

Matematik-1

Sayılar-1

Dr. Alaattin AKYAR

alaattinakyar28@gmail.com

alaattinakyar@duzce.edu.tr

Konularımız

- ✓ Sayılar ve işlemler
- ✓ Cebir(Harfli ifadeler)
- ✓ Denklemler ve eşitsizlikler
- ✓ Fonksiyon kavramı
- ✓ Trigonometrik fonksiyonlar
- ✓ Üstel fonksiyon ve Logaritma fonksiyonu
- ✓ Karmaşık(Kompleks) sayılar
- ✓ Alan ve hacimler

Giriş

İnsanlar aynı cins nesnelere karşılaştırmak, büyüklüklerini ölçmek ve aralarında oranlar kurarak oldukça erken çağda matematikle uğraşmışlardır. Babiller ve Mısırlılar sayıları ilk kullanan topluluklardır. Yunanlılar için sayılar geometriye bağlıydı. Bu nedenle negatif sayı kavramı gelişmemiştir.

(M.Ö) 4. yüzyılda Babiller var olmayan nesnelere için sıfırı kullanıyorlardı.

(M.S) 8. yüzyılda Hintliler bazı borç problemlerini çözmek için negatif sayıları kullanmışlardır.

(M.S) 15. yüzyılda Semerkant'ta ilk olarak Ondalık sayılar kullanıldı.

(M.S) 19. yüzyılda reel sayı tanımı yapıldı.

Doğal Sayılar

\emptyset yi 0(sıfır) , bir elemanlı bir kümeyi 1(bir), iki elemanlı bir kümeyi 2(iki) sembolü ile, \dots , göstererek

$$\emptyset \longrightarrow 0$$

$$\{\text{Taş}\}, \{\text{Ağaç}\}, \dots, \longrightarrow 1$$

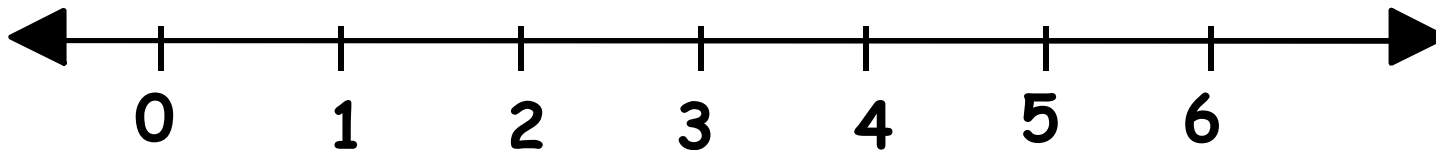
$$\{\text{Taş}, \text{Kuş}\}, \{\text{Ağaç}, \text{Su}\}, \dots, \longrightarrow 2$$

.....

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ kümesi elde elde edilir. Bu kümeye doğal sayılar kümesi denir ve \mathbb{N} sembolü ile gösterilir.

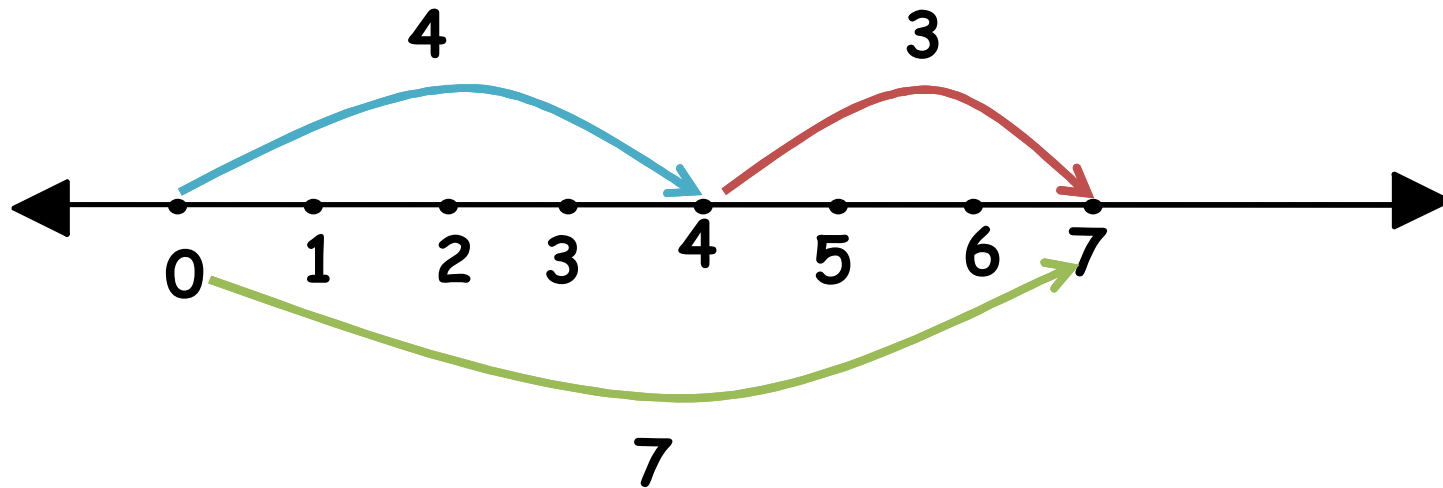
$$\text{Natural(Doğal)} \longrightarrow \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$



Doğal sayılarla yapılan temel işlemler toplama ve çarpmadır.

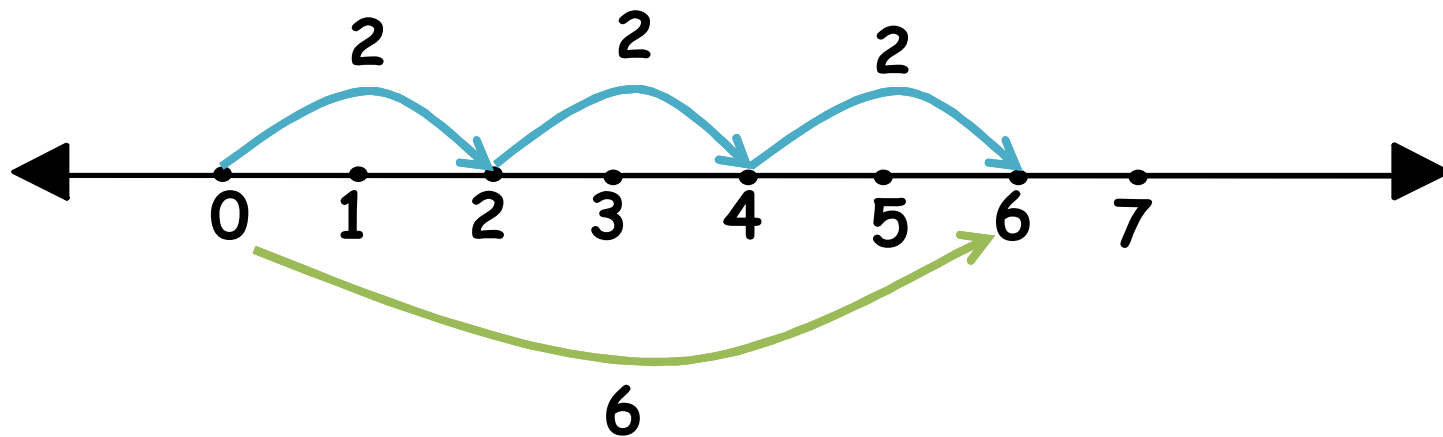
$4, 3 \in \mathbb{N}$ alalım; $4 + 3 = ?$



$$4, 3 \in \mathbb{N} \Rightarrow 4 + 3 = 7 \in \mathbb{N}$$

$$\boxed{a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b \in \mathbb{N}}$$

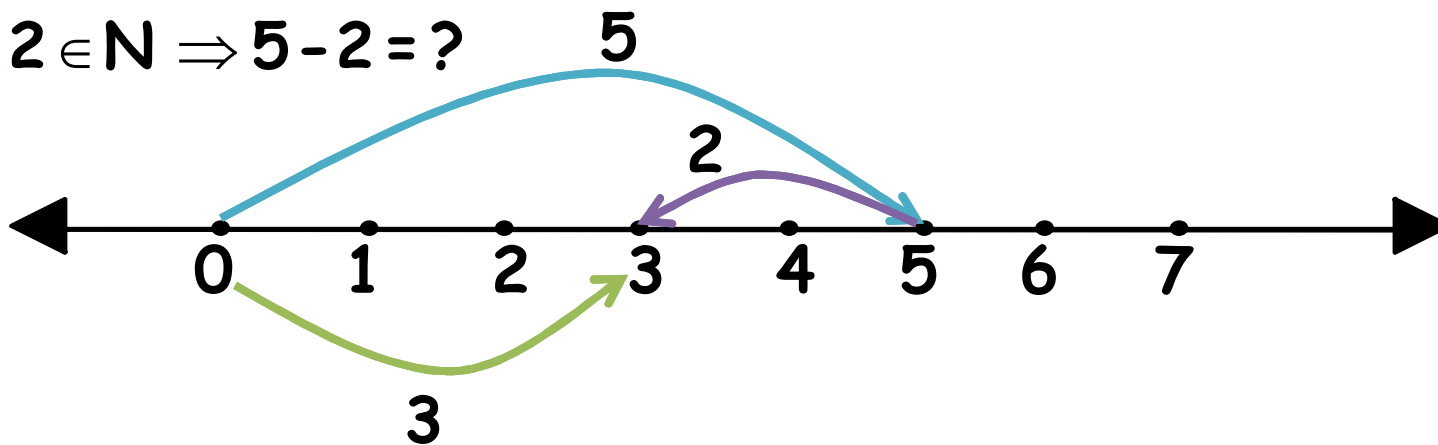
$3, 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow 3 \times 2 = ?$



$$3, 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow 3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6 \in \mathbb{N}$$

$$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{N}$$

$$5, 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow 5 - 2 = ?$$



$$5, 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow 5 - 2 = 3 \in \mathbb{N}$$

$$5, 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow 2 - 5 \notin \mathbb{N}$$

Doğal sayılar kümesi üzerinde her zaman çıkarma işlemi yapılamaz bu nedenle doğal sayılar kümesi üzerinde her zaman çıkarma işlemi yapalabilecek şekilde genişletmeliyiz.

$a, b \in \mathbb{N}$ için $x + b = a$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesi her zaman \mathbb{N} de olmaya bilir.

Örnek: $x - 5 = 0$ denkleminin çözüm kümesini \mathbb{N} de bulunuz.

