalıdır.

Özet

Periyodik olarak yönü ve büyüklüğü değişen dalgalara alternatif akım dalgaları denir. En bilinen AC dalga, sinus dalgalarıdır. Bir tam dalganın oluşması süresine dalganın periyodu, 1 sn içinde tekrarlanan periyot sayısına dalganın frekansı denir. Frekansın 2π katıyla da açısal frekans hesaplanır. Periyot T, frekans f ve açısal frekans ω ile gösterilir.

Bir AC dalganın herhangi bir t zamanındaki değerine anlık değer, bir periyot içinde alabileceği en yüksek değere maksimum değer ya da tepe değer, bu AC dalganın aynı ısı etkisini yaratan DC gerilime karşı gelen değere etkin ya da efektif değer ve dalganın bir periyodunun ortalama değerine ortalama değer adı verilmektedir. Maksimum değer, etkin değerin $\sqrt{2}$ katı ve ortalama değer de maksimum değerin 0.636 katı alınarak bulunmaktadır.

Değerleri bu şekilde bulunan bir AC gerilimin matematiksel ifadesi de $V(t) = V_{pik}.\sin(\omega t)$ şeklinde yazılır.

Bir AC dalganın sıfır değerini aldıktan sonra, pozitif değerler almaya başladığı noktaya dalganın başlangıç noktası denir. Bu nokta, koordinat düzlemindeki orijinle çakışıksa, dalga sıfır fazda, orjine göre sağdaysa dalga geri fazda, soldaysa da dalga ileri fazdadır denir. Bu faz açısı ileri fazda matematiksel ifadeye eklenir, geri fazda olduğundaysa çıkarılır. Aynı frekanstaki dalgalar arasındaki uzaklığa da iki dalga arasındaki faz farkı denir.

AC çalışma altında devre elemanlarının akıma karşı gösterdiği toplam dirence empedans denir. Emkedans reel ve sanal kısmı olan karmaşık bir sayıdır. Birimi Ω'dur. Bu sayı kartezyen, kutupsal veya eksponansiyel formlardan biriyle gösterilebilir ve bunlar arasında dönüşüm yapılabilir. Akım, gerilim ve empedans kutupsal formda yazıldığında, Ohm Kanunu DC'de olduğu gibi yazılabilir. Admitans adı verilen kavram ise empedans değerinin çarpmaya göre tersi alınarak bulunur.

Empedans, akım, gerilim ve admitans karmaşık düzlemde açı ve büyüklük olarak bir vektör şeklinde çizildiğindeyse fazör diyagramları elde edilir. Fazör diyagramlar görsel açıdan kolaylık ve anlaşılabililik sağlarlar.

Kendimizi Sınayalım

1. Etkin değeri 35 V ve açısal frekansı 400π olan AC dalganın maksimum değeri ve frekansı hangi şıkta doğru olarak verilmiştir?

a. 49.5 V - 400Hz
b. 49.5 V - 200Hz
c. 24.75 V - 400Hz
d. 24.75 V - 200Hz
e. 55 V - 400Hz

2. Frekansları 25 KHz olan iki AC dalganın, birinin başlangıç noktası orjinin 4 μsn sağında, diğerinin başlangıç noktası da orjinin 5 μsn solunda kalmaktadır. Buna göre iki dalga arasındaki faz açısı kaç derece olur?

a. 36°
b. 81°
c. 99°
d. 123°
e. 160°

3. $V(t) = 150\sin(800\pi t - \pi/4)$ gerilimi altında çalışan bir devrede, empedansın aktif bileşeni 24 Ω ve reaktif bileşeni -19 Ω olduğuna göre, devrede dolanan akımın matematiksel ifadesi ne olur?

a. $I(t) = 30.61\sin(800\pi t - 38.36°)$
b. $I(t) = 30.61\sin(800\pi t + 38.36°)$
c. $I(t) = 30.61\sin(800\pi t - 6.63°)$
d. $I(t) = 4.9\sin(800\pi t - 6.63°)$
e. $I(t) = 4.9\sin(800\pi t + 6.63°)$

4. AC bir kaynağın beslediği devrede birbirine paralel bağlanmış j1.8 Ω ve j2.7 Ω değerindeki empedansların eşdeğer empedans değeri ne olur?

a. j14.14 Ω
b. j8.48 Ω
c. j1.08 Ω
d. j2.93 Ω
e. j0.29 Ω

5. Bir empedans (-j0.21221 Ω) ve bu empedansın bağlı olduğu kaynak $V(t) = 100\sin(500\pi t - \pi/10)$ ifadesiyle yazılabiliyorsa, bu empedans üzerinden geçen akımın eksponansiyel gösterimi aşağıdakilerden hangisi olur?

a. $47.123e^{j72°}$
b. $471.23e^{j18°}$
c. $47.123e^{-j90°}$
d. $471.23e^{j72°}$
e. $471.23e^{-j90°}$

6. Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir AC kaynak için doğrudur?

a. Maksimum değer, tepeden tepeye değerin $\sqrt{2}$ katıdır.
b. Maksimum değer, sadece (+) tepe değeridir.
c. Tepeden tepeye değerin yarısına etkin değer denir.
d. Ortalama değer, maksimum değerin yarısıdır.
e. Maksimum değer, etkin değerin $\sqrt{2}$ katıdır.

7. Eşdeğer empedansı (50 - j100) Ω olan bir devreden geçen alternatif akımın değeri, $I(t) = 3\sin100\pi t$'dir. Bu bilgilerle, akımın açısal frekansı, akımın tepe değeri ve eşdeğer empedansın uçları arasındaki gerilimin tepe değeri niceliklerinden hangileri bilinebilir?

a. Yalnız akımın frekansı
b. Yalnız akımın tepe değeri
c. Akımın frekansı ve akımın tepe değeri
d. Akımın tepe değeri ve eşdeğer empedansın uçları arasındaki gerilimin tepe değeri
e. Hepsi

8. (j10) ohm'luk bir dirence uygulanan gerilimin denklemi $V(t)=300\sin(400\pi t - 11.64°)$'dir. Dirençten geçecek olan akımın denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

a. $I(t) = 30\sin(400\pi t - 101.64°)$
b. $I(t) = 300\sin(400\pi t - 79.36°)$
c. $I(t) = 300\sin(400\pi t - 101.64°)$
d. $I(t) = 30\sin(400\pi t - 79.36°)$
e. $I(t) = 30\sin(400\pi t - 11.64°)$

9. (40 - j30) Ω'luk bir empedans, etkin değeri 2 A, frekansı 50 Hz ve sıfır fazda bir AC akım kaynağına bağlanmıştır. Empedansta oluşacak olan gerilim aşağıdakilerden hangisidir?

a. $V(t) = 100\cos(314t-36.87°)$
b. $V(t) = 100\cos(314t-53.13°)$
c. $V(t) = 141.42\cos(314t-36.87°)$
d. $V(t) = 141.42\cos(314t-53.13°)$
e. $V(t) = 100\cos(314t+36.87°)$

10. $V(t) = 212\sin\left(300\pi t - \frac{\pi}{10}\right)$ V ve $I(t) = 80\sin\left(300\pi t + \frac{\pi}{15}\right)$ şeklinde verilen matematiksel ifadelere ait AC gerilim ve akım arasındaki faz farkının doğru açıklaması hangisidir?

a. Gerilim, akımın 30° geri fazındadır.
b. Gerilim, akımın 30° ileri fazındadır.
c. Akım, gerilimin 30° geri fazındadır.
d. Akım, gerilimin 45° ileri fazındadır.
e. Gerilim, akımın 45° ileri fazındadır.

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

1. b	Yanıtınız yanlış ise “Alternatif Akım Değerleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. b	Yanıtınız yanlış ise “İki AC Dalga Arasındaki Faz Farkı” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. d	Yanıtınız yanlış ise “Empedans - Akım - Gerilim İlişkisi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. c	Yanıtınız yanlış ise “Empedansların Seri ve Paralel Bağlanması” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. d	Yanıtınız yanlış ise “Fazörün Eksponansiyel Gösterimi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. e	Yanıtınız yanlış ise “Alternatif Akım Değerleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. e	Yanıtınız yanlış ise “Alternatif Akım Değerleri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. a	Yanıtınız yanlış ise “Empedans-Akım-Gerilim İlişkisi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. c	Yanıtınız yanlış ise “Empedans-Akım-Gerilim İlişkisi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. a	Yanıtınız yanlış ise “Faz Kavramı ve Faz İlişkileri” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1

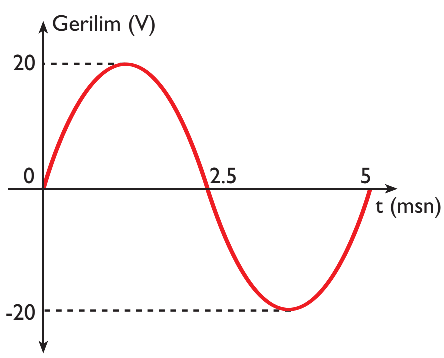
$$T = \frac{20 \times 10^{-6}}{4} = 5 \times 10^{-6} \text{ sn}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{5 \times 10^{-6}} = 200 \text{ KHz}$$

$\omega = 2\pi f = 4\pi 10^5 = 1256637.06$ rad/sn

Sıra Sizde 2

T = 5 msn



Sıra Sizde 3

$V_{etk} = 220$ V

$V_{max} = 220\sqrt{2} = 311.12$ V

$V_{ort} = 311.12 \times 0.636 = 197.87$ V

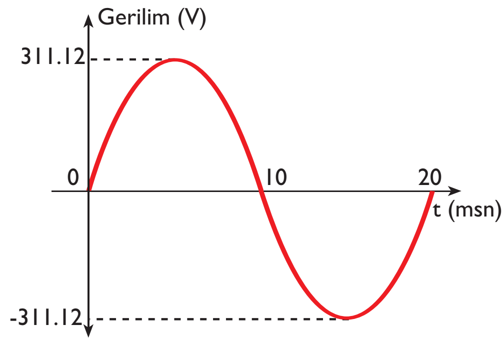
Sıra Sizde 4

f = 50 Hz

$$T = \frac{1}{f} = 20 \text{ msn}$$

$V_{etk} = 220$ V

$V_{max} = 220\sqrt{2} = 311.12$ V



Sıra Sizde 5

T = 10 msn

$$f = \frac{1}{T} = 100 \text{ Hz}$$

$$\theta = \frac{t_{faz} \times 2\pi}{T} = \frac{2 \times 2\pi}{10} = \frac{2\pi}{5} = 72°$$

$I_{ort} = 38$ A

$I_{max} = I_{ort}/0.636 = 59.45$ A

$$I(t) = 59.45 \sin\left(200\pi t - \frac{2\pi}{5}\right) \text{ A}$$

Sıra Sizde 6

$$\frac{\pi}{5} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{11\pi}{30} \text{ rad} = 66°$$

$$I_1(t) = 65 \sin\left(300\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ A geri fazda,}$$

$$I_2(t) = 80 \sin\left(300\pi t + \frac{\pi}{5}\right) \text{ A ileri fazdadır.}$$

Yararlanılan Kaynaklar

Köksal, A. ve ark. (2012). **Elektrik Devreleri,** Ankara, Palme Yayıncılık.