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5 \in \mathbb{N} \text{ ve}$$

$$\zeta = \{5\}$$

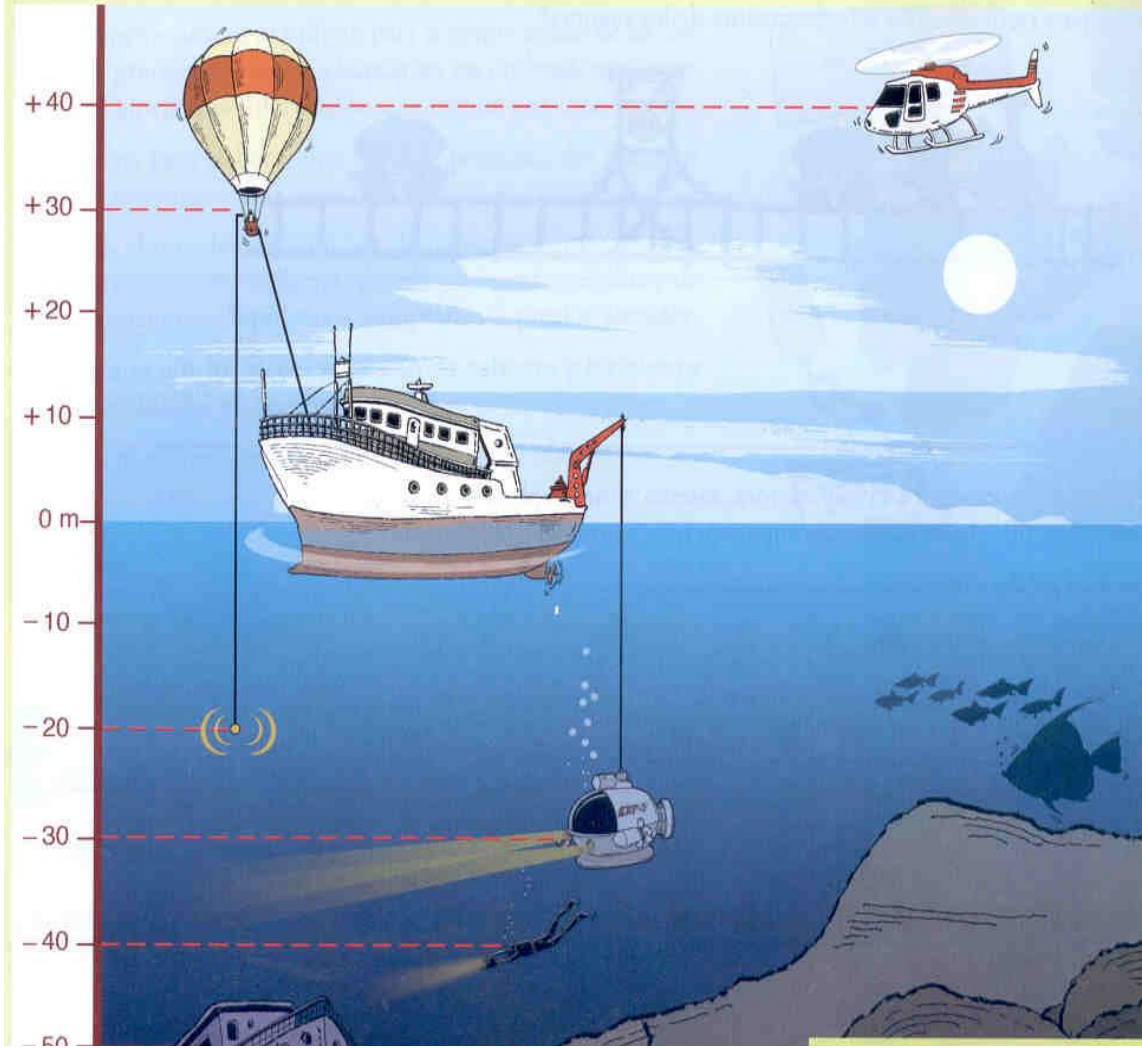
Örnek: $x + 5 = 0$ denkleminin çözüm kümesini \mathbb{N} de bulunuz.

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5 \notin \mathbb{N} \text{ ve}$$

$$\zeta = \{ \} = \emptyset$$

Dikkat: Bu tür denklemlerin çözüm kümelerini de kapsayan yeni bir sayı kümesine ihtiyaç vardır.



-3°C

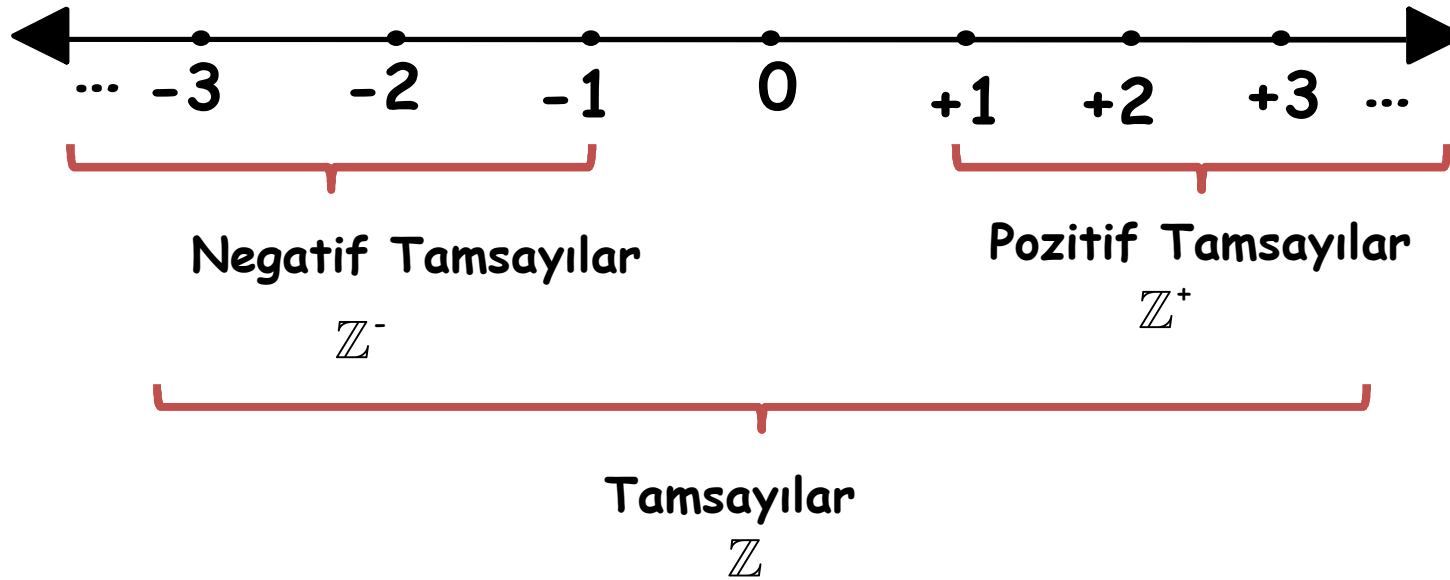
Tam Sayılar

Doğal sayılara $-1, -2, -3, \dots$ gibi negatiflerinin de katılmasıyla oluşan yeni küme tamsayılar kümesi olarak adlandırılır ve \mathbb{Z} (Alamanca Zahlen) ile gösterilir.

Sayıların bir sayı doğrusu üzerinde noktalarla temsil edilmesi, çok yararlı bir düşüncedir. Bunun için önce bir doğru alınır. Bu doğru üzerinde, sıfır sayısına karşılık gelmek üzere, bir başlangıç noktası; bir yön ve bir birim uzunluk seçilir.

Başlangıç noktasından itibaren seçilen yönde (pozitif yönde) birim uzunluğun katları taşınarak bu noktalarla $1, 2, 3, \dots$ sayıları birebir eşlenir. Aynı işlem başlangıç noktasından itibaren ters yönde yapılarak $-1, -2, -3, \dots$ sayılarına karşılık gelen noktalar işaretlenir. Elde edilen sisteme sayı doğrusu (cetvel) denir.

—•— Birim uzunluk



$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

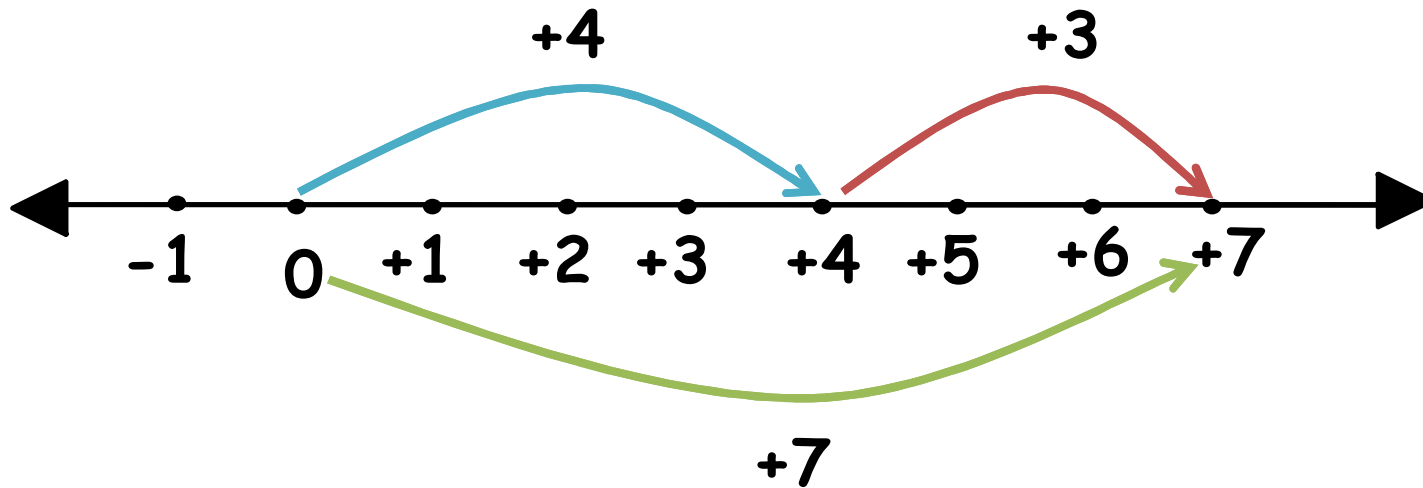
$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Tam sayılarla yapılan temel işlemler toplama, çıkarma ve çarpma işlemidir.

$+4, +3 \in \mathbb{Z}$ alalım;

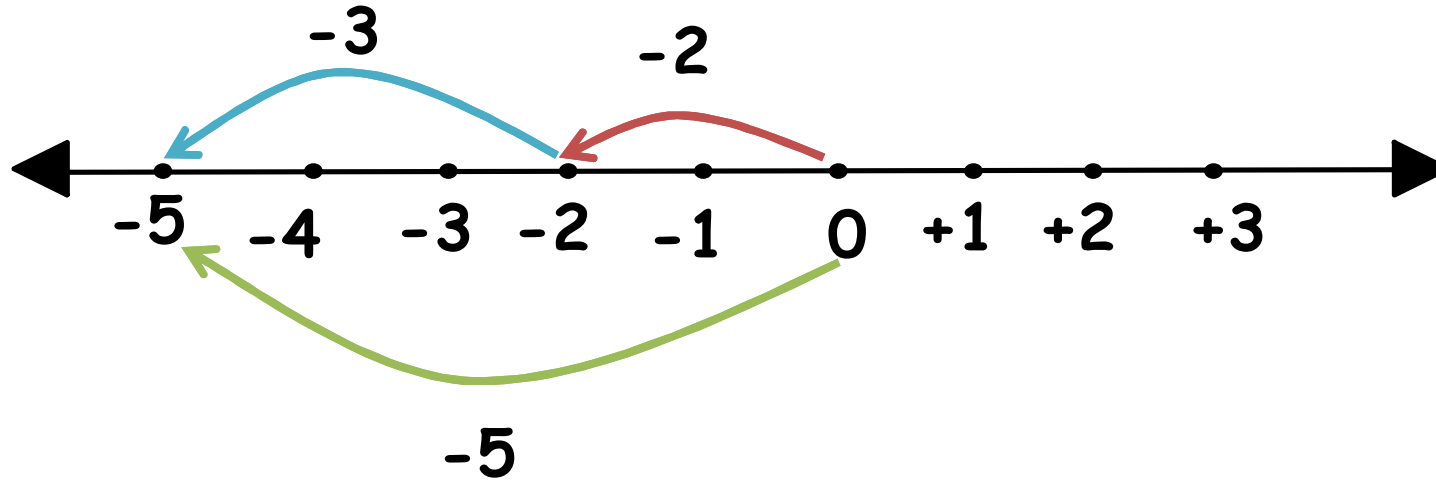


$$+4, +3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (+4) + (+3) = +7 \in \mathbb{Z}$$

$$+13, +28 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (+13) + (+28) = +41 \in \mathbb{Z}$$

$$+44, +28, +10 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (+44) + [(+28) + (+10)] = (+44) + (+38) \\ = +82 \in \mathbb{Z}$$

$$-2, -3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-2) + (-3) = ?$$



$$-2, -3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-2) + (-3) = -5 \in \mathbb{Z}$$

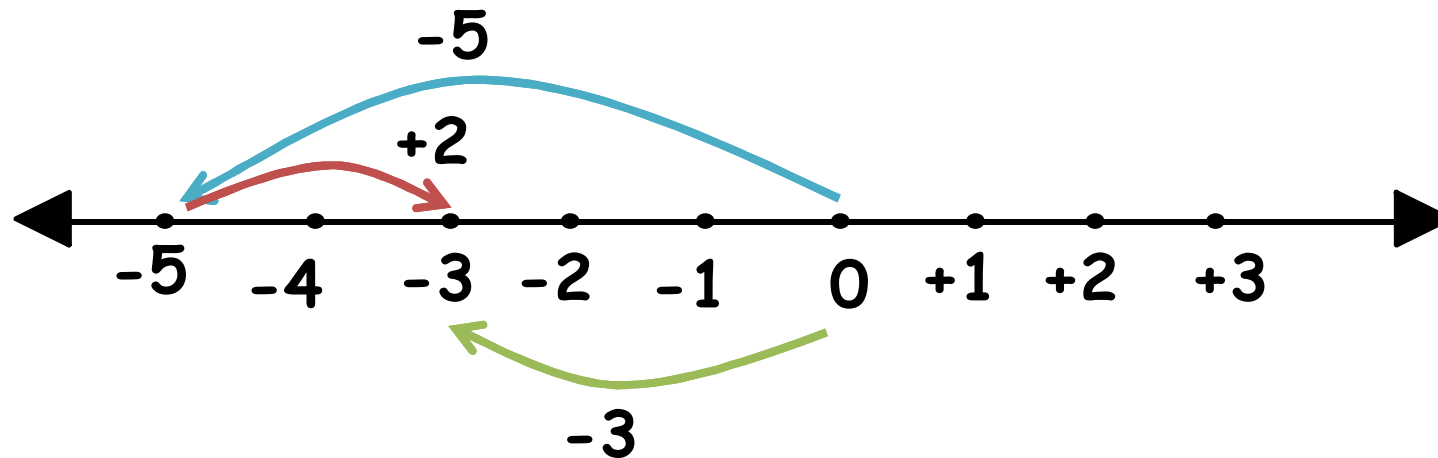
$$+12, +13 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (+12) + (+13) = +25 \in \mathbb{Z}$$

$$-45, -28, -10 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-45) + [-28) + (-10)] = (-44) + (-38) \\ = -82 \in \mathbb{Z}$$

$$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$$

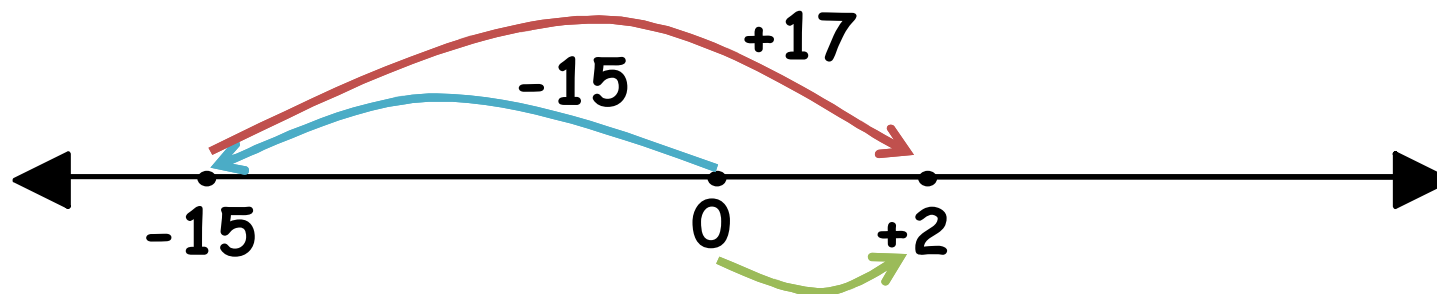
Aynı işaretli tamsayılarda toplama işlemi yapılırken ortak işaretler alınır ve sayılar toplanır.

$$-5, +2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-5) + (+2) = ?$$



$$-5, +2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-5) + (+2) = -3 \in \mathbb{Z}$$

$$-15, +17 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-15) + (+17) = ?$$

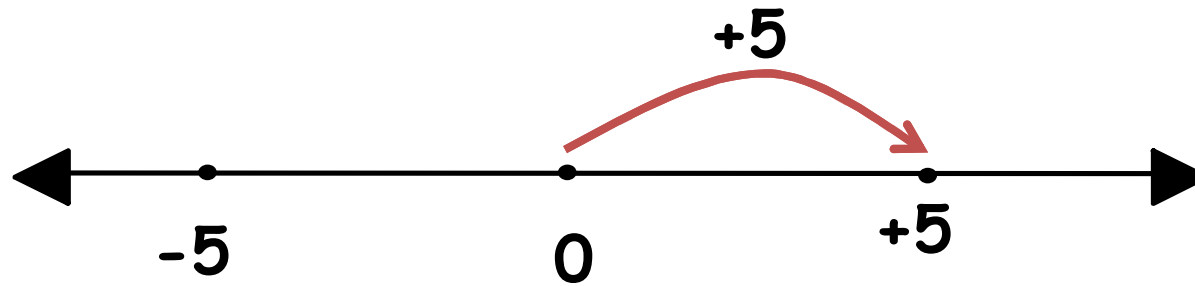


$$-15, +17 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-15) + (+17) = +2$$

$$(+23) + (-9) = +14 \in \mathbb{Z}$$

Ters işaretli tamsayılarda toplama işlemi yapılırken büyük sayının işareti alınır ve büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır.

$$0, +5 \in \mathbb{Z} \rightarrow 0 + (+5) = (+5) + 0$$

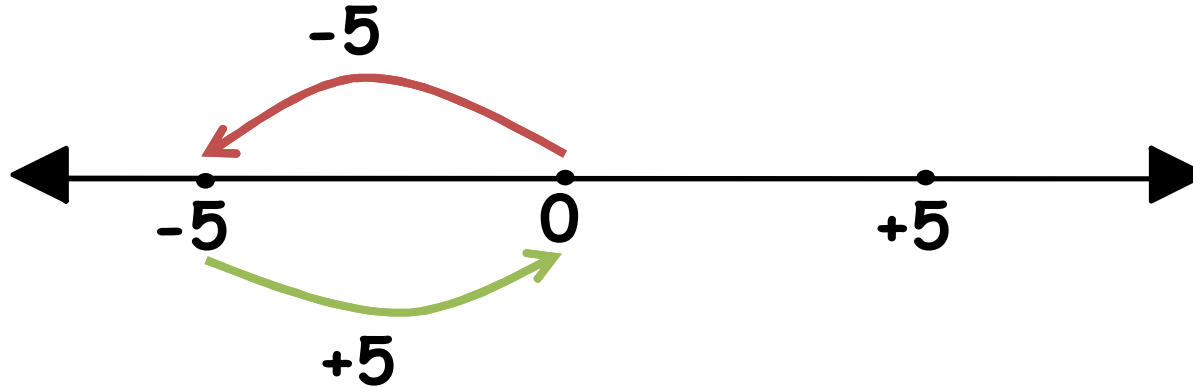


$$0 + (+5) = (+5) + 0 = +5$$

Tamsayılar kümesinde 0(sıfır) toplama işlemine göre etkisiz(birim) elemandır.

$$a, 0 \in \mathbb{Z} \rightarrow a + 0 = 0 + a = a$$

$$-5, +5 \in \mathbb{Z} \rightarrow (-5) + (+5) = ?$$



$$(-5) + (+5) = 0$$

İki tamsayının toplamı 0 ise bu sayılara toplama işlemine göre bir birinin tersi olan tamsayılar denir.

-17 nin toplama işlemine göre tersi +17 dir.

+81 nin toplama işlemine göre tersi -81 dir.

Tamsayılar kümesinde çıkarma işlemi yapılırken birinci sayı ikinci sayının toplama işlemine göre tersi ile toplanır.

$$(-5) - (+19) = (-5) + (-19) = -24$$

$$(+18) - (+2) = (+18) + (-2) = +16$$

Örnek: $(-45) - [(-13) + [(+16) - (+19)]] = ?$

$$\begin{aligned} (-45) - [(-13) + [(+16) - (+19)]] &= (-45) - [(-13) + [(+16) + (-19)]] \\ &= (-45) - [(-13) + (-3)] \\ &= (-45) - (-16) \\ &= (-45) + (+16) \\ &= -29 \end{aligned}$$

Örnek: $[(-113) - (-183)] - [(+925) - (+431)] = ?$

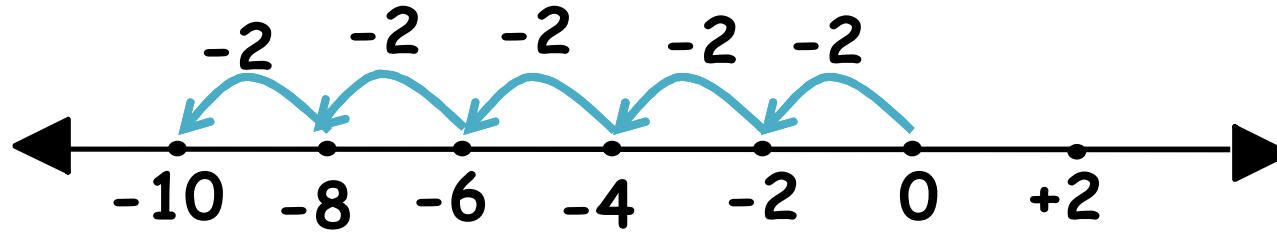
$$=[(-113)+(+183)]-[(+925)+(-431)]$$

$$=(+70)-(+494)$$

$$=(+70)+(-494)$$

$$=-424$$

Tamsayılar kümesinde çarpma işlemi



$$5 \times (-2) = (+5) \times (-2) = -10$$

Pozitif bir sayı x Negatif bir sayı = Negatif bir sayı

Negatif bir sayı x Pozitif bir sayı = Negatif bir sayı

Negatif bir sayı x Negatif bir sayı = Pozitif bir sayı

Pozitif bir sayı x Pozitif bir sayı = Pozitif bir sayı

$$(+). (+) = (+)$$

$$(+). (-) = (-)$$

$$(-). (+) = (-)$$

$$(-). (-) = (+)$$

Tamsayılarda Çarpma

ÇARPAN	ÇARPAN	ÇARPIM
+	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

Tamsayılarda Bölme

BÖLÜNEN	BÖLEN	BÖLÜM
+	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

Tamsayılar kümesinde bölme işleminde işaret bölümü aynen çarpma işleminin de olduğu gibidir;

$$(+)\div(+)=(+)$$

$$(+)\div(-)=(-)$$

$$(-)\div(+)=(-)$$

$$(-)\div(-)=(+)$$

Örnek: $-17+(-105)\div(+35)=?$

$$-17+(-105)\div(+35)=-17+(-3)=-20$$

Örnek: $(-28)\div(+7)-(-46)=?$

$$(-28)\div(+7)-(-46)=(-4)-(-46)=(-4)+(+46)=+42=42$$

$$(-28)\div(+7)-(-46)=-4+46=42$$

Tamsayılar kümesinde çarpma işleminin özellikleri

$$(+5) \cdot (-7) = (-7) \cdot (+5) = -35$$



Çarpma işleminin
değişme özelliği

$$1 \cdot (-28) = (-28) \cdot 1 = -28$$



Çarpma işleminin
etkisiz(birim) elemanı

$$0 \cdot (-28) = (-28) \cdot 0 = 0$$



Çarpma işleminin yutan
elemanı

$$-5 \cdot (-12 + 8) = ?$$

$$-5 \cdot (-12 + 8) = -5 \cdot (-4) = 20$$

$$\begin{aligned} -5 \cdot (-12 + 8) &= -5 \cdot (-12) + (-5) \cdot 8 \\ &= 60 + (-40) \\ &= 20 \end{aligned}$$

Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği

$$a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Tamsayılar kümesinde bölme işlemi her zaman yapılamaz.