Nilsson J. W. ve Riedel S. A. (2011). **Electric Circuits,** New Jersey, Pearson Education.

Özbey, Ş. (2010). **Elektrik Devre Analizi 2,** Ankara, Seçkin Yayıncılık.

Erna, H. (1999). **Pratik Elektrik ve Elektronik,** İstanbul, İnkılap Kitabevi.

Selek, Ş. (2008). **Alternatif Akım (AC) Devre Analizi,** Ankara, Seçkin Yayıncılık.

8

Amaçlarımız

Bu üniteyi tamamladıktan sonra;
- Alternatif akım devrelerinin analizini yapabilecek,
- Ortalama güç hesabı yapabilecek,
- Karmaşık güç hesabı yapabilecek,
- Güç çarpanını hesaplayabilecek ve düzeltebilecek

bilgi ve becerilerine sahip olabilirsiniz.

Anahtar Kavramlar

- Alternatif akım
- Anlık güç
- Ortalama güç
- Karmaşık güç
- Güç çarpanı
- Güç çarpanının düzeltilmesi

İçindekiler

Alternatif Akım Devrelerinin Analizi ve Güç Hesaplamaları

GİRİŞ

Alternatif akım devrelerinin analizinde daha önceki bölümlerde doğru akım devrelerinin analizinde kullanılan tüm yöntemler (düğüm gerilimleri yöntemi, göz akımları yöntemi, süperpozisyon, kaynak dönüşümleri, Thevenin ve Norton eşdeğer devreleri) kullanılacaktır. Dolayısıyla önceki bölümlerde öğrenilen yöntemleri tekrarlamak yerine bu yöntemlerin alternatif akım devrelerinde kullanımı örneklerle anlatılacaktır. Alternatif akım devrelerinin analizinde devre öncelikle fazör ve empedans kavramları kullanılarak frekans alanına aktarılacaktır. Bu aktarım sonucu yazılacak eşitlikler karmaşık sayılar içerecektir. Daha sonra dikkatli seçilen örneklerle yukarıda bahsedilen yöntemlerin uygulaması anlatılacaktır.

Herhangi bir devre elemanı tarafından sağlanan veya harcanan anlık güç o eleman üzerindeki gerilim düşümü ile eleman üzerinden akan akımın çarpımına eşittir. Ortalama güç ise anlık gücün ortalaması olarak hesaplanmaktadır. Doğru akım devreleri için anlık güç ve ortalama güç birbirine eşittir ancak bu bölümde gösterileceği gibi alternatif akım devrelerinde anlık ve ortalama güç birbirinden farklıdır. Alternatif akım devrelerindeki güç hesaplamalarında anlık ve ortalama güç hesaplarının yanı sıra karmaşık güç, tepkin güç, güç çarpanı ve güç çarpanının düzeltilmesi gibi yeni kavramlar öğrenilecektir.

DİKKAT

Devre Analizi dersinde ve sınavlarda kullanılmak üzere trigonometrik işlemlere uygun hesap makinesi kullanılması gerekmektedir. Özellikle sınavlara gelirken bu tarz işlemlere uygun hesap makinesi getirmeyi unutmayınız. Bu hesap makinesinin databank özelliği olmaması gerekmektedir. Ancak; özellikle sin, cos, tan, arcsin, arccos ve arctan gibi matematiksel işlemlerin yapılması olanaklı olmalıdır.

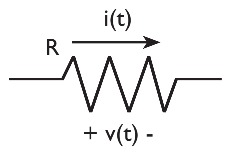
ALTERNATİF AKIM DEVRELERİNİN ANALİZİ

Alternatif akım devrelerinin analizinde daha önceki bölümlerde doğru akım devrelerinin analizinde kullanılan tüm yöntemler (düğüm gerilimleri yöntemi, göz akımları yöntemi, süperpozisyon, kaynak dönüşümleri, Thevenin ve Norton eşdeğer devreleri) kullanılacaktır. Devre fazör ve empedans kavramları kullanılarak frekans alanına aktarılacaktır.

Direnç, Bobin ve Kondansatörlerde Frekans Alanında Gerilim - Akım İlişkisi

Alternatif akım devrelerinin analizine başlamadan önce elektriksel elemanların frekans alanında gerilim akım ilişkilerini belirlemeliyiz. Şekil 8.1'de gösterilen R direncinin üzerinden sinüzoidal $i(t)=I_m\cos(\omega t+\theta_i)$ akımının aktığını düşünelim. Direnç üzerindeki gerilim zaman alanında Ohm Kanunu'ndan $v(t) = Ri(t) = RI_m\cos(\omega t+\theta_i)$ olarak yazılır. Akım ve gerilim fazör gösterimleri $I=I_m\angle\theta_i$ ve $V=RI_m\angle\theta_i$ olduğundan, gerilim fazörü ile akım fazörü arasındaki ilişki V=RI olarak bulunur. Bu eşitlik dirençlerde gerilim - akım ilişkisinin frekans alanındaki ifadesidir ve zaman alanındaki Ohm Kanunu ile benzerdir. Dirençlerde gerilim ve akım faz açıları birbirine eşittir.

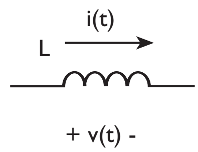
Şekil 8.1



Direnç için gerilim - akım ilişkisi.

Şekil 8.2'de gösterilen L bobininin üzerinden sinüzoidal $i(t) = I_m\cos(\omega t+\theta_i)$ akımının aktığını düşünelim. Bobin üzerindeki gerilim zaman alanında $v(t) = L\frac{di}{dt} = -\omega LI_m\sin(\omega t+\theta_i) = -\omega LI_m\cos(\omega t+\theta_i - 90^0)$ olarak yazılır. Akım ve gerilim fazör gösterimleri $I=I_m\angle\theta_i$ ve $V=-\omega LI_m\angle\theta_i-90°$ $=j\omega LI_m\angle\theta_i$ olduğundan, gerilim fazörü ile akım fazörü arasındaki ilişki V=jwLI olarak bulunur. Bobinlerde akımın fazı ile gerilimin fazı arasında 90° faz farkı bulunmaktadır ve akım gerilimi 90° farkla takip etmektedir.

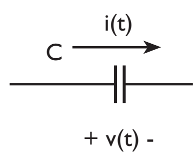
Şekil 8.2



Bobin için gerilim - akım ilişkisi.

Şekil 8.3'de gösterilen C kondansatörünün üzerindeki gerilimin $v(t)=V_m\cos(\omega t+\theta_v)$ olduğunu düşünelim. Kondansatörde gerilim akım ilişkisi zaman alanında $i(t) = C\frac{dv}{dt} = -\omega CV_m\sin(\omega t+\theta_v) = -\omega CV_m\cos(\omega t+\theta_v - 90^0)$ olarak yazılır. Akım ve gerilim fazör gösterimleri $V=V_m\angle\theta_v$ ve $I=-\omega CV_m\angle\theta_v-90°=j\omega CV_m\angle\theta_v$ olduğundan, gerilim fazörü ile akım fazörü arasındaki ilişki $I=j\omega CV$ olarak bulunur. Kondansatörlerde de akımın fazı ile gerilimin fazı arasında 90° faz farkı bulunmaktadır, ancak akım gerilimin 90° farkla önünden gitmektedir.

Şekil 8.3



Kondansatör için gerilim - akım ilişkisi.

Empedans

Frekans alanında direnç, bobin ve kondansatörlerde gerilim-akım ilişkilerinin

$$V=RI, \qquad V=j\omega LI, \qquad V=\frac{1}{j\omega C}I \tag{8.1}$$

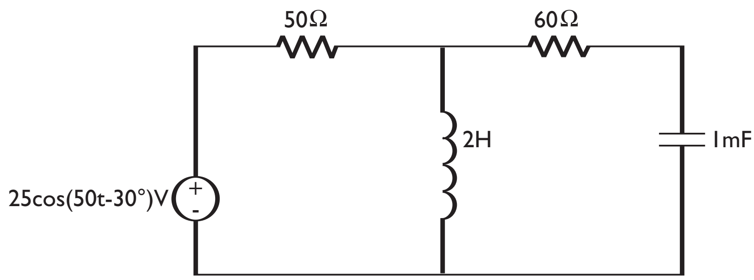
olduğu gösterildi. Bu ilişkiler genel olarak **V=ZI** şeklinde ifade edilebilir. Z ilgili elemanın empedansıdır ve sırasıyla $Z_R=R$, $Z_L=j\omega L$ ve $Z_C=1/j\omega C$ olarak hesaplanır. Bobin ve kondansatörün empedansları frekansa bağlı olarak değişmektedir, dolayısıyla bobin ve kondansatör içeren devrelerin tepkileri frekans değiştikçe değişmektedir.

Devrenin Zaman Alanından Frekans Alanına Aktarılması

Eğer devre zaman alanında verilirse (kaynaklar zamana bağlı, L ve C sırasıyla Henry ve Farad cinsinden) öncelikle frekans alanına aktarılmalıdır. Bunun için kaynaklar fazör şeklinde ifade edilir, bobin ve kondansatör ise empedans şeklinde hesaplanır. Devredeki gerilim ve akımlarda fazör olarak gösterilir.