Ayrıca $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $bx = a$ şeklindeki denkelemelerin her zaman \mathbb{Z} de çözüm kümesi olmaya bilir.

$$-15, +3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-15) \div (+3) = -5$$

$$\Rightarrow (+3) \div (-15) = \frac{+3}{-15} \notin \mathbb{Z}$$

Örnek: $-2x+4=0$ denkleminin çözüm kümesini \mathbb{Z} de bulunuz.

$$\begin{aligned} -2x+4=0 &\Rightarrow -2x=-4 \\ &\Rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2} \\ &\Rightarrow x=2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \zeta = \{2\} \end{aligned}$$

Örnek: $-2x+5=0$ denkleminin çözüm kümesini \mathbb{Z} de bulunuz.

$$\begin{aligned} -2x+5=0 &\Rightarrow -2x=-5 \\ &\Rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{-5}{-2} \\ &\Rightarrow x = \frac{5}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \zeta = \{ \} = \emptyset \end{aligned}$$

Bu örnekten de görüldüğü gibi tamsayılar kümesi ihtiyaca cevap vermemiştir. Tam sayılar kümesini $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $bx = a$ şeklindeki denkelemelerin çözüm kümelerini kapsayacak şekilde genişletmeliyiz.

Rasyonel Sayılar

İki tamsayını oranı olarak tanımlanan rasyonel sayılar, parçalanmanın, bölüşmenin gerekli olduğu durumlarda kullanılır.

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde olan veya bu şekle

getirile bilen sayılara rasyonel sayılar ve bu sayılardan oluşan kümeye de rasyonel sayılar kümesi denir ve \mathbb{Q} ile gösterilir.

Bu küme $Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\}$ şeklinde de

yazılabilir.

$$\frac{1}{2}, \frac{-2}{5}, \frac{37}{100}, \frac{-578}{13}, \frac{1453}{1000} \in \mathbb{Q}$$

Sıfırla bölümün tanımsız olduğu unutulmamalıdır.

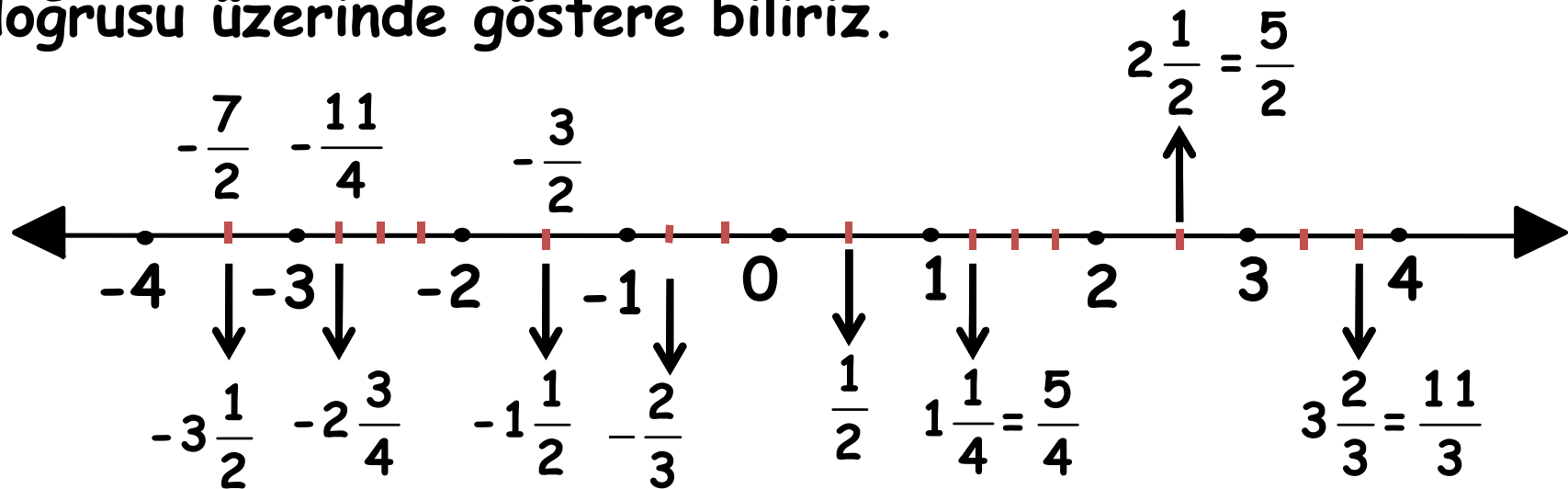
$$-17 = \frac{-17}{1} \in \mathbb{Q}, \quad 1453 = \frac{1453}{1} \in \mathbb{Q}$$

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısında $b = 1$ alınarak, her tamsayının aynı zamanda bir rasyonel sayı olacağını söyleyebiliriz. Her doğal sayıda bir tamsayı olduğuna göre \mathbb{N}, \mathbb{Z} ve \mathbb{Q} kümeleri arasında

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

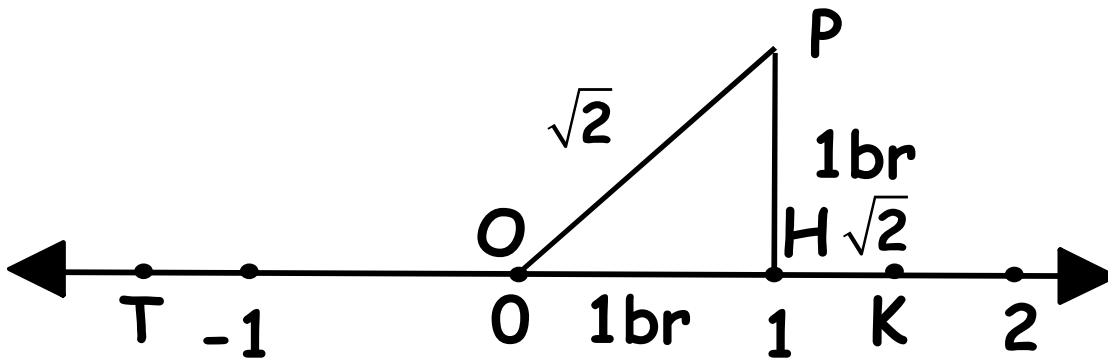
ilişkisinin varlığı kolayca görülür.

\mathbb{Q} harfi Latince 'kesir' anlamına gelen 'Quotiens' sözcüğünün baş harfidir. Rasyonel sayıları da sayı doğrusu üzerinde gösterebiliriz.



Sayı doğrusundan da görüldüğü gibi rasyonel sayılar sayı doğrusu üzerinde tamsayılara göre daha yoğundur. Bu noktada akla gelen bütün rasyonel sayıların sayı doğrusu üzerine taşınması durumunda, doğru üzerindeki noktaların tükenip tükenmeyeceğidir. Klasik geometriye göre sayı doğrusu üzerindeki noktaların bu yolla tükenmeyeceğidir. Bu durumu görelim;

Kenar uzunluğu 1 birim olan bir karenin köşegenin sayı doğrusu üzerine taşınmasıyla bulunan nokta, açıkta kalan noktalardan sadece bir tanesidir.



OHP dik üçgeninde;

$$|OP|^2 = |OH|^2 + |PH|^2$$

$$|OP|^2 = 1^2 + 1^2$$

$$|OP|^2 = 2$$

$$|OP| = \sqrt{2}$$

Merkezi O ve yarıçapı 1br olan bir çember çizildiğinde bu çember sayı doğrusunu K ve T noktalarında keser. Bu durumda K ve T noktalarına eşleşen sayıların karelerinin 2 olduğu açıktır.

Karesi 2 olan rasyonel sayı olmadığına göre, K ve T noktalarına rasyonel sayı eşlenmemiş olur. Buradan,

$$T = 1,414213523\dots$$

$$\pi = 3,1415926\dots$$

$$e = 2,718281\dots$$

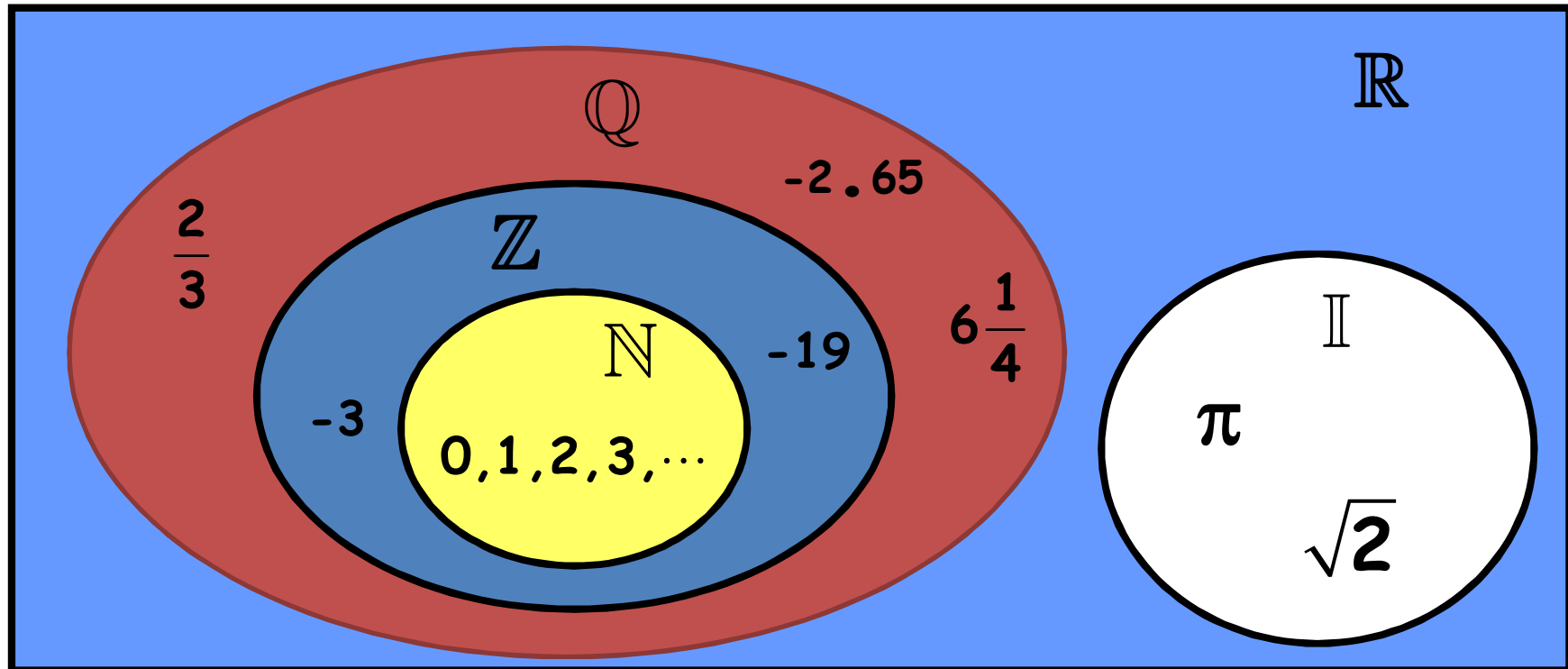
gibi sayılar birere rasyonel sayı olarak ifade edilemezler. Böyle sayıları (rasyonel olmayan sayılar anlamında) **irrasyonel sayılar** denir. İrrasyonel sayıların rasyonel sayılardan çok daha fazla olduğu ispatlana bilir. Ancak uygulamalarda irrasyonel sayıların pek azı kullanılır. Bazen bu sayıların yerine yaklaşık değerleri alınır.

$$\tau \approx 1,41 \quad \pi \approx 3,14 \quad e \approx 2,71$$

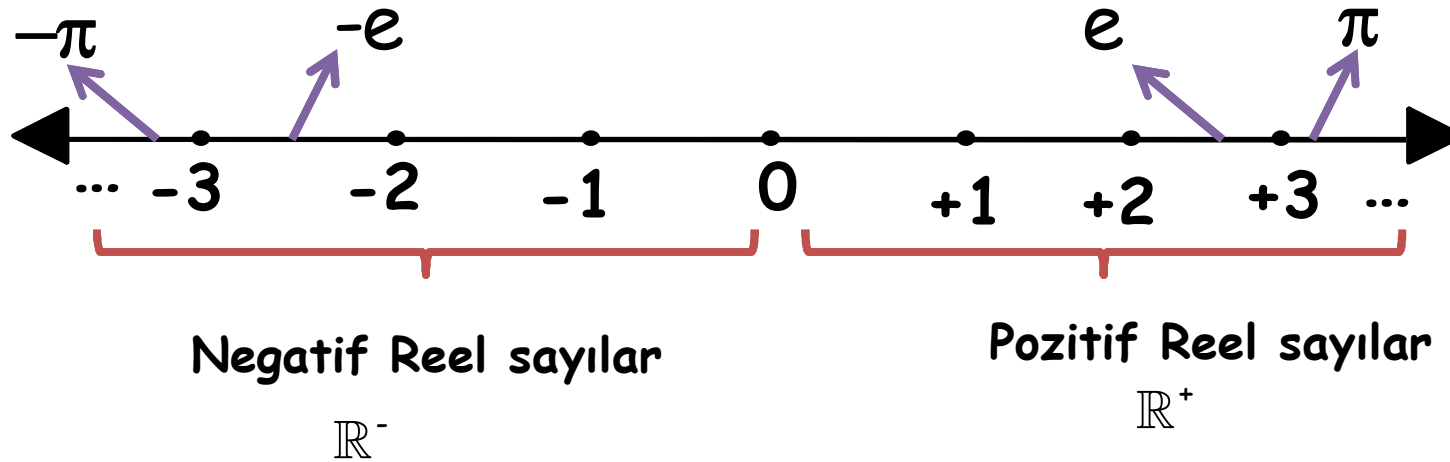
İrrasyonel sayıların oluşturduğu kümeye de **irrasyonel sayılar kümesi** denir ve **I** ile gösterilir.

Rasyonel ve İrrasyonel sayıların meydana getirdiği kümeye de **reel sayılar kümesi** denir ve **R** ile gösterilir.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$



Reel sayıları da sayı doğrusu üzerine taşıyabiliriz.



$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

Yukarıda ki sistem reel eksen olarak da adlandırılır.

π Tarihi

Hemen herkes π 'yi daire çevresinin çapa bölümü olduğunu düşünür.

Bu sonuca insanoğlu tekerleğin icadından da (M.Ö. 3500/ Mezapotamya) önceki tarihlerde varmışlar.

Ama M.Ö. 3000li yıllarda neden π 'nin değerini bulmak istemişler ki?



3.141592653589793238462643383
279502884197169399375105820974944
59230781640628620899862803482534211
70679821480865132823066470938446095
50582231 725359408 128481117
45028410 270193852 1105559644
622948 954930381 9644288109
75 665933446 128475 6482
3378678316 5271201909
145648566 9234603486
1045432564 8213393607
2602491412 7372458700
66063155881 74881520920 962829
25409171536 43678925903600113305
3054882046652 1384146951941511609
43305727036575 959195309218611738
19326117931051 18548074462379962
7495673518857 527248912279381
8301194912 9833673362
44065 66430

Rasyonel Sayılarda İşlemler

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ olmak üzere;

1. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{bd}$

2. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

3. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

4. $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

5. $\frac{a}{b}$ nin toplama işlemine göre tersi $-\frac{a}{b}$ dir.

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$$

6. $\frac{a}{b}$ nin çarpma işlemine göre tersi $\frac{b}{a}$ dir.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$7. \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \qquad 8. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$9. \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$10. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$11. \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d > b \cdot c$$

$$12. \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d < b \cdot c$$

Ondalık Sayılar

Paydası 10,100,1000,...(10'un pozitif tamsayı kuvveti) şeklinde olan veya bu şekle getirilebilen rasyonel sayılara **ondalık rasyonel sayılar**(kısaca ondalık sayılar) denir.

$$\frac{3}{10}, \frac{-837}{100}, \frac{101}{1000} \longrightarrow \text{Her biri birer ondalık sayıdır.}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{6}{10} = 0,6 \longrightarrow \text{Ondalık açılım}$$

(2)

$$\frac{-101}{125} = \frac{(8) \cdot -101}{(8) \cdot 125} = \frac{-808}{1000} = -0,808$$

(8)

Rasyonel sayıların ondalık açılımlarını payını paydasına bölerek de bulabiliriz.

Örnek: $\frac{2}{3}$ Rasyonel sayısını alalım

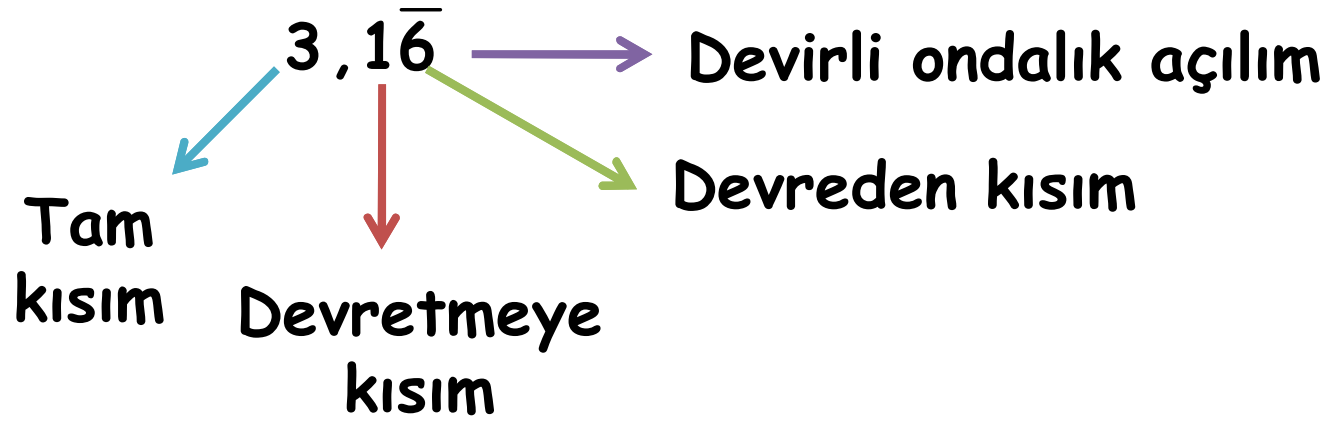
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3} \longrightarrow \begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 2 \\ \vdots \end{array} 0,666\dots \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= 0,666\dots \\ &= 0,\overline{6} \end{aligned}$$

Örnek: $\frac{19}{6}$ Rasyonel sayısını alalım

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 6} \\ - 18 \\ \hline 10 \\ - 6 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 4 \\ \vdots \end{array} 3,1666\dots$$

$$\begin{aligned} \frac{19}{6} &= 3,1666\dots \\ &= 3,1\overline{6} \end{aligned}$$



Her rasyonel sayının bir devirli ondalık açılımı, her devirli ondalık açılımında bir rasyonel karşılığı vardır.

$$3, \overline{16} = 3 \frac{16 - 1}{90} = 3 \frac{15}{90} = 3 \frac{1}{6} = \frac{19}{6}$$

veya

$$3, \overline{16} = \frac{316 - 31}{90} = \frac{285}{90} = \frac{19}{6}$$

Devirli olmayan ondalık açılımların varlığından söz etmiştik. Bu tür sayılar birere rasyonel sayı olarak yazılamazlar.

$1,1010010001\dots$ ve e, π sayıları örnek olarak verilebilir.

Örnekler-Rasyonel Sayılar

1. $1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{1 - \frac{1}{3}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

a) $\frac{5}{3}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{7}{5}$

e) $\frac{6}{5}$

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{1 - \frac{1}{3}}} &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{2 \cdot 3}{2 - 1}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{6}{1}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + 6} \\ &= 1 + \frac{1}{8} \\ &= \frac{9}{8} \end{aligned}$$

$$2. \quad 2 - \frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{5}{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} 2 - \frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{5}{2}} &= 2 - \frac{\frac{3+2}{3}}{\frac{5}{2}} = 2 - \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{2}} \\ &= 2 - \frac{\cancel{5}}{3} \cdot \frac{2}{\cancel{5}} \\ &= 2 - \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$3. \quad \left(\frac{14}{15} - \frac{7}{16}\right) + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{5}$

$$\left(\frac{14}{15} - \frac{7}{16}\right) + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right) = \frac{14}{15} - \frac{7}{16} + \frac{1}{15} - \frac{1}{16}$$

$$= \frac{15}{15} - \frac{8}{16}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

4. **Not:**Basit kesirler payı paydasından küçük olan kesirlerdir.

$$\frac{x+2}{3x+2}$$

kesrinin basit kesir olması için x in alabileceği en küçük farklı iki doğal değerinin toplamı kaçtır?

- a) 1 b) 2 **(c) 3** d) 4 e) 5

Verilen kesrin basit kesir olabilmesi için;

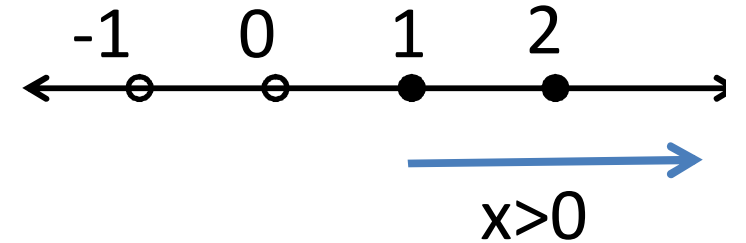
$$x+2 < 3x+2 \quad \text{olmalıdır.}$$

$$x+2 < 3x+2$$

$$2-2 < 3x-2x$$

$$0 < x$$

$$x > 0$$



Buna göre $x=1$ ve $x=2$ olabilir.
Toplamları $=1+2=3$

5. $\frac{13}{2x-3}$ **Not:**Bileşik kesirler payı paydasından büyük ya da eşit olan kesirleridir.

kesrini bileşik kesir yapan kaç tane x doğal sayısı vardır?

- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

Verilen kesrin bileşik kesir olabilmesi için;

$$2x - 3 \leq 13 \text{ olmalıdır.}$$

$$2x - \cancel{3} + \cancel{3} \leq 13 + 3$$

$$2x \leq 16$$

$$x \leq 8$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} \leq \frac{16}{2}$$

$$[8 - (0)] + 1 = 8 + 1 = 9$$

$$x \leq 8$$

0,1,2,3,4,5,6,7,8

6. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} : \frac{2}{5} - \frac{4}{5}$
işleminin sonucu kaçtır?

a) $\frac{1}{24}$

b) $\frac{1}{25}$

c) $\frac{1}{27}$

d) $\frac{1}{30}$

e) $\frac{1}{36}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} : \frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{2} - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{4}{5}$$

$$(\mathbf{10}) (\mathbf{15}) (\mathbf{6})$$

$$= \frac{10}{30} + \frac{15}{30} - \frac{24}{30}$$

$$= \frac{1}{30}$$

$$7. \quad \frac{(4 + \frac{4}{3}) - (\frac{4}{3} - 3)}{(4 + \frac{5}{4}) - (\frac{1}{4} + 3)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{7}{3}$ **d) $\frac{7}{2}$** e) $\frac{2}{7}$

$$\frac{(4 + \frac{4}{3}) - (\frac{4}{3} - 3)}{(4 + \frac{5}{4}) - (\frac{1}{4} + 3)} = \frac{(\frac{4 \cdot 3 + 4}{3}) - (\frac{4 - 3 \cdot 3}{3})}{(\frac{4 \cdot 4 + 5}{4}) - (\frac{1 + 4 \cdot 3}{4})}$$

$$= \frac{(\frac{16}{3}) - (\frac{-5}{3})}{(\frac{21}{4}) - (\frac{13}{4})}$$

$$= \frac{\frac{16}{3} + \frac{5}{3}}{\frac{21}{4} - \frac{13}{4}}$$

$$= \frac{\frac{21}{3}}{\frac{8}{4}} = \frac{\frac{7}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{7}{1 \cdot 2} = \frac{7}{2}$$

$$8. \quad \frac{2 - \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{6}} + \frac{1 + \frac{3}{5}}{3 + \frac{1}{5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{7}$

c) $\frac{5}{2}$

d) $\frac{7}{4}$

e) $\frac{3}{7}$

$$\frac{2 - \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{6}} + \frac{1 + \frac{3}{5}}{3 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{2 \cdot 4 - 3}{4}}{\frac{1 \cdot 6 - 1}{6}} + \frac{\frac{1 \cdot 5 + 3}{5}}{\frac{3 \cdot 5 + 1}{5}}$$

$$= \frac{\cancel{5}}{4} \cdot \frac{\cancel{8} (1)}{\cancel{5}} + \frac{\cancel{8} (1)}{\cancel{5}}$$

$$= \frac{6}{4} + 1$$

$$= \frac{\cancel{5}}{4} \cdot \frac{6}{\cancel{5}} + 1$$

$$= \frac{10}{4}$$

$$= \frac{5}{2}$$

9. $\frac{2}{\frac{3}{4}} - \frac{2}{\frac{3}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) $-\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{7}{4}$ e) 3

$$\frac{2}{\frac{3}{4}} - \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{\overset{(1)}{2}}{3} \cdot \frac{4}{\underset{(2)}{4}} - 2 \cdot \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{8}{3}$$