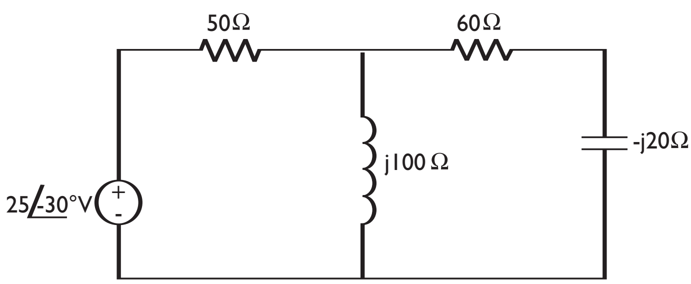
ÖRNEK 1

Şekilde verilen devreyi zaman alanından frekans alanına aktarınız.



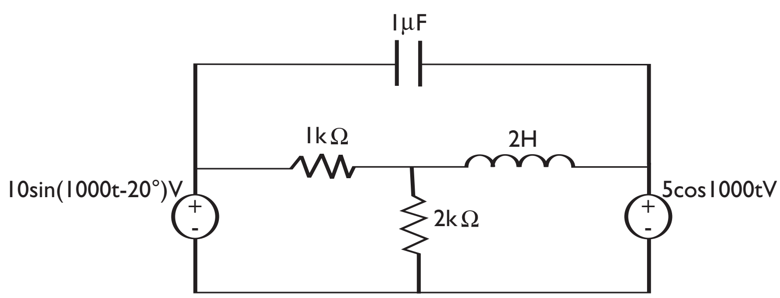
Çözüm 1:

Verilen devredeki kaynak fazör olarak $25\angle -30°$ olarak ifade edilir. Devrenin frekansı 50 rad/s olduğundan bobin ve kondansatörün empedansları $Z_L = j\omega L = j50(2) = J100\Omega$ ve $Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j50(10^{-3})} = -j20\Omega$ olarak bulunur. Aşağıda devrenin frekans alanındaki hali çizilmiştir.



SIRA SİZDE 1

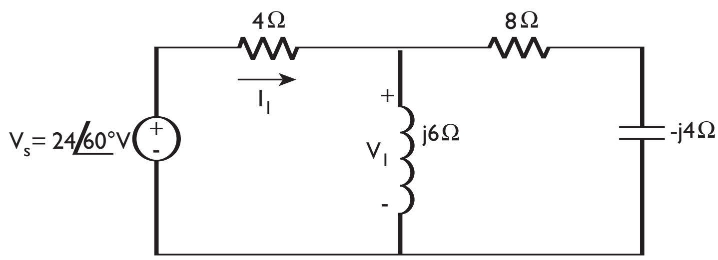
Şekilde verilen devreyi zaman alanından frekans alanına aktarınız.



Devre frekans alanına aktarıldıktan sonra devre analiz yöntemleri kullanılarak istenilen akım ve gerilimler fazör olarak hesaplanacaktır. Fazöre karşı gelen zaman alanı ifadesi kolaylıkla yazılabilir. Takip eden bölümlerde örneklerle alternatif akım devrelerinin analizi yapılacaktır.

Kirchhoff Kanunlarının Kullanımı

ÖRNEK 2 *Şekilde verilen devrede I_1 akımını ve V_1 gerilimini hesaplayınız. Devredeki kaynağın frekansı 50 Hz ise akım ve gerilimi zaman alanında yazınız.*



Çözüm 2:

Bu problemin çözümünde ilk olarak kaynak tarafından görülen toplam empedansı hesaplayacağız. Bu empedansı kullanarak I_1 akımını bulacağız. Daha sonra V_1 gerilimini hesaplayacağız.

V_s kaynağı tarafından görülen eşdeğer empedans şu şekildedir:

$$Z_{eş} = 4 + \frac{(6j)(8 - j4)}{j6 + 8 - j4} = 4 + \frac{24 + j48}{8 + j2} = 4 + 4.24 + j4.94 = 8.24 + j4.94\Omega$$

Bu durumda $I_1 = \dfrac{V_s}{Z_{eş}} = \dfrac{24\angle 60^\circ}{8.24 + j4.94} = 2.5\angle 29.06^\circ\,\mathrm{A}$ olarak bulunur. Kirchhoff'un gerilim kanunu kullanılarak $V_1 = V_s - 4I_1 = 24\angle 60^\circ - 10\angle 29.06^\circ = 3.26 + j15.92 = 16.25\angle 78.43^\circ$ V olarak hesaplanır.

Devrenin radyal frekansı $\omega = 2\pi f = 2\pi(50) = 100\pi$ rad/s olarak hesaplanır. Bu durumda

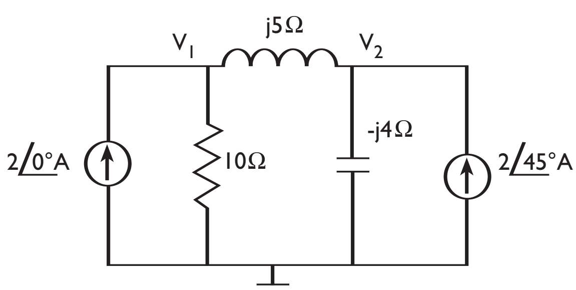
$i_1(t) = 2.5\cos(100\pi t + 29.06^\circ)\mathrm{A}$

$v_1(t) = 16.25\cos(100\pi t + 78.43^\circ)\mathrm{V}$

olarak yazılır.

Düğüm Gerilimleri Yöntemi

ÖRNEK 3 *Şekilde verilen düğüm gerilimlerini fazör formunda bulunuz.*



Çözüm 3:

Düğüm eşitlikleri

$$\frac{V_1}{10}+\frac{V_1-V_2}{j5}=2\angle 0^\circ \quad \Rightarrow \quad (1-j2)V_1+j2V_2=20\angle 0^\circ=20$$

$$\frac{V_2-V_1}{j5}+\frac{V_2}{-j4}=2\angle 45^\circ \quad \Rightarrow \quad j4V_1+jV_2=40\angle 45^\circ \quad =28.28+j28.28$$

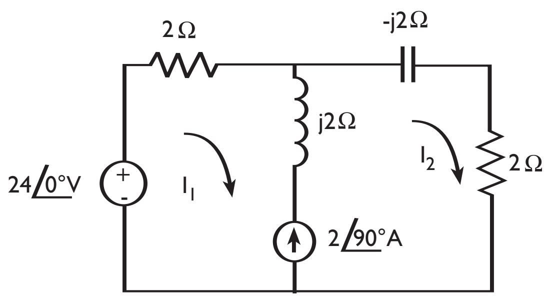
olarak yazılır. Eşitliklerin çözümünden

V_1=5.24–j4.18 V $\qquad$ V_2=7.33–j11.56 V

olarak bulunur.

Göz Akımları Yöntemi

Şekilde verilen devrede I_2 akımını göz akımları yöntemini kullanarak bulunuz. **ÖRNEK 4**



Çözüm 4:

İki göz arasındaki akım kaynağından dolayı devrede bir tane süpergöz oluşmaktadır. Süpergöz eşitliği şu şekildedir:

$2I_1+(2-j2)I_2=24\angle 0^\circ$

Bu eşitlikte iki bilinmeyen (I_1 ve I_2) bulunmaktadır. Akım kaynağını kullanarak

$I_2-I_1=2\angle 90^\circ$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitlikten $I_1= I_2-2\angle 90^\circ=I_2-j2$ bulunup ilk eşitlikte yerine konulursa

$$2(I_2-j2)+(2-j2)I_2=24\angle 0^\circ$$

$$(4-j2)I_2=24+j4 \Rightarrow I_2=\frac{24+j4}{4-j2}=5.44\angle 36^\circ \text{ A}$$

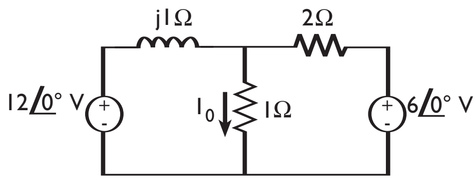
olarak bulunur.

SIRA SİZDE 2

Şekilde verilen devrede I_0 akımını

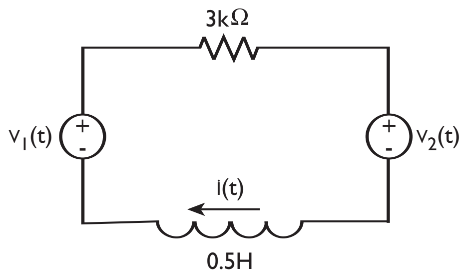
a. düğüm gerilimleri ve

b. göz akımları yöntemlerini kullanarak bulunuz.



Süperpozisyon Yöntemi

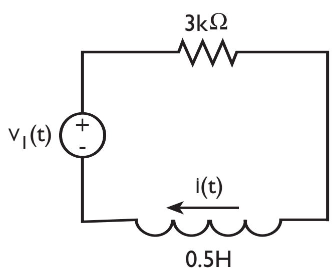
ÖRNEK 5 *Şekilde verilen devrede $v_1(t)$ = 12 cos(4000t + 45°)V ve $v_2(t)$ = 5cos 3000t V olarak verilmiştir. Devreden akan i(t) akımının yatışkın durum ifadesini bulunuz.*

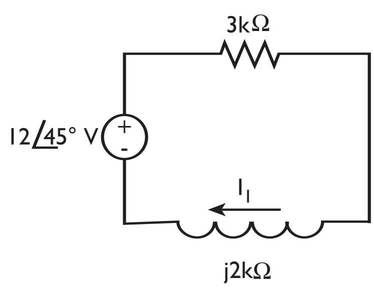


Çözüm 5:

Kaynakların frekansları farklı olduğundan i(t)'yi bulmak için kullanılacak tek yöntem süperpozisyon yöntemidir.

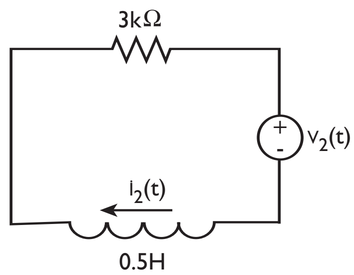
i. v_2(t) kaynağını etkisizleştirip (kısa devre yaparak) v_1(t) kaynağından dolayı devreden akan akımı bulalım. Kaynağın frekansı 4000 rad/s olduğundan bobinin empedansı j2000 **Ω** olarak bulunur. Devrenin zaman alanındaki ve frekans alanındaki durumları aşağıda çizilmiştir.