(1) (2)

$$= \frac{1-16}{6}$$

$$= \frac{-15}{6}$$

$$= \frac{-5}{2}$$

$$10. \quad \frac{1 - \frac{1}{2} : \frac{1}{6}}{\frac{1}{6} - 1 : \frac{1}{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

a) $\frac{5}{12}$

b) $\frac{7}{11}$

c) $\frac{11}{12}$

d) $\frac{12}{11}$

e) $\frac{11}{5}$

$$\frac{1 - \frac{1}{2} : \frac{1}{6}}{\frac{1}{6} - 1 : \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{1}}{\frac{1}{6} - 1 \cdot \frac{2}{1}}$$

$$= \frac{1 - 3}{\frac{1}{6} - 2}$$

$$= \frac{-2}{\frac{1 - 2 \cdot 6}{6}}$$

$$= \frac{-2}{\frac{1 - 12}{6}}$$

$$= \frac{-2}{\frac{-11}{6}}$$

$$= \frac{2}{\frac{11}{6}}$$

$$= 2 \cdot \frac{6}{11}$$

$$= \frac{12}{11}$$

$$11. \quad \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4 + \frac{2}{3}} \right) : \left(\frac{1}{\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{\frac{2}{3}} \right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) $\frac{3}{4}$ **b) $\frac{6}{7}$** c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{8}{7}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4 + \frac{2}{3}} \right) : \left(\frac{1}{\cancel{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{1}{\cancel{\frac{2}{3}}} \right) &= \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{14}{3}} \right) : \left(\frac{1}{\frac{4}{2}} \right) \\ &= \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{14} \right) : \left(\frac{\cancel{4}}{\cancel{2}} \right) \begin{matrix} (2) \\ (1) \end{matrix} \\ &\quad (7) \quad (1) \\ &= \left(\frac{21+3}{14} \right) : \left(\frac{2}{1} \right) && = \frac{12}{14} \\ &= \left(\frac{\cancel{24}}{14} \right) \cdot \left(\frac{1}{\cancel{2}} \right) \begin{matrix} (12) \\ (1) \end{matrix} && = \frac{6}{7} \end{aligned}$$

12.

$$125\frac{3}{10} + 55\frac{7}{10}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) 181 b) 180 c) 179 d) 178 e) 177

$$125\frac{3}{10} + 55\frac{7}{10} = (125+55)\frac{3+7}{10}$$

$$=(180)\frac{10}{10}$$

$$=181$$

13.

$$\frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{3} + 2\right) - \frac{1}{3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) -6 b) -4 c) -2 d) 0 e) 2

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{3} + 2\right) - \frac{1}{3} &= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{5}{3} + 2 - \frac{1}{3} \\ &= \frac{3+1}{2} + \frac{-5-1}{3} + 2 \\ &= \frac{4}{2} + \frac{-6}{3} + 2 \\ &= 2 - 2 + 2 \\ &= 2\end{aligned}$$

$$14. \quad \frac{-\frac{11}{15} - \frac{13}{17} - 4}{\frac{26}{15} + \frac{30}{17} + 2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- a) -2 **b) -1** c) 0 d) 1 e) 2

$$\frac{-\frac{11}{15} - \frac{13}{17} - 4}{\frac{26}{15} + \frac{30}{17} + 2} = \frac{-(\frac{11}{15} + \frac{13}{17} + 4)}{1 + \frac{11}{15} + 1 + \frac{13}{17} + 2}$$

$$= \frac{-\cancel{(\frac{11}{15} + \frac{13}{17} + 4)}}{\cancel{\frac{11}{15} + \frac{13}{17} + 4} + 4} \quad (1)$$

$$= -1$$

15. a, b, c pozitif reel sayılardır.

$$\frac{a+b}{a.c}$$

ifadesindeki her bir a, b, c sayısı 3 ile bölünürse, sonuç aşağıdakilerden hangisi olur?

a) $\frac{a.c}{a+b}$ b) $\frac{a+b}{a.b}$ **c) $\frac{3(a+b)}{a.c}$** d) $\frac{a+b}{3a.c}$ e) $\frac{a.c}{3(a+c)}$

$$\frac{a+b}{a.c} \Rightarrow \frac{\frac{a}{3} + \frac{b}{3}}{\frac{a}{3} \cdot \frac{c}{3}} = \frac{\frac{a+b}{3}}{\frac{a.c}{3.3}}$$

$$= \frac{\frac{a+b}{3}}{\frac{a.c}{9}} = \frac{3(a+b)}{a.c}$$

$$= \frac{a+b}{\cancel{3}^{\color{red}(1)}} \cdot \frac{\cancel{9}^{\color{red}(3)}}{a.c}$$

16. $4 + \frac{a}{4 + \frac{a}{\ddots}} = 20$

olduğuna göre, a kaçtır?

- a) 320 b) 360 c) 420 d) 440 e) 480

$4 + \frac{a}{4 + \frac{a}{\ddots}} = 20$

Değeri 20

$4 + \frac{a}{20} = 20$

$\frac{a}{20} = 16$

$a = 20 \cdot 16 = 320$

17. $2 + \frac{3 + \frac{3 + \frac{\dots}{4}}{4}}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

- a) 3 b) $\frac{10}{3}$ c) $\frac{11}{5}$ d) 4 e) $\frac{13}{3}$

$3 + \frac{\dots}{4} = x$ alalım

Burası da x olur

$$4 \left/ 3 + \frac{x}{4} = x \right.$$

$$12 + x = 4x$$

$$12 = 4x - x$$

$$x = 3$$

18. $1 + \frac{6}{2 + \frac{8}{1 + \frac{1}{x-1}}} = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- a) 0 **b) 2** c) 3 d) 4 e) 5

$1 + \frac{6}{2 + \frac{8}{1 + \frac{1}{x-1}}} = 2$

Değeri 6 olmalı

$2 + \frac{8}{1 + \frac{1}{x-1}} = 6$

Değeri 4 olmalı

2 olmalı

$\frac{8}{1 + \frac{1}{x-1}} = 4$

$1 + \frac{1}{x-1} = 2$

$\frac{1}{x-1} = 1$

$x-1=1 \Rightarrow x=2$

19. $\frac{17}{35}$ kesrinin payından hangi sayıyı çıkaralım ki $\frac{2}{5}$ kesrine denk olsun?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

m sayısını çıkardığımızı kabul edelim;

$$\frac{17-m}{\cancel{35}} = \frac{2}{\cancel{5}}$$

(7) (1)

$$\frac{17-m}{7} = \frac{2}{1}$$

$$17-m=14$$

$$m=3$$

$$20. \quad 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x-2}}$$

kesrini tanımsız yapan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- a) 3 b) 4 **c) 5** d) 6 e) 7

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x-2}}$$

Burayı sıfır(0) yapan değer için tanımsızdır

$$x-2=0$$

$$x=2$$

~~$$2 \cdot \frac{5}{2} = 5$$~~

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x-2}} = 2 - \frac{1}{\frac{2x-4-1}{x-2}}$$

$$= 2 - \frac{1}{\frac{2x-5}{x-2}}$$

$$= 2 - \frac{x-2}{2x-5}$$

$$\frac{3x-8}{2x-5}$$

$$2x-5=0$$

$$2x=5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$21. \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{21}\right) = ?$$

a) $\frac{1}{21}$

b) $\frac{-1}{21}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{21}{5}$

e) $\frac{7}{12}$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{21}\right) = \left(\frac{1}{\cancel{2}}\right) \left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right) \left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\right) \cdots \left(\frac{\cancel{20}}{\cancel{21}}\right) = \frac{1}{21}$$

$$22. \left(2 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right)^{-1} \left(-2 \frac{1}{2} \right)^{-1} = ?$$

a) $\frac{1}{10}$

b) $-\frac{1}{10}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{21}{10}$

e) -0.001

$$\left(2 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right)^{-1} \left(-2 \frac{1}{2} \right)^{-1} = \left(2 + \frac{1}{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \left(-\frac{5}{2} \right)^{-1} = \left(2 + \frac{2}{1} \right)^{-1} \left(-\frac{5}{2} \right)^{-1}$$

$$= (4)^{-1} \left(-\frac{5}{2} \right)^{-1} = \frac{1}{4} \left(-\frac{2}{5} \right) = -\frac{1}{10}$$

23. $(0,0625)^{-1} \left(\frac{-32 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}}{1 + \frac{3}{5}} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = ?$

a) $\frac{16}{17}$

b) $\frac{-16}{17}$

c) $\frac{13}{17}$

d) $\frac{21}{17}$

e) $\frac{-21}{17}$

$$(0,0625)^{-1} \left(\frac{-32 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}}{1 + \frac{3}{5}} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = ?$$

$$(0,0625)^{-1} \left(\frac{-32 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}}{1 + \frac{3}{5}} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = \left(\frac{625}{10000} \right)^{-1} \left(\frac{-32 + \left(\frac{4}{1}\right)}{\frac{8}{5}} + \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{10000}{625} \right) \left(\frac{-32 + 4}{\frac{8}{5}} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = (16) \left(\frac{-28}{\frac{8}{5}} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = (16) \left(-28 \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

$$= (16) \left(-\frac{35}{2} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = (16) \left(-\frac{34}{2} \right)^{-1} = (16) (-17)^{-1} = (16) \left(-\frac{1}{17} \right) = -\frac{16}{17}$$

$$24. \frac{1}{0,2} + \frac{0,1}{0,004} - \frac{0,03}{0,01} = ?$$

- a) 25 b) 26 **c) 27** d) 28 e) 29

$$\frac{1}{0,2} + \frac{0,1}{0,004} - \frac{0,03}{0,01} = \frac{10}{2} + \frac{100}{4} - \frac{3}{1} = 5 + 25 - 3 = 27$$

(10) **(1000)** **(100)**

Doğal Sayı~Tam Sayı

1. a ve b doğal sayılar

$$a.b=63$$

olduğuna göre, a+b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- a) 17 **b) 16** c) 15 d) 14 e) 13

Çarpımları sabit olan iki sayının toplamlarının en küçük olabilmesi için bu sayılar mümkün olduğunca bir birine yakın seçilmelidir.

a	b	a+b
1	63	64
3	21	24
7	9	16

2. a ve b doğal sayılar

$$a+b=13$$

olduğuna göre, a.b çarpımının alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?

- a) 36 b) 40 **c) 42** d) 52 e) 54

Toplamı sabit olan iki doğal sayının çarpımlarının en büyük olabilmesi için sayılar bir birine en yakın, en küçük olabilmesi içinde en uzak seçilmelidir.

a	b	a.b
0	13	0
1	12	12
2	11	22
3	10	30
6	7	42

en küçük

en büyük

$$0+42=42$$

3. a ve b birbirinden farklı pozitif tam sayılar.

$$a+b=14$$

olduğuna göre, a.b çarpımının alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazladır?