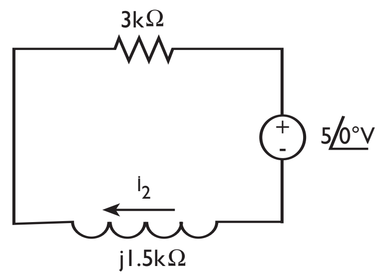




$$I_1 = \frac{12\angle 45^\circ}{3000 + j2000} = 3.328\angle 11.71^\circ \ \text{mA}$$

ii. v_1(t) kaynağını etkisizleştirip (kısa devre yaparak) v_2(t) kaynağından dolayı devreden akan akımı bulalım. Kaynağın frekansı 3000 rad/s olduğundan bobinin empedansı j1500 **Ω** olarak bulunur. Devrenin zaman alanındaki ve frekans alanındaki durumları aşağıda çizilmiştir.



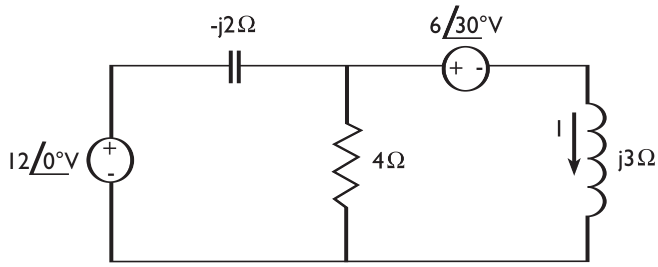


$$I_2 = -\frac{5\angle 0^\circ}{3000 + j1500} = -1.49\angle -26.56^\circ \text{ mA}$$

$i(t)=i_1(t) + i_2(t)=(3.328 \cos (4000t+11.71^\circ)-1.49 \cos (3000t-26.56^\circ))$ mA

Kaynak Dönüşümü Yöntemi

Şekilde verilen devrede I akımını kaynak dönüşümleri kullanarak bulunuz. **ÖRNEK 6**

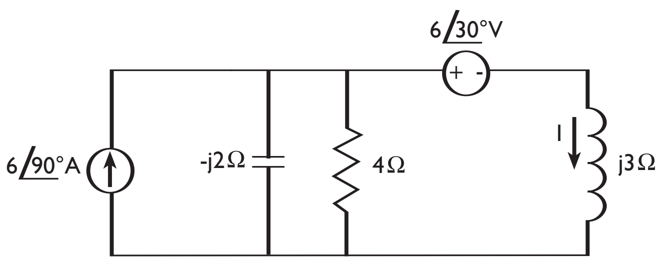


Çözüm 6:

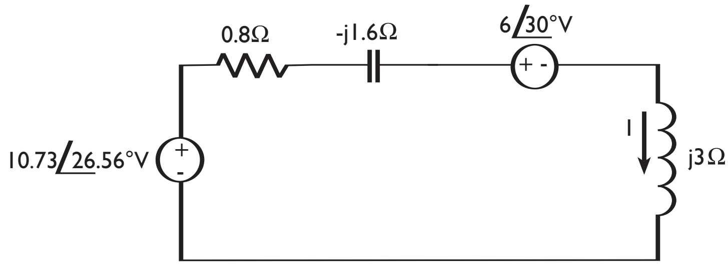
İlk olarak ideal gerilim kaynağı ve –j2 Ω empedansından oluşan pratik gerilim kaynağını pratik akım kaynağına dönüştürelim.

$$I_1 = \frac{12\angle 0^\circ}{-j2} = 6\angle 90^\circ \text{ A}$$

Devre aşağıda gösterilen devreye dönüşür. Yeni devrede –j2 Ω ve 4 Ω paraleldir. Bu iki empedansın paralel eşdeğeri 0.8 – j1.6 Ω olarak hesaplanır.



İdeal akım kaynağı ve paralelindeki (0.8 - j1.6) Ω empedansı pratik bir gerilim kaynağına dönüştürülebilir. Kaynağın değeri $V_1=6\angle 90^\circ(0.8-j1.6)=10.733\angle 26.56^\circ$V olarak hesaplanır. Yeni devre aşağıda çizilmiştir.



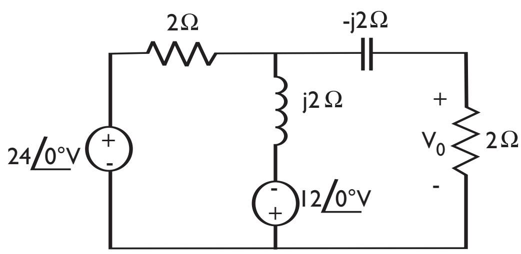
Devreden akan akım

$$I = \frac{(10.73\angle 26.56^\circ - 6\angle 30^\circ)}{(0.8 - j1.6 + j3)} = 2.95\angle -38^\circ \text{A}$$

olarak bulunur.

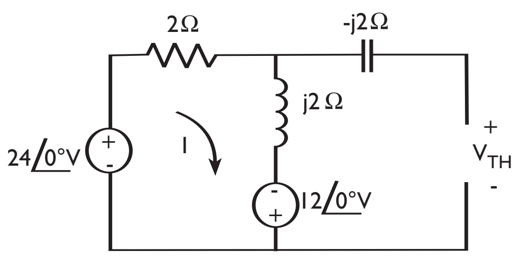
Thevenin Eşdeğeri

ÖRNEK 7 *Şekilde verilen devrede V_0 gerilimini Thevenin eşdeğer yöntemini kullanarak bulunuz.*



Çözüm 7:

İlk olarak uçları arasında V_0 gerilimi olan 2 Ω'luk direncin uçlarını açık devre yaparak bu uçlar arasındaki V_{TH} gerilimini bulalım. Bu amaçla kullanılacak devre aşağıda verilmektedir.



Devredeki sol gözden akan akım

$$I = \frac{(36\angle 0^\circ)}{(2 + j2)} = \frac{(36\angle 0^\circ)}{(2\sqrt{2}\angle 45^\circ)} = 12.72\angle -45^\circ \text{A}$$

olarak bulunur. Thevenin gerilimi

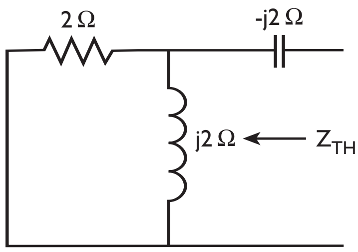
$$V_{TH} = j2I - 12\angle 0^\circ = 25.44\angle 45^\circ - 12\angle 0^\circ = 6 + j18 \text{ V}$$

olarak bulunur.

Thevenin empedansı Z_{TH}'yi bulmak için her iki gerilim kaynağını kısa devre yapıp uçlar arasından görülen eşdeğer empedansı hesaplayalım. İlgili devre aşağıda verilmiştir. Bu devrede 2 Ω ve j2 Ω paralel, –j2 Ω ise bu paralel empedans birleşimine seri bağlıdır ve Thevenin empedansı

$$Z_{TH}=\frac{2(j2)}{2+j2}-j2=\frac{4j-4j+4}{2+j2}=\frac{4}{2+j2}=1-j1\ \Omega$$

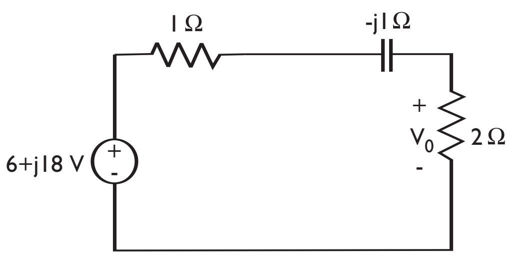
olarak bulunur.



Thevenin eşdeğer devresi ve 2 Ω'luk direnç seri bağlanarak istenilen gerilim aşağıdaki şekilden

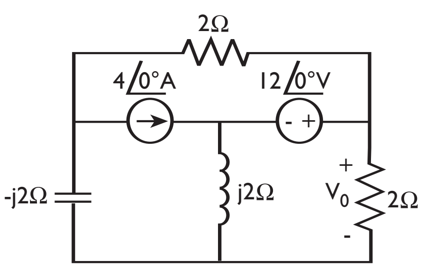
$$V_o=\frac{2}{3-j}(6+j18)=\frac{2(6+j18)(3+j)}{10}=12j=12\angle 90^\circ\ V$$

olarak hesaplanır.



SIRA SİZDE 3

Şekilde verilen devrede V_0 gerilimini Thevenin eşdeğer devresi yöntemini kullanarak bulunuz.



ALTERNATİF AKIM DEVRELERİNDE GÜÇ HESAPLAMALARI

Önceki bölümlerde alternatif akım devrelerinde bir noktadaki gerilim veya akımın hesaplanması üzerinde duruldu. Bir diğer önemli konu, bir elektrik elemanı tarafından sağlanan veya harcanan gücün hesaplanmasıdır. Bu bölümde alternatif akım devrelerinde anlık güç, ortalama güç, karmaşık güç ve güç çarpanı konuları üzerinde durulacaktır.

Anlık Güç

Önceki bölümlerde anlatılan işaret konvansiyonu kullanılarak bir elektriksel eleman tarafından harcanan veya sağlanan anlık gücün, elemanın üzerindeki gerilim düşümü ile eleman üzerinden akan akımın çarpımı olarak hesaplandığı gösterilmişti. Bir elektriksel eleman üzerinden akan akım $i(t)=I_m\cos(\omega t+\theta_i)$ ve elemanın üzerindeki gerilim $v(t)=V_m\cos(\omega t+\theta_v)$ olarak verilsin. Bu durumda anlık güç

$$p(t)=v(t)i(t)=V_m\cos(\omega t+\theta_v)\,I_m\cos(\omega t+\theta_i) \quad (8.2)$$

olarak yazılır. $\cos a\,\cos b=\frac{1}{2}\left[\cos(a-b)+\cos(a+b)\right]$ trigonometrik bağıntısı kullanılarak

$$p(t)=\frac{V_m I_m}{2}\left[\cos(\theta_v-\theta_i)+\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)\right] \quad (8.3)$$

olarak yazılabilir. Bu ifadeden görüldüğü gibi anlık güç iki terimden oluşmaktadır. Birinci terim sabit bir değerdir. İkinci terim ise frekansı akım ve gerilimin frekansının iki katı olan sinüzoidal bir dalgadır.