- a) 48 b) 44 c) 40 d) 38 e) 35

a	b	a.b
0(olamaz!)	14	0
1	13	13
2	12	24
3	11	33
6	8	48

en küçük

en büyük

$$\begin{array}{r} 48 \\ - 13 \\ \hline 35 \end{array}$$

4. x, y, z pozitif tam sayılar ve

$$6x+4y+3z=82$$

olduğuna göre, x in alabileceği en büyük değer kaçtır?

- a) 13 **b) 12** c) 11 d) 10 e) 9

$$6x+4y+3z=82$$

$$6x+4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 82$$

➤ x in en büyük olabilmesi için

$$6x+10=82$$

bu toplamın en küçük olması

$6x=72$ gerekir. Bunu sağlayabilmek

$x=12$ içinde katsayısı büyük olanı 1, küçük olanı da 2 seçmeliyiz.

5. a, b ve c birer doğal sayı olmak üzere,

$$a.b=12$$

$$b.c=15$$

olduğuna göre, $a+b+c$ nin en büyük değeri ile en küçük değerinin toplamı kaçtır?

- a) 24 b) 36 **c) 40** d) 42 e) 48

a	b	a.b	b	c	b.c
1	12	12	1	15	15
2	6	12	3	5	15
3	4	12	5	3	15
4	3	12			
6	2	12			
12	1	12			

$$\text{en büyük} = 12 + 1 + 15 = 28$$

$$\text{en küçük} = 4 + 3 + 5 = 12$$

$$\text{toplam} = 28 + 12 = 40$$

6. x, y, z, t pozitif tam sayı

$$x+y+z+t=21$$

olduğuna göre, $x.y.z.t$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- a) 775 **b) 750** c) 735 d) 720 e) 540

21 değerini 4'e bölelim;

$$21:4=5,25 \text{ buna göre}$$

$x=y=z=t=5$ alırsak toplamları 20 yapar.

Dolayısıyla sayılardan bir tanesini örneğin $t=6$ alınırsa istenen sonuca ulaşırız:

$$x+y+z+t= 5+5+5+6=21$$

$$x.y.z.t= 5.5.5.6= 750$$

7. a, b ve c doğal sayılar

$$a.b.c=80$$

olduğuna göre, $a+b+c$ toplamı en az kaçtır?

- a) 16 b) 15 c) 14 **d) 13** e) 12

a	b	c	a.b.c=80	a+b+c
1	1	80	80	82
1	2	40	80	43
4	4	5	80	13

Tablodan da görüldüğü gibi istenen toplamın en az olabilmesi için sayıları olabildiğince bir birine yaklaştırmalıyız.

8. m, n, k doğal sayılar

$$m+n+k=20$$

olduğuna göre, $m.n+n.k$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- a) 80 b) 90 **c) 100** d) 110 e) 120

En büyük olması istenen ifadede n nin ortak olduğuna dikkat edelim. Bu durumda bu çarpanın büyük olmasına dikkat edelim.

m	n	k	$m+n+k$	$m.n+n.k$
1	18	1	20	36
1	17	2	20	51
5	10	5	20	100

9. x ve y doğal sayı

$x+y=9$ ise $2x+3y$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?

- a) 35 b) 38 c) 40 d) 42 **e) 45**

En büyük olması için katsayısı büyük olanı en büyük seçmeliyiz;

$$x+y=9$$

$$x=1, y=8 \text{ alalım}$$

$$2x+3y=2.1+3.8 \\ =26$$

En küçük olması için katsayısı büyük olanı en küçük seçmeliyiz;

$$x+y=9$$

$$x=8, y=1 \text{ alalım}$$

$$2x+3y=2.8+3.1 \\ =19$$

$$\text{Cevap: } 26+19=45$$

10. a, b ve c birer doğal sayı olmak üzere,

$$a=5b-c$$

olduğuna göre, $a+b+c$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- a) 42 b) 48 **(c) 52** d) 54 e) 80

$a=5b-c$ değerini istenen ifadede yerine yazalım;

$$\begin{aligned} a+b+c &= 5b-c+b+c \\ &= 6b \end{aligned}$$

Buna göre istenen cevap 6'ya bölünemeyen ya da 6'nın katı olmayan seçenektir.

11. x, y, z doğal sayı

$$4x=5y$$

$$7y=6z$$

olduğuna göre, x+y+z toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- (a) 82 b) 80 c) 78 d) 76 e) 74

$$4x=5y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4} = \frac{15}{12}$$

(3)

$$7y=6z \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{6}{7} = \frac{12}{14}$$

(2)

Buna göre

$$x=15, y=12$$

$$\text{ve } z=14$$

olabilir.

Dolayısıyla toplam $15+12+14=41$ veya 41'in katı olan seçenektir.

12. a, b ve c birer pozitif tam sayı,

$$5a+4b+2c=38$$

olduğuna göre, $a+b+c$ toplamı en az kaçtır?

- a) 8 **b) 9** c) 10 d) 11 e) 12

$a+b+c$ toplamının en az olabilmesi için verilen eşitlikte a yı en büyük seçmemiz gerekir. Çünkü katsayısı en büyük. $a=7$ alınamaz. Bu durumda b veya c den biri sıfır olmak durumunda kalır.

$a=6$ almalıyız.

$$5.6+4b+2c=38$$

$$4b+2c=8$$

Burada da $b=1$ ve $c=2$ alınırsa hem verilen kural sağlanmış olur hem de toplamı en küçük olur. $a+b+c=6+1+2=9$

13. x, y, z farklı doğal sayılar ve

$$4x+3y+5z=50$$

olduğuna göre, $x+y+z$ toplamı en çok kaçtır?

- (a) 16 b) 11 c) 9 d) 8 e) 7

$x+y+z$ toplamının en çok olması için katsayısı en küçük olanı en büyük seçmeliyiz.

Buna göre;

$$4x+3y+5z = 50$$

$$4.0+3.15+5.1=50$$

$$x=0, y=15 \text{ ve } z=1$$

$$x+y+z= 0+15+1=16$$

14. a, b, c farklı doğal sayı

$$a+b=10$$

$$a.c=10$$

olduğuna göre, $a+b+c$ toplamı en az kaçtır?

- a) 11 b) 12 c) 13 d) 14 e) 15

$$a+b=10 \Rightarrow 10+0=10$$

$$a.c=10 \Rightarrow 10.1=10$$

$a=10$, $b=0$ ve $c=1$ olmalı

$$a+b+c=10+0+1=11$$

15. x, y, z doğal sayı

$$x.y=48$$

$$y.z=32$$

olduğuna göre, x+y+z toplamı en az kaçtır?

- a) 21 b) 20 c) 18 d) 16 e) 14

$$\begin{array}{l} x.y=48 \\ y.z=32 \end{array} \Rightarrow \frac{x \cdot \cancel{y}}{\cancel{y} \cdot z} = \frac{\cancel{48}}{\cancel{32}} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{3}{2}$$

Buna göre x=3, z=2 ve y=16 olabilir.

Dolayısıyla toplam en az $3+16+2=21$ olur.

16. x ve y doğal sayı

$$x = \frac{7y - 24}{y}$$

olduğuna göre, y nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- a) 45 b) 48 c) 50 **d) 54** e) 60

$$x = \frac{7y - 24}{y} = \frac{\cancel{7y} - 24}{\cancel{y}} = 7 - \frac{24}{y}$$

Buna göre y değeri 24 sayısının bölenleri olabilir.

$$y \in \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Üzeri çizili olan y değerleri x i negatif yapar.

Ancak x doğal sayı olarak verildiği için bu değerler alınamaz.

$$4 + 6 + 8 + 12 + 24 = 54$$

17. a ve b doğal sayı

$$7a+5b=210$$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 **e) 7**

$$7a+5b=210 \Rightarrow 7a=210-5b$$

$$\Rightarrow a = \frac{210-5b}{7}$$

$$\Rightarrow a = 30 - \frac{5b}{7}$$

Buna göre b değeri 7 sayısının katları olabilir.

$$y \in \{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, \del{49}, \dots\}$$

Üzeri çizili olan b değeri ve sonrakiler a'yı negatif yapar. Ancak a doğal sayı olarak verildiği için bu değerler alınamaz.

Dolayısıyla a sayısı 7 farklı değer alabilir.

18. m ve n pozitif tam sayı

$$m + \frac{8}{n} = 6$$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- a) 6 b) 8 c) 10 **d) 11** e) 12

$$m + \frac{8}{n} = 6$$

Verilene göre n değeri 8'in bölenleri olmalı ve hem n hem de m pozitif tamsayı olmalı:

$$n \in \{\cancel{1}, 2, 4, 8\}$$

Üzeri çizili olan n değeri m yi negatif yapar.

Dolayısıyla bu değer alınamaz.

$$n=2 \Rightarrow m + \frac{8}{2} = 6 \Rightarrow m=2$$

$$n=8 \Rightarrow m + \frac{8}{8} = 6 \Rightarrow m=5$$

$$n=4 \Rightarrow m + \frac{8}{4} = 6 \Rightarrow m=4$$

$$2+4+5=11$$

19. m ve n pozitif tam sayı

$$m + \frac{54}{n-2} = 24$$

olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- a) 5 b) 6 **c) 7** d) 8 e) 9

$$m + \frac{54}{n-2} = 24$$

Verilene göre $n-2$ değeri 54'in bölenleri olmalı ve hem n hem de m pozitif tamsayı olmalı:

$$n-2 \in \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 54\}$$

Üzeri çizili olan n değeri m yi negatif yapar.

Dolayısıyla bu değer alınamaz.

$$n=2 \Rightarrow m + \frac{8}{2} = 6 \Rightarrow m=2$$

$$n=4 \Rightarrow m + \frac{8}{4} = 6 \Rightarrow m=4$$

$$n=8 \Rightarrow m + \frac{8}{8} = 6 \Rightarrow m=5$$

$$2+4+5=11$$

20. x ve y doğal sayı ve $x < y$ olmak üzere

$x \cdot (y-3) - 7 = y$ ise $x+y$ toplamı en çok kaçtır?

a) 11 b) 15 c) 18 d) 17 e) 20

$$x(y-3) - 7 = y \Rightarrow x \cdot y - x \cdot 3 - 7 = y$$

$$\Rightarrow x \cdot y - y = 3x + 7$$

$$\Rightarrow y(x-1) = 3x + 7$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+7}{x-1} = \frac{3x-3+3+7}{x-1}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x-3+10}{x-1} = \frac{3(x-1)+10}{x-1} = \frac{3(\cancel{x-1})}{\cancel{x-1}} + \frac{10}{x-1}$$

$$\Rightarrow y = 3 + \frac{10}{x-1}$$

$$x = 2$$

$x-1 \in \{1, 2, 5, 10\}$ olmalıdır.

$$\underline{+ y = 13}$$

$$x-1=1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y = 3 + \frac{10}{2-1} \Rightarrow y=13 \quad (x=2 < y=13)$$

$$15$$

$$x-1=10 \Rightarrow x=11 \Rightarrow y = 3 + \frac{10}{11-1} \Rightarrow y=4 \quad (x=11 < y=4)$$

(en çok)

21. a, b, c birer tam sayı

$$a.c=9$$

$$b.c=12$$

olduğuna göre, a+b+c toplamı en az kaçtır?

- a) -10 b) -14 c) -18 **d) -22** e) -23

a, b, c birer tam sayı olduğuna göre negatif olabilirler.

$$a.c=9 \Rightarrow -9.-1=10$$

$$b.c=12 \Rightarrow -12.-1=12$$

$$a+b+c= (-9)+(-12)+(-1)=-22$$

22. a, b, c birer tam sayı

$$a.c=18$$

$$b.c=9$$

olduğuna göre, $a+b-c$ ifadesi en az kaçtır?

- a) -26 b) -24 c) -6 d) 24 e) 26

a, b, c birer tam sayı olduğuna göre negatif olabilirler.

$$a.c=18 \Rightarrow -18.-1=18$$

$$b.c=9 \Rightarrow -9.-1=9$$

$$a+b-c = (-18)+(-9) -(-1) = -26$$

23. x, y ve z negatif tamsayı

$$x.y=15$$

$$x.z=21$$

olduğuna göre, x+y+z toplamı en büyük kaçtır?