ÖRNEK 8

Bir elektriksel elemanın üzerinden akan akım $i(t)=2\cos(5t+30°)$A ve elemanın üzerindeki gerilim $v(t)=4\cos(5t+60°)$V olarak verilmiştir. Eleman tarafından sağlanan (harcanan) anlık gücü hesaplayınız. Gerilim, akım ve anlık gücü aynı grafik üzerinde çiziniz.

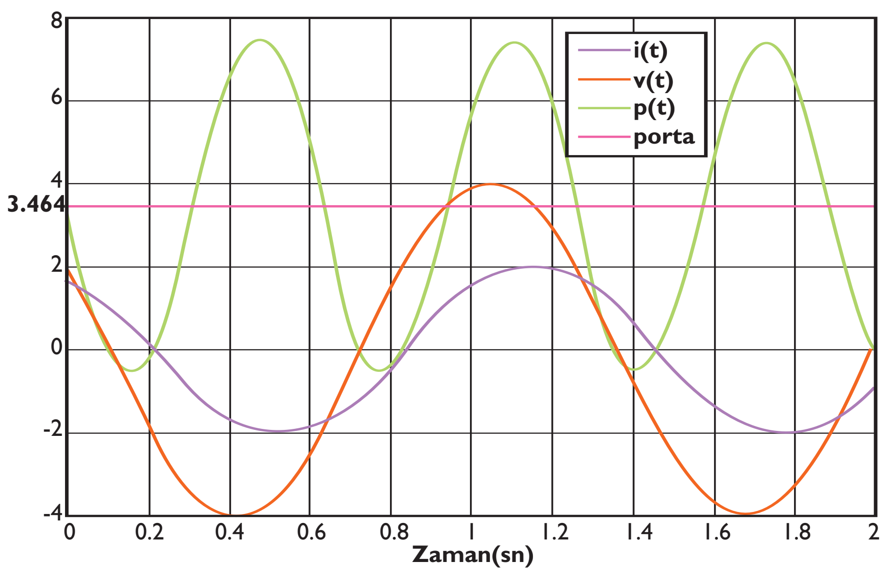
Çözüm 8:

Anlık güç formülünü kullanarak

$$p(t)=\frac{4(2)}{2}\left[\cos(60°-30°)+\cos(10t+60°+30°)\right]$$

$$=4\cos(30°)+4\cos(10t+90°)=3.46+4\cos(10t+90°)\text{W}$$

olarak hesaplanır. Gerilim, akım ve anlık gücün çizimleri aşağıda verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi anlık gücün bir ortalama değeri bulunmaktadır ve anlık gücün frekansı gerilim ve akımın frekansının iki katıdır.



Ortalama güç

Herhangi bir periyodik fonksiyonun ortalaması, fonksiyonun bir periyot boyunca alınan integralinin periyota bölünmesiyle hesaplanır. Gerilim ve akımın aynı frekanstaki sinüzoidal fonksiyonlar olması durumunda ortalama güç

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T V_m I_m \cos(\omega t+\theta_v)\cos(\omega t+\theta_i)dt$$

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T \frac{V_m I_m}{2}\left[\cos(\theta_v-\theta_i)+\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)\right]dt$$

$$P=\frac{1}{2}V_m I_m\cos(\theta_v-\theta_i) \qquad (8.4)$$

olarak bulunur.

Dirençte Ortalama Güç

Dirençlerde $\theta_v=\theta_i \Rightarrow \cos(\theta_v-\theta_i)=1$ olduğundan direnç tarafından harcanan ortalama güç

$$P_R=\frac{1}{2}V_m I_m=\frac{1}{2}I_m^2 R=\frac{V_m^2}{2R} \qquad (8.5)$$

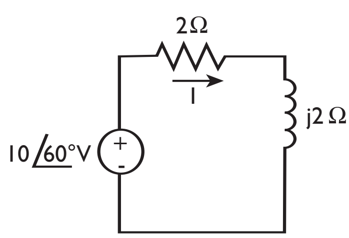
formülü ile hesaplanır.

Reaktif Elemanlarda (Bobin ve Kondansatör) Ortalama Güç

Bobin ve kondansatörlerde gerilim ve akım arasındaki faz farkı $\pm$ 90° ve $\cos(\theta_v-\theta_i)=0$ olduğundan bobin ve kondansatör tarafından ortalama güç harcanmaz yani $P_L=P_C=0$'dır. Bu nedenle bobin ve kondansatör kayıpsız eleman olarak nitelendirilir.

ÖRNEK 9

Şekilde gösterilen devrede sağlanan ve harcanan ortalama güçlerin eşit olduğunu gösteriniz.



Çözüm 9:

Devreden akan akım

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{10\angle 60^\circ}{2+j2}=3.53\angle 15^\circ A$$ olarak bulunur.

Kaynak tarafından sağlanan ortalama güç şu şekildedir:

$$P_s=\frac{1}{2}V_m I_m\cos(\theta_v-\theta_i)=\frac{1}{2}(10)(3.53)\cos(60^\circ-15^\circ)=12.5W$$

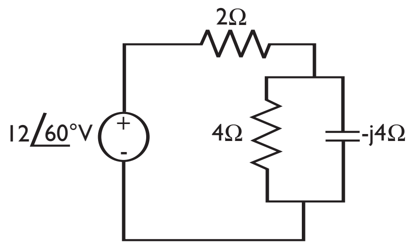
Direnç tarafından harcanan ortalama güç şu şekildedir:

$$P_R = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2}(3.53)^2 2 = 12.5W$$

Bobin ortalama güç harcamamaktadır. Bu nedenle sağlanan ve harcanan ortalama güç birbirine eşittir.

SIRA SİZDE 4

Şekilde gösterilen devrede her bir direnç tarafından harcanan ortalama gücü hesaplayınız.



Ortalama Gücün Etkin Değer Kullanılarak Hesaplanması

Sinüzoidal sinyallerin etkin değerinin $V_{etk} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ olduğu 7. bölümde anlatılmıştı. Etkin değerler kullanılarak ortalama güç

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{etk} I_{etk} \cos(\theta_v - \theta_i) \qquad (8.6)$$

olarak hesaplanır. Bu durumda direnç tarafından harcanan ortalama güç

$$P_R = V_{etk} I_{etk} = I_{etk}^2 R = \frac{V_{etk}^2}{R} \qquad (8.7)$$

şeklindedir.

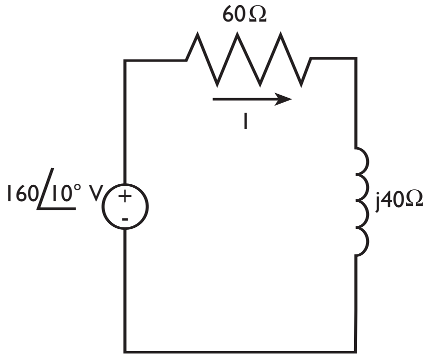
Görünür Güç ve Güç Çarpanı

Sinüzoidal kaynaklı devrelerde bir elemanla ilgili ortalama gücün $P = V_{etk} I_{etk} \cos(\theta_v - \theta_i)$ olduğunu göstermiştik. Bu eşitlikte $V_{etk} I_{etk}$ çarpımı görünür güç olarak adlandırılır. $\cos(\theta_v - \theta_i)$ terimi birimsiz bir sabit ve ortalama gücün birimi Watt olduğu halde, görünen güç ile ortalama gücü ayrıştırabilmek için görünen gücün birimi Volt-Amper (VA) olarak seçilmiştir. Güç çarpanı ise ortalama gücün görünür güce oranı olarak tarif edilir ve $PF = \frac{P}{V_{etk} I_{etk}} = \cos(\theta_v - \theta_i)$ formülü ile hesaplanır. $(\theta_v - \theta_i)$ açısı güç çarpanı açısı olarak adlandırılır. Güç çarpanı açısı pozitif olduğu durumda güç çarpanı ileri güç çarpanı, negatif olduğu durumda ise geri güç çarpanı olarak adlandırılır. Güç çarpanı açısı aynı zamanda güç hesabı yapılan uçlar arasındaki eşdeğer empedansın faz açısına eşittir.

ÖRNEK 10

Empedansı $Z = 60 + j40\ \Omega$ olan elektriksel bir yük üzerindeki gerilim $v(t) = 160\cos(377t + 10°)V$ olarak verilmiştir. Yükün harcadığı ortalama gücü, güç çarpanı açısını, güç çarpanını ve görünür gücü hesaplayınız.

Çözüm 10:
Devrenin frekans alanındaki çizimi aşağıda gösterilmiştir.



Devreden akan akım $I = \dfrac{160\angle 10°}{60 + j40} = 2.2188\angle -23.69°$A olur.

Yükün harcadığı ortalama güç $P = \dfrac{160(2.2188)}{2}\cos(10° - (-23.69°)) = 147.69\ \text{W}$

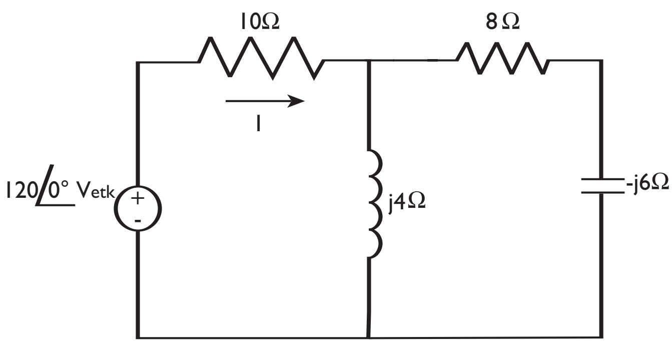
Güç faktörü açısı 10° – (–23.69°)=33.69°,

Güç çarpanı cos(33.69°) = 0.8321 geri,

Görünür güç $\dfrac{147.69}{0.8321} = 177.5\ \text{VA}$ olarak hesaplanır.

ÖRNEK 11

Şekilde gösterilen devrenin kaynak tarafından görülen güç çarpanını hesaplayınız. Kaynak tarafından sağlanan ortalama gücü hesaplayınız.



Çözüm 11:
Kaynak tarafından görülen güç çarpanını hesaplamak için kaynağın gördüğü eşdeğer empedansı bulmalıyız.

$$Z_{eş} = \frac{(8-j6)j4}{8 - j6 + j4} + 10 = \frac{24+j32}{8-j2} + 10 = \frac{(104+j12)(8+j2)}{68} = \frac{808+j304}{68}\ \Omega$$

Bu durumda güç çarpanı açısı $\tan^{-1}\left(\dfrac{304}{808}\right) = 20.62°$ ve güç çarpanı cos(20.62°)=0.936 geri olarak bulunur. Kaynak üzerinden akan akım şu şekildedir:

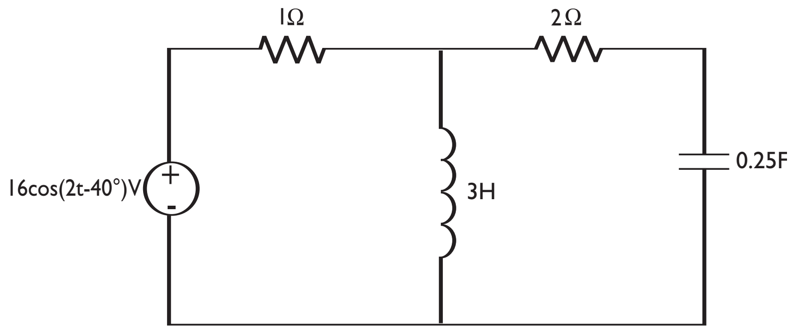
$$I_{etk} = \frac{120\angle 0°}{Z_{eş}} = \frac{120(68)}{808 + j304} = \frac{8160}{863.3\angle 20.62°} = 9.45\angle -20.62° A_{etk}$$

Kaynak tarafından sağlanan ortalama güç şu şekildedir:

P=120(9.45)cos(0°–(–20.62°))=1061 W

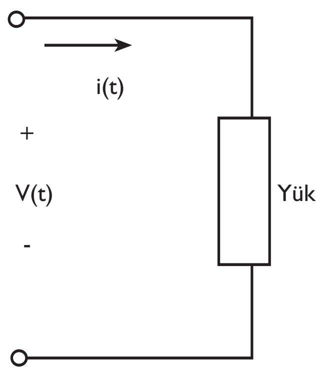
SIRA SİZDE 5

Şekilde gösterilen devrede kaynak tarafından görülen güç çarpanını, kaynak tarafından sağlanan ve her bir direnç tarafından harcanan ortalama gücü hesaplayınız.



Şekil 8.4

Karmaşık güç.



Karmaşık Güç

Sinüzoidal kaynaklı bir devrede güç hesaplamalarını kolaylaştırmak amacıyla kullanılan bir kavram karmaşık güç kavramıdır. Güç analizinde karmaşık güç kavramı bir yük tarafından harcanan güçle ilgili tüm bilgileri içerdiği için önemlidir. Şekil 8.4'de gösterilen yükte gerilim ve akımın aynı frekanstaki sinüzoidal fonksiyonlar oldukları ve fazör olarak $V=V_m\angle\theta_V$, $I=I_m\angle\theta_i$ şeklinde ifade edildiklerini varsayalım.

Yük tarafından harcanan karmaşık güç S gerilim fazörü ile akım fazörünün eşleniğinin çarpımı

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2}VI^* = V_{etk}I_{etk}^* = V_{etk}\angle\theta_v I_{etk}\angle\theta_i = V_{etk}I_{etk}\angle(\theta_v-\theta_i) \\
&= V_{etk}I_{etk}\cos(\theta_v-\theta_i) + jV_{etk}I_{etk}\sin(\theta_v-\theta_i) \qquad (8.8)
\end{aligned}
$$

olarak hesaplanır. Bu eşitlikte, I*, I akımının eşleniğidir. Karmaşık güç ifadesinden görüldüğü gibi, karmaşık gücün büyüklüğü ($V_{etk}\ I_{etk}$) görünür güçtür. Bu nedenle karmaşık gücün birimi Volt-Amper'dir (VA). Karmaşık gücün açısı da güç çarpanı açısına eşittir. Karmaşık gücün gerçek kısmı, $V_{etk}\ I_{etk}\cos(\theta_v-\theta_i)$, ortalama güce eşittir ve gerçek güç olarakta adlandırılır. Karmaşık gücün sanal kısmı, $V_{etk}\ I_{etk}\sin(\theta_v-\theta_i)$ tepkin güç olarak adlandırılır ve Q harfi ile temsil edilir. Tepkin gücün birimi Volt-Amper-Reaktif (VAR)'dir.

Dirençlerde $(\theta_v-\theta_i)=0°$ ve $\sin(\theta_v-\theta_i)=0$ olduğundan dirençler tepkin güç harcamazlar yani $Q_R=0$ olur. Bobinlerde $(\theta_v-\theta_i)=90°$ ve $\sin(\theta_v-\theta_i)=1$ olduğundan tepkin güç pozitiftir ve bobinler tepkin güç harcarlar. Kondansatörlerde ise $(\theta_v-\theta_i)=-90°$ ve $\sin(\theta_v-\theta_i)=-1$'dir ve kondansatörler için tepkin güç negatiftir. Bu nedenle kondansatörler devreye tepkin güç sağlarlar. $Q > 0$ olduğunda güç çarpanı geri, $Q < 0$ olduğunda güç çarpanı ileri olarak nitelendirilir. $Q = 0$ olması durumunda devrede tepkin güç harcanmaz ve bu devre sadece direnç olan bir devre anlamına gelir.

ÖRNEK 12

Bir elektriksel yük için $V_{etk}=110\angle 85°V$ ve $I_{etk}=0.4\angle 15°$ A olarak verilmiştir. Karmaşık gücü, görünür gücü, ortalama gücü, tepkin gücü ve yük empedansını hesaplayınız.

Çözüm 12:

Karmaşık güç $S=V_{etk}I^*_{etk}=(110\angle 85°)(0.4\angle -15°)=44\angle 70°$VA olarak hesaplanır. Görünür güç, karmaşık gücün büyüklüğü olduğu için 44 VA olacaktır. Karmaşık güç, S=44cos (70°)+j44sin(70°) VA şeklinde yazılırsa gerçek kısmı ortalama güç, sanal kısmı ise tepkin güç olacağından P=44cos(70°)=15.05W ve Q=44sin(70°) =41.35 VAR olur. Q pozitif olduğundan güç çarpanı geri güç çarpanıdır ve değeri cos(70°)= 0.342'dir. Yük empedansı ise

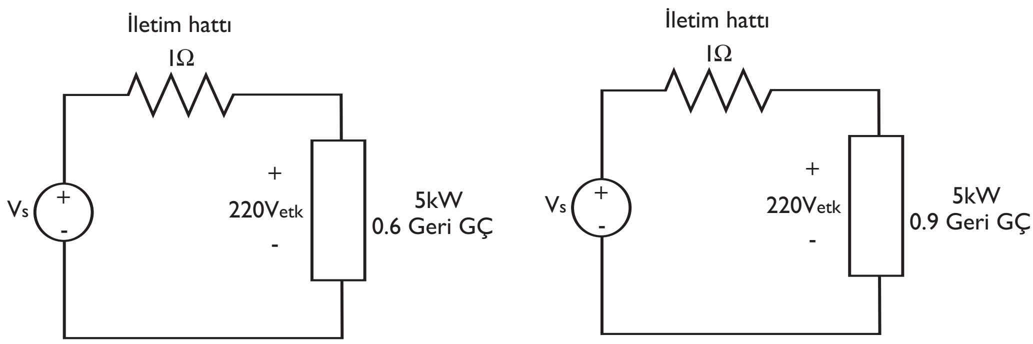
$$Z=\frac{V_{etk}}{I_{etk}}=\frac{110\angle 85°}{0.4\angle 15°}=275\cos\angle 70°+j275\sin(70°)=94.06+j258.42\Omega$$ olarak hesaplanır.

SIRA SİZDE 6

Bir sinüzoidal kaynak $Z=250\angle -75°\Omega$ değerindeki elektriksel yüke 20 kVAR tepkin güç sağlamaktadır. Bu yük için
a. güç çarpanını,
b. görünür gücü,
c. ortalama gücü hesaplayınız.

ÖRNEK 13

Şekillerde aynı elektriksel güç sağlayıcı tarafından 1 Ω dirence sahip iletim hattı aracılığıyla beslenen iki müşteri gösterilmektedir. Her iki müşteri 5 kW ortalama güç harcamaktadır ve yüklerin uçları arasındaki gerilim 220 V_{etk} olarak verilmiştir. Soldaki müşterinin güç çarpanı 0.6 geri ve sağdaki müşterinin güç çarpanı 0.9 geri olarak verilmiştir. İletim hatlarında oluşan ortalama güç kayıplarını ve güç sağlayıcı firmanın her müşteriye 5 kW güç vermesi için ne kadar ortalama güç üretmesi gerektiğini hesaplayınız.



Çözüm13:

Soldaki devreden akan akımın büyüklüğü $I_{1etk}=\frac{5000}{(220)(0.6)}=37.88$ A,diğer devreden akan akımın büyüklüğü ise $I_{1etk}=\frac{5000}{(220)(0.9)}=25.25$ A olarak bulunur. Birinci devrede iletim hattı direnci üzerindeki kayıp ortalama güç

P_{L1}=(37.88^2)1=1434.9 W ve ikinci devrede iletim hattı direnci üzerindeki kayıp ortalama güç ise P_{L2} = (25.25^2)1=637.56W. Bu durumda güç sağlayıcı firma, birinci müşteri için 6434.9 W üretmeli, ikinci müşteri için ise 5637.56 W üretmelidir. Toplam üretilen ortalama güç 12077.46 W olmakta, ancak bunun 10000 W kısmı faydalı olarak kullanılmakta, 2077.46 W kısmı iletim hatlarında kaybolmaktadır.