- a) -37 b) -36 c) -24 **d) -15** e) -12

$$\begin{array}{l} x.y=15 \\ x.z=21 \end{array} \Rightarrow \frac{\cancel{x}.y}{\cancel{x}.z} = \frac{\cancel{15}}{\cancel{21}} \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{5}{7} = \frac{-5}{-7}$$

Buna göre y= -5, z= -7 ve x= -3 olabilir.

Dolayısıyla toplam en az $(-3)+(-5)+(-7)=-15$ olur.

24. m ve n birer tam sayı ve

$$m.n=16$$

olduğuna göre, $m+n$ nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- a) 8 b) 10 c) 18 d) -8 e) -17

m	n	m.n	m+n
1	16	16	17
-1	-16	16	-17
2	8	16	10
-2	-8	16	-10

25. K, L, M negatif tam sayılar

$$\frac{K}{L} = 4 \quad \frac{L}{M} = \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, K+L+M toplamınının en büyük değeri kaçtır?

- a) -25 b) -23 c) 0 d) 13 e) 25

$$\frac{K}{L} = 4 = \frac{4}{1} = \frac{-4}{-1} = \frac{-16}{-4}$$

$$\frac{L}{M} = \frac{4}{5} = \frac{-4}{-5}$$

Buna göre K= -16, L= -4 ve M= -5 olur.

Dolayısıyla toplam en büyük $(-16) + (-4) + (-5) = -25$ olur.

26. x iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$\frac{5(x-6)}{x-2}$$

İfadesini tam sayı yapan en küçük x sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- a) 1 b) 2 **c) 3** d) 4 e) 5

x=12 alalım;

$$\frac{5(x-6)}{x-2} = \frac{5(12-6)}{12-2} = \frac{5 \cdot 6}{10} = 3$$

x=12 sayısının rakamları toplamı

$$1+2=3 \text{ olur.}$$

27. $x, y, z,$
 $\frac{16}{x}$ ve $\frac{12}{z}$ tam sayılar.

$\frac{16}{x} + y = \frac{12}{z}$ eşitliğinde $x+y+z$ nin en büyük değeri kaçtır?

- a) 23 **b) 28** c) 29 d) 32 e) 33

$x+y+z$ toplamının en büyük olabilmesi için x, y, z en büyük olmalıdır. Bu nedenle $x=16$ ve $z=12$ seçilmelidir.

$$\frac{16}{16} + y = \frac{12}{12} \Rightarrow 1 + y = 1$$

Bu eşitliğin sağlanması için $y=0$ alınır.

$$x+y+z=16+0+12=28$$

28. x , y ve z negatif tamsayı

$$x-y=8$$

$$y-z=14$$

olduğuna göre, $x+y+z$ toplamı en çok kaçtır?

- a) -30 b) -31 c) -32 **d) -33** e) -34

$x = -1$, $y = -9$ ve $z = -23$ alınırrsa verilen eşitlikler ağlanmış olur.

Dolayısıyla toplam en çok $(-1) + (-9) + (-23) = -33$ olur.

29. x ve y tamsayı

$$x + \frac{9}{y} = 5$$

ise x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- a) 12 b) 13 c) 18 d) 26 **e) 30**

$$y=1 \Rightarrow x + \frac{9}{1} = 5 \Rightarrow x = \cancel{4}$$

$$y=-1 \Rightarrow x + \frac{9}{-1} = 5 \Rightarrow x = 14$$

$$y=3 \Rightarrow x + \frac{9}{3} = 5 \Rightarrow x = 2$$

$$y=-3 \Rightarrow x + \frac{9}{-3} = 5 \Rightarrow x = 8$$

$$y=9 \Rightarrow x + \frac{9}{9} = 5 \Rightarrow x = \cancel{4}$$

$$y=-9 \Rightarrow x + \frac{9}{-9} = 5 \Rightarrow x = 6$$

30

30. x ve y tam sayı

$$xy - 3y = 6$$

ise y nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- a) 12 b) 9 **c) 0** d) -9 e) -12

$$xy - 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{x-3} \Rightarrow x-3 \in \{\mp 1, \mp 2, \mp 3, \mp 6\} \text{ olmalıdır.}$$

$$x-3=1 \Rightarrow x=4 \Rightarrow y = \frac{6}{4-3} = 6$$

$$x-3=-1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y = -6$$

$$x-3=2 \Rightarrow x=5 \Rightarrow y = 3$$

$$x-3=-2 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y = -3$$

$$x-3=3 \Rightarrow x=6 \Rightarrow y = 2$$

$$x-3=-3 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y = -2$$

$$x-3=6 \Rightarrow x=9 \Rightarrow y = 1$$

$$x-3=-6 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow y = -1$$

$$\begin{array}{r} + \\ \hline 0 \end{array}$$

31. x ve y tam sayı

$$x - \frac{15}{y} = 4$$

olduğuna göre, x+y toplamı en az kaçtır?

- a) -12 b) -10 c) -8 d) -7 e) -4

$$\begin{array}{ll} y=1 \Rightarrow x - \frac{15}{1} = 4 \Rightarrow x=19 & y=-1 \Rightarrow x - \frac{15}{-1} = 4 \Rightarrow x=-11 \\ y=3 \Rightarrow x - \frac{15}{3} = 4 \Rightarrow x=9 & y=-3 \Rightarrow x - \frac{15}{-3} = 4 \Rightarrow x=-1 \\ y=5 \Rightarrow x - \frac{15}{5} = 4 \Rightarrow x=7 & y=-5 \Rightarrow x - \frac{15}{-5} = 4 \Rightarrow x=1 \\ y=15 \Rightarrow x - \frac{15}{15} = 4 \Rightarrow x=5 & y=-15 \Rightarrow x - \frac{15}{-15} = 4 \Rightarrow x=3 \end{array}$$

$$x+y = (-1) + (-11) = -12 \text{ olur.}$$

32. a, b, c birer negatif tam sayı

$$3a+2b+4c$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- a) -5 **b) -9** c) -12 d) -16 e) -18

a, b, c birer tam sayı olduğuna göre verilen ifadenin en büyük olabilmesi için harfleri en büyük negatif tam sayı olarak almalıyız.

$$\begin{aligned} a=b=c=-1 \Rightarrow 3a+2b+4c &= 3(-1)+2(-1) +4(-1) \\ &=-9 \end{aligned}$$

33. x, y, z tam sayılar ve

$$\frac{x}{6} = \frac{9}{y} = \frac{z}{3}$$

olduğuna göre, $x+y+z$ toplamının en çok kaçtır?

- a) 6 b) 12 c) 18 d) 54 **e) 82**

$$\frac{x}{6} = \frac{9}{y} = \frac{z}{3} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{9}{y} \vee \frac{9}{y} = \frac{z}{3}$$

$$x \cdot y = 54 \quad y \cdot z = 27$$

$x = 54, y = 1, z = 27$ alınmalıdır.

$$x + y + z = 54 + 1 + 27 = 82$$

34. a, b, c tam sayı

$$a.b=-32$$

$$b.c=24$$

olduğuna göre, a+b+c toplamı en az kaçtır?

- a) -10 b) -9 c) -8 **d) -7** e) -6

$$\begin{array}{l} a.b=-32 \\ b.c=24 \end{array} \Rightarrow \frac{\cancel{a} \cdot \cancel{b}}{\cancel{b} \cdot c} = \frac{-32}{24} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{-4}{3} = \frac{4}{-3}$$

Buna göre a= 4, c= -3 ve b= -8 alınmalıdır.

Dolayısıyla toplam en az $4+(-3)+(-8)=-7$ olur.

35. x, y, z negatif tam sayı

$$x + \frac{y}{7} = z$$

olduğuna göre, x.y.z çarpımı en çok kaçtır?

- a) -1 b) -7 **c) -14** d) -56 e) -84

$$x + \frac{y}{7} = z \Rightarrow x + \frac{-7}{7} = z \Rightarrow x - 1 = z$$

$$\Rightarrow x - z = 1$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ ve } z = -2 \text{ olmalıdır.}$$

$$x.y.z = (-1).(-7).(-2) = -14$$

36. a ve b tam sayı

$$(2a+1).(b+4)=60$$

olduğuna göre, a+b toplamının alabileceği kaç değer vardır?

- a) 6 **b) 8** c) 12 d) 18 e) 24

a, b, c birer tam sayı olduğuna göre verilen ifadenin en büyük olabilmesi için harfleri en büyük negatif tam sayı olarak almalıyız.

$$a=b=c=-1 \Rightarrow 3a+2b+4c= 3(-1)+2(-1) +4(-1) \\ =-9$$

37. a ve b tam sayı

$$(2a+1).(b+4)=60$$

olduğuna göre, a+b toplamının alabileceği kaç değer vardır?

- a) 6 **b) 8** c) 12 d) 18 e) 24

$$a=0 \Rightarrow (2.0+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=56$$

$$a=1 \Rightarrow (2.1+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=16$$

$$a=-1 \Rightarrow (2.(-1)+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=-64$$

$$a=2 \Rightarrow (2.2+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=8$$

$$a=-2 \Rightarrow (2.(-2)+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=-24$$

$$a=-3 \Rightarrow (2.(-3)+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=-16$$

$$a=7 \Rightarrow (2.7+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=0$$

$$a=-8 \Rightarrow (2.(-8)+1).(b+4)=60 \Rightarrow b=-8$$

8 değer
vardır

38. x, y, z pozitif tam sayı

$$7x - 5y - 3z = 42$$

ise x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- a) 5 b) 6 c) 7 **d) 8** e) 9

$$7x - 5y - 3z = 42 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{42 + 5y + 3z}{7}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{42}{7} + \frac{5y + 3z}{7}$$

$$\Rightarrow \quad x = 6 + \frac{5y + 3z}{7}$$

x = 1 ve z = 3 alınmalıdır

$$\Rightarrow \quad x = 6 + \frac{5 \cdot 1 + 3 \cdot 3}{7}$$

$$x = 8$$

39. m, n, k birer tam sayı

$$3m+n=4k$$

koşulunu sağlayan (m,n) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- a) (-3,9) b) (1,-5) c) (-3,-1) d) (7,1) e) (3,12)

$$3m+n=4k \Rightarrow k = \frac{3m+n}{4}$$

k yı tam sayı yapan değerler sadece a seçeneğinde vardır.

$$(-3,9) \Rightarrow k = \frac{3(-3)+9}{4}$$

$$k=0 \in \mathbb{Z}$$

40. x, y, z tam sayı

$$K = 5x + 7y + 6z$$

eşitliğinde x ve y sayıları 6 artırılırsa K sayısının değerinin değişmemesi için z sayısı kaç azaltılmalıdır?

- a) 12 b) 10 c) 9 d) 8 e) 6

Verilen ifade de x ve y yi 6 artıralım;

$$K = 5(x+6) + 7(y+6) + 6(z-t)$$

$$K = 5x + 30 + 7y + 42 + 6z - 6t$$

$$K - K = -6t + 72$$

$$K = 5x + 7y + 6z - 6t + 72$$

$$0 = -6t + 72$$

$$K - \underbrace{(5x + 7y + 6z)}_K = -6t + 72$$

$$6t = 72$$

$$t = 12$$

41. x ve y birer doğal sayı olmak üzere,

$$3x+4y=29$$

olduğuna göre, $x+y$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4 e) 5

$$x=3 \Rightarrow 3.3+4y=29 \Rightarrow y=5 \Rightarrow x+y=3+5=8$$

$$x=7 \Rightarrow 3.7+4y=29 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x+y=7+2=9$$

$x+y$ toplamının alabileceği iki(2) farklı değer vardır.

42. $12-[5-8-(-7)]$

İşleminin sonucu kaçtır?

a) -8

b) -2

c) 2

d) 6

e) 8

$$12-[5-8-(-7)]= 12-[5-8+7]$$

$$=12-(12-8)$$

$$=12-(4)$$

$$=8$$

Not: Bir matematiksel işlemde önce parantez içerisindeki işlem yapılmalıdır.