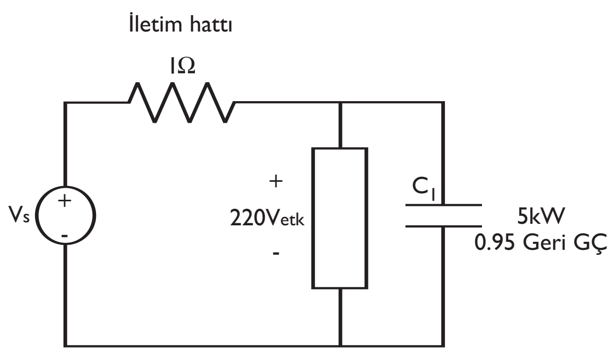
Güç Çarpanının Düzeltilmesi

Örnek 13'de anlatılan durumun nedeni müşterilerin güç çarpanlarının düşük olmasıdır. Güç çarpanı düşük olunca iletim hattından akan akım yükselmekte ve iletim hattı direnci üzerindeki I^2R kaybı artmaktadır. Bu nedenle güç sağlayıcı firma müşterilerinin güç çarpanlarını belli bir değer üzerine çıkarmalarını istemekte, aksi halde düşük güç çarpanı olan firmalara elektriği daha yüksek fiyatla satmaktadır. Müşteriler yüksek fiyatlı elektrik almamak için güç çarpanını düzeltecek tedbirleri alırlar. Güç çarpanının düzeltilmesi için genellikle motorlardan dolayı endüktif olan yüklere paralel olarak kondansatör bağlanmaktadır. Kondansatör devreye tepkin güç sağladığı için yük tarafından harcanan tepkin güç düşmektedir. Ortalama güç sabit kaldığı için iletim hattından çekilen akım azalmakta ve bunun sonucu olarak iletim hattı direnci üzerindeki kayıp ortalama güç daha az olmaktadır. Sonuç olarak müşteriye sağlanacak belli miktardaki ortalama güç için sağlayıcı firmanın üretmesi gereken ortalama güç miktarı azalmaktadır.

ÖRNEK 14 *Örnek 13'deki birinci müşterinin güç çarpanını 0.95 geri olarak düzeltmek için gerekli kondansatörü hesaplayınız. Güç çarpanının 0.95 geri olması durumunda güç sağlayıcı firmanın sağlaması gereken ortalama güç ne kadardır? Kaynağın frekansının 50 Hz olduğunu varsayınız.*

Çözüm 14:

Güç çarpanı düzeltici kondansatörün bağlandığı durumdaki devre aşağıda gösterilmektedir.



Birinci müşterinin güç çarpanı 0.6 geri olduğu durumda güç çarpanı açısı $\cos^{-1}(0.6)$=53.13°, harcadığı tepkin güç $\frac{5000}{0.6}\sin(53.13°) = 6666.67$ VAR ve karmaşık güç S_{1eski}=5000+6666.67 VA olarak bulunur.

Müşterinin güç çarpanı 0.95 geri olarak düzeltildiğinde güç çarpanı açısı $\cos^{-1}(0.95)=18.19°$, harcanan tepkin güç $\frac{5000}{0.95}\sin(18.19°)=1643.42\ \text{VAR}$ ve karmaşık güç S_{1yeni}=5000+1643.42 VA olarak bulunur.

Bu durumda birinci müşterinin güç çarpanı düzeltici kondansatörünün sağlaması gereken tepkin güç 1643.42 - 6666.67=-5023.25 VAR olarak bulunur. Buradan bağlanacak kondansatör

$$Q_{c1}=5023.25=\frac{220^2}{X_{c1}}\Rightarrow X_{c1}=\frac{5023.25}{48400}=0.104\ \Omega$$

$$X_{c1}=\frac{1}{\omega C_1}\Rightarrow C_1=\frac{1}{\omega X_{c1}}=\frac{1}{100\pi(0.104)}=0.03\ \text{F}$$

olarak hesaplanır. Güç çarpanı 0.95 olduğunda iletim hattından akan akımın büyüklüğü $I_{1etk}=\frac{5000}{(220)(0.95)}=23.92\ \text{A}$, iletim hattı direnci üzerindeki kayıp ortalama güç $P_{L1}=(23.92^2)1=572.17$ W olacaktır. Böylece güç sağlayıcı firma birinci müşteriye 5000 W ortalama güç sağlamak için daha az ortalama güç (5572.17 W) üretmek zorunda kalacaktır. Bu sistemin verimliliğini arttırıcı bir yaklaşımdır.

DİKKAT

Devre Analizi dersinde ve sınavlarda kullanılmak üzere trigonometrik işlemlere uygun hesap makinesi kullanılması gerekmektedir. Özellikle sınavlara gelirken bu tarz işlemlere uygun hesap makinesi getirmeyi unutmayınız. Bu hesap makinesinin databank özelliği olmaması gerekmektedir. Ancak; özellikle sin, cos, tan, arcsin, arccos ve arctan gibi matematiksel işlemlerin yapılması olanaklı olmalıdır.

Özet

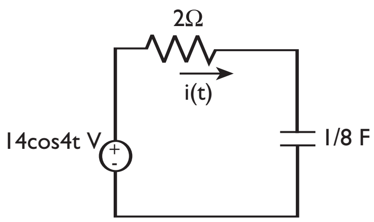
Alternatif akım devrelerinin analizinde daha önceden doğru akım devrelerinin analizinde öğrenilen yöntemler (Ohm Kanunu, Kirchoff'un akım ve gerilim kanunları, düğüm gerilimleri yöntemi, göz akımları yöntemi, süperpozisyon, kaynak dönüşümleri ve Thevenin-Norton eşdeğer devreleri) kullanılmaktadır. Ancak devre önce zaman alanından frekans alanına aktarılmaktadır. Devrenin frekans alanına aktarımında kaynaklar fazör olarak ifade edilmekte, direnç, bobin ve kondansatör ise empedans olarak frekans alanına aktarılmaktadır. İstenilen büyüklük frekans alanında bulunduktan sonra bu büyüklüğün zaman alanı ifadesi yazılmaktadır.

Alternatif akım devrelerinde anlık güç elektriksel elemanının üzerinden akan akım ile eleman üzerindeki gerilim düşümünün çarpımı olarak hesaplanmaktadır. Anlık gücün iki bileşeni bulunmaktadır. Bu bileşenlerden biri sabit bir sayı olup, $\left(P=\frac{1}{2}V_m I_m \cos(\theta_v-\theta_i)\right)$, ortalama güç olarak adlandırılmaktadır, birimi Watt (W)'dır. İkinci bileşen ise gerilim ve akımın frekansının iki katı frekansla değişen sinüzoidal bir sinyaldir. Kaynaklar ortalama güç üretebilir veya harcayabilir, dirençler hep ortalama güç harcarlar, bobin ve kondansatör ortalama güç harcamazlar. Ortalama güç ifadesindeki $\cos(\theta_v-\theta_i)$ güç çarpanı, $\frac{1}{2}V_m I_m$ ise görünür güç olarak adlandırılır. Görünür gücün birimi Volt-Amperdir (VA). Alternatif akım devrelerindeki bir diğer güç kavramı reaktif güçtür ve $Q=\frac{1}{2}V_m I_m \sin(\theta_v-\theta_i)$ olarak ifade edilir, birimi Volt-Amper Reaktif (VAR)'dir. Kaynaklar reaktif güç üretebilir veya harcayabilir. Dirençler reaktif güç harcamazlar, bobinler reaktif güç harcar ve kondansatörler reaktif güç sağlarlar.

Güç çarpanının düşük olması iletim hattından akan akımın dolayısıyla iletim hattı üzerinde kaybolan gücün yüksek olmasına sebep olmaktadır. Güç çarpanının yükseltilmesi devreye paralel bağlanan kondansatörler yardımıyla yapılmaktadır.

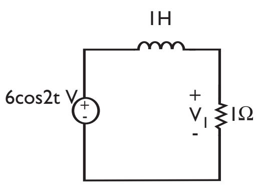
Kendimizi Sınayalım

1. i(t) akımının ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?



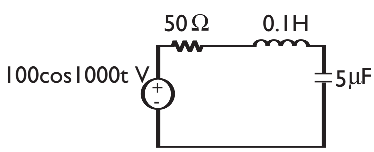
a. $4.95 \angle 45°$ A
b. 4.95 cos (4t+45°) A
c. 5 cos (4t+30°) A
d. $3\sqrt{2}\angle 45°$ A
e. 3 sin (4t+45°) A

2. V_1(t)'nin ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?



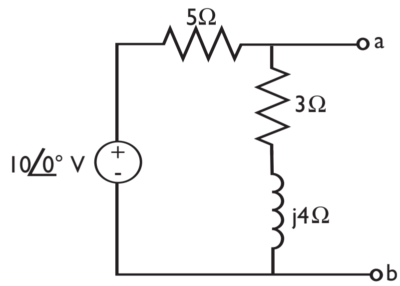
a. 1.649 cos (2t – 22.84°)V
b. 2.3 sin (2t – 73.84°)V
c. 2.68 cos (2t – 63.43°)V
d. 1.649 cos (4t – 75.84°)V
e. 1.44 sin (2t – 22.84°)V

3. Devreden akan akımın zaman alanındaki ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?



a. 0.894 cos (1000t + 63.43°) A
b. 12 cos (1000t + 25°) A
c. $12 \angle -58°$ A
d. 10 sin (1000t – 60°) A
e. 5 cos (6000t + 25°) A

4. a – b uçları arasındaki Thevenin gerilimi aşağıdakilerden hangisidir?

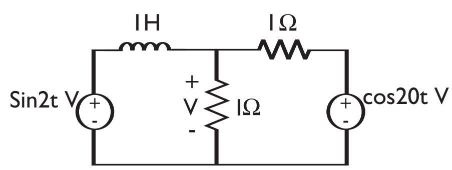


a. $V_{TH} = 2.5 \angle 30.6°$ V
b. $V_{TH} = 8 \angle 56°$ V
c. $V_{TH} = 4.5 \angle -26.56°$ V
d. $V_{TH} = 5.6 \angle 26.56°$ V
e. $V_{TH} = 10 \angle 0°$ V

5. Herhangi bir elektriksel yük 0.9 geri güç çarpanı ile 10 kVA harcamaktadır. Yükün harcadığı karmaşık gücün ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

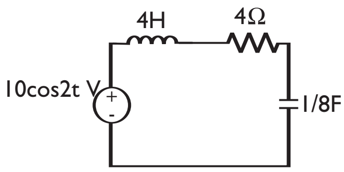
a. 10000 + j3200 VA
b. 9 kW
c. 9000 + j4359 VA
d. 10000 + j4400VA
e. 9000 VAR

6. V gerilimi aşağıdaki hangi yöntem kullanılarak bulunabilir?



a. Düğüm gerilimi
b. Göz akımları
c. Süperpozisyon
d. Thevenin eşdeğeri
e. Hepsi

7. Devrede kaynak tarafından görülen güç çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?



a. 0.707 ileri
b. 0.707 geri
c. 0.9 geri
d. 0.6 ileri
e. 0.6 geri

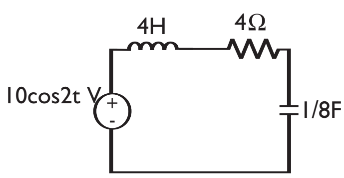
8. Bir fabrika 5000 + j5000 VA karmaşık güç harcamaktadır. Bu fabrikanın güç faktörünü 0.9 geri yapmak için paralel bağlanacak kondansatörün sağlayacağı tepkin güç miktarı aşağıdakilerden hangisidir?

a. 2578 VAR
b. –3500 VAR
c. –2578 VAR
d. –2300 VA
e. 2578 W

9. Bir elektriksel yük üzerindeki gerilimin etkin değer ifadesi v_{etk} = 1.8cos(3t – 35°) V ve yük üzerinden akan akımın etkin değer ifadesi de i_{etk} = 0.15cos(3t + 10°) A olarak verilmiştir. Yükte harcanan (sağlanan) tepkin güç aşağıdakilerden hangisidir?

a. 0.27 VAR (harcar)
b. 0.19 VAR (harcar)
c. 0.27 VAR (sağlar)
d. 0.14 VAR (sağlar)
e. 0.19 VAR (sağlar)

10. Devrede kaynak tarafından sağlanan ortalama güç aşağıdakilerden hangisidir?



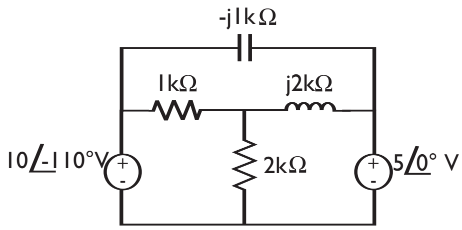
a. 25 W
b. 50 W
c. 10 W
d. 100 W
e. 12.5 W

Kendimizi Sınayalım Yanıt Anahtarı

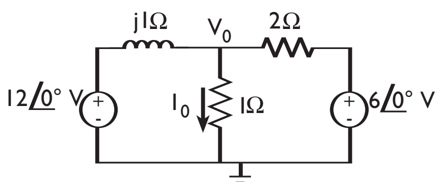
1. b	Yanıtınız yanlış ise “Kirchoff Kanunlarının Kullanımı” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
2. c	Yanıtınız yanlış ise “Düğüm Gerilimleri Yöntemi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
3. a	Yanıtınız yanlış ise “Göz Akımları Yöntemi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
4. d	Yanıtınız yanlış ise “Thevenin Eşdeğeri Yöntemi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
5. c	Yanıtınız yanlış ise “Karmaşık Güç” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
6. c	Yanıtınız yanlış ise “Süperpozisyon Yöntemi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
7. b	Yanıtınız yanlış ise “Güç Çarpanı” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
8. c	Yanıtınız yanlış ise “Güç Çarpanının Düzeltilmesi” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
9. e	Yanıtınız yanlış ise “Karmaşık Güç” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.
10. e	Yanıtınız yanlış ise “Ortalama Güç” başlıklı konuyu yeniden gözden geçiriniz.

Sıra Sizde Yanıt Anahtarı

Sıra Sizde 1



Sıra Sizde 2



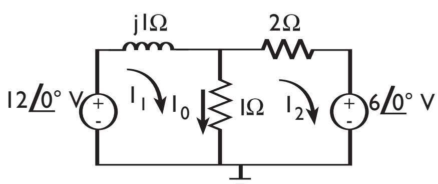
Düğüm gerilimleri yöntemini uygulamak için V_0 noktasında eşitlik yazalım:

$$\frac{V_0-12}{j1}+\frac{V_0}{1}+\frac{V_0-6}{2}=0$$

Bu eşitlikten V_0 çözülür ve

$I_0=\frac{V_0}{1}=6.86\angle-42.47°$ A olarak bulunur.

Göz akımları yöntemi için her göze bir akım atanan devre aşağıdaki gibidir



Göz akımları eşitlikleri şu şekildedir:

$(1 + j1)I_1 - I_2 = 12$

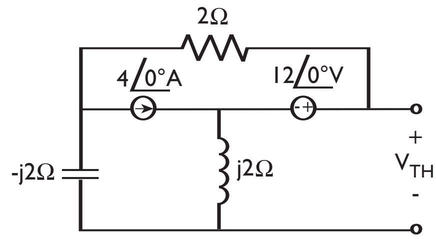
$-I_1 + 3I_2 = 6$

$I_0 = I_1 - I_2$

Yukarıdaki eşitliklerden $I_0 = 6.86\angle-42.47°$ A olarak bulunur.

Sıra Sizde 3

Thevenin gerilimini bulmak için direncin uçlarını açık devre yapalım ve açık devre gerilimini bulalım. İlgili devre aşağıda verilmiştir.



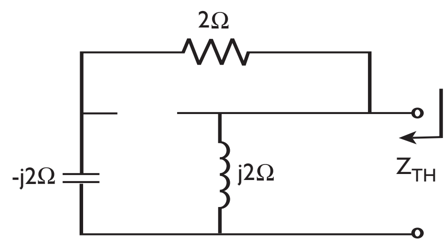
Bu devrede 4 A'lık kaynaktan dolayı süpergöz bulunmaktadır. Alt göze I_1 ve üst göze I_2 akımı atanıp (saat yönünde) eşitlikler yazılırsa

$2I_2 + 12 + j2I_1 - j2I_1 = 0$ elde edilir.

Buradan $I_2 = -6$ A bulunur.

$I_1 - I_2 = 4$ eşitliğinden $I_1 = -2$ A ve

$V_{TH} = 12 + j2I_1 = 12 - j4$ V olarak bulunur.

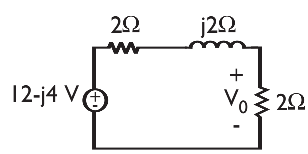


Thevenin empedansını bulmak için kaynakları etkisizleştirelim (akım kaynağı açık devre, gerilim kaynağı kısa devre). Bu durumda (2 – j2) Ω ile j2 Ω paraleldir ve

$$Z_{TH}=\frac{(2-j2)(j2)}{2-j2+j2}=2+j2\ \Omega$$

olarak bulunur.

Thevenin eşdeğer devreyi ve 2Ω'luk direnci seri bağlarsak devre aşağıdaki gibi olur.

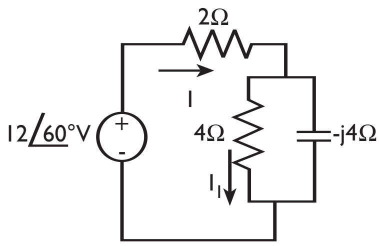


Bu devreden,

$$V_0=4\sqrt{2}\angle-45°V$$

olarak hesaplanır.

Sıra Sizde 4



Kaynağın gördüğü eşdeğer empedans

$$Z_{eş} = \frac{(4)(-j4)}{4-j4} + 2 = 4 - j2\Omega$$

Devreden akan akım

$$I = \frac{12\angle 60°}{4-j2} = 2.6833\angle 86.66°\text{A}$$

olarak bulunur.
2 Ω tarafından harcanan ortalama güç

$$P_{2\Omega} = \frac{(2.6833)^2 2}{2} = 7.2\text{W}$$

4 Ω tarafından harcanan ortalama gücü bulmak için I_1 akımını bulalım:

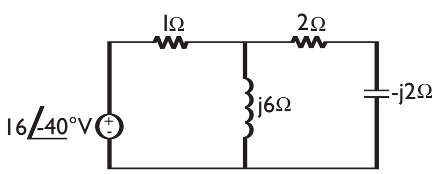
$$I_1 = \frac{-j4}{4-j4} I = 1.8974\angle 41.66°\text{A}$$

$$P_{4\Omega} = \frac{(1.8974)^2 4}{2} = 7.2\text{W}$$

olarak bulunur.

Sıra Sizde 5

Devrenin frekans alanındaki hali aşağıdaki şekilde verilmiştir. Kaynak tarafından görülen güç çarpanını bulabilmek için eşdeğer empedansı ($Z_{eş}$) bulalım



$$Z_{eş} = \frac{(2-j2)(j6)}{2-j2+j6} + 1 = 4.6 - j1.2\Omega$$

Güç çarpanı açısı $\tan^{-1}\left(\frac{-1.2}{4.6}\right) = -14.62°$

Güç çarpanı cos(–14.62°)=0.97 ileri

Kaynak üzerinden akan akım şu şekildedir:

$$I = \frac{16\angle -40°}{4.6 - j1.2} = 3.3656\angle -25.28°\text{A}$$

Kaynak tarafından sağlanan ortalama güç şu şekildedir:

$$P_s = \frac{16(3.3656)}{2}\cos\left(-40° - (-25.28°)\right)$$
$$= 26.12\text{W}$$

1 Ω tarafından harcanan ortalama güç ise,

$P_{1\Omega} = \frac{(3.3656)^2}{2} = 5.66\text{W}$ olarak bulunur.

2Ω tarafından harcanan ortalama gücü bulabilmek için üzerinden akan akımı bulalım:

$$I_{2\Omega} = \frac{j6}{2-j2+j6} I = 4.52\angle -1.28°\text{A}$$

Bu durumda,

$$P_{2\Omega} = \frac{(4.52)^2 2}{2} = 20.43\text{W}$$

olarak bulunur.

Sıra Sizde 6

Empedansın faz açısı –75° olduğundan güç çarpanı cos(–75°)= 0.2588 ileri olarak bulunur.
Tepkin güç Q= görünür güç*sin(–75°) eşitliğinden
Görünür güç=20000/sin(–75°)= –20705 VA,
Ortalama güç=Görünür güç*cos(75°)= 5358.6W
olarak bulunur.

Yararlanılan Kaynaklar

Mehmet Önder Efe (2011). **Devre Analizi I,** Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Mehmet Önder Efe (2011). **Devre Analizi II,** Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Charles K. Alexander and Matthew N.O. Sadiku (2009), **Fundamentals of Electrical Circuits,** 4th Ed., McGraw-Hill, New York.

J. David Irwin (1990), **Basic Engineering Circuit Analysis,** 3rd Ed., Macmillan, New York.

James W. Nillson and Susan A. Riedel, (2011) **Electric Circuits, 8. Baskının Türkçe Baskısı Elektrik Devreleri,** Palme Yayınevi, Ankara.