

Güç Elektronik

Fatih Evran

Fourier Serisi

v_o , periyodu T olan bir işlev ise:

$$v_o(t) = v_o(t + T)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$f: \text{işaretin frekansı} = \frac{1}{T}$$

$$v_o(\omega t) = v_o(\omega t + 2\pi)$$

Periyodik işlevler aşağıdaki biçimde tanımlanabilirler.

$$v_o(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

a_o : v_o işaretinin ortalama değeridir.

$$a_o = \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) d(\omega t)$$
$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t)$$
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t)$$

Fourier Serisi

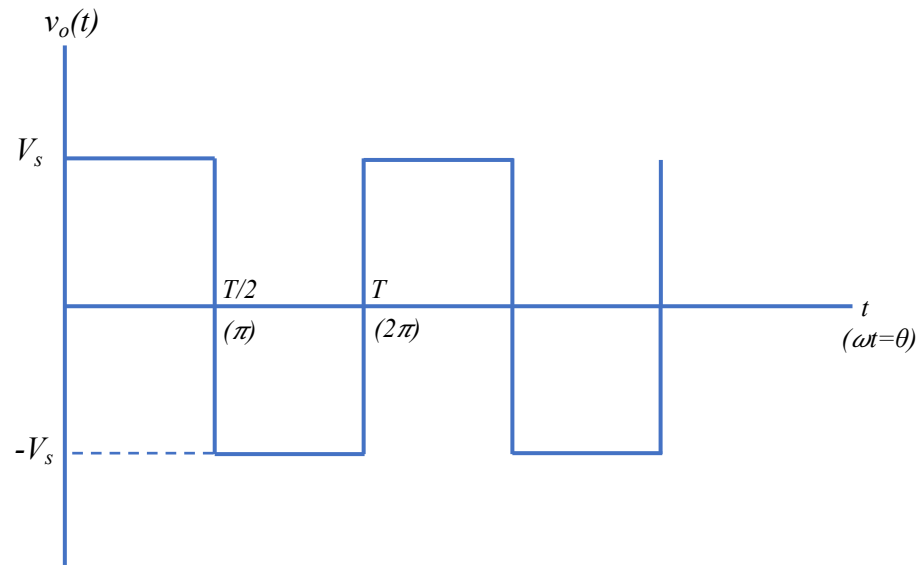
v_o , işaretinin n . harmoniği:

$$a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t = c_n \sin(n\omega t + \phi_n) = c_n \sin(n\omega t) \cos \phi_n + c_n \cos(n\omega t) \sin \phi_n$$

$$a_n = c_n \sin \phi_n, \quad b_n = c_n \cos \phi_n \Rightarrow c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \tan \phi_n = \frac{a_n}{b_n} \Rightarrow \phi_n = \tan^{-1} \frac{a_n}{b_n}$$

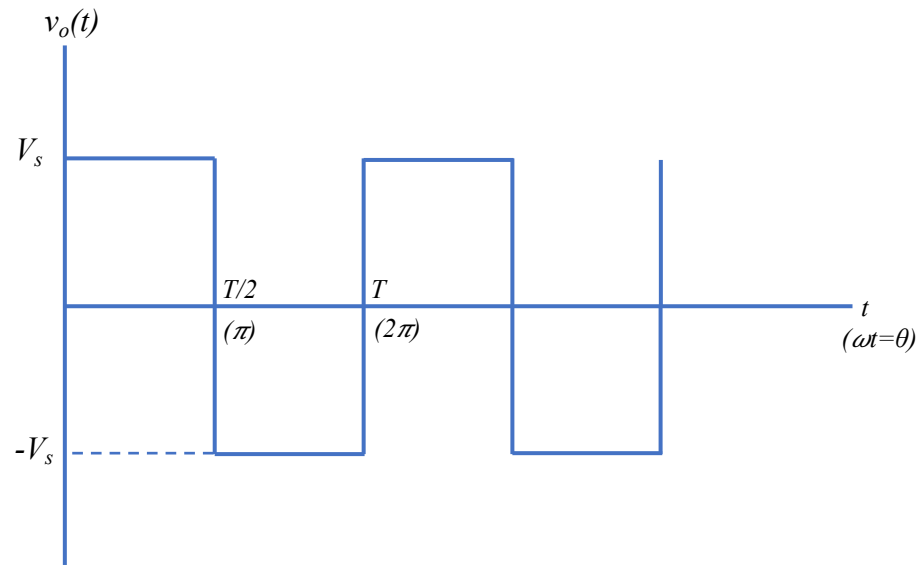
$$v_o(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega t + \phi_n)$$

Örnek



$$\begin{aligned} a_o &= \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi} V_s d\theta + \int_{\pi}^{2\pi} (-V_s) d\theta \right] = \frac{V_s}{2\pi} \left[\theta \Big|_0^{\pi} - \theta \Big|_{\pi}^{2\pi} \right] \\ &= \frac{V_s}{2\pi} [\pi - 0 - (2\pi - \pi)] = \frac{V_s}{2\pi} [\pi - 0 - 2\pi + \pi] = 0 \end{aligned}$$

Örnek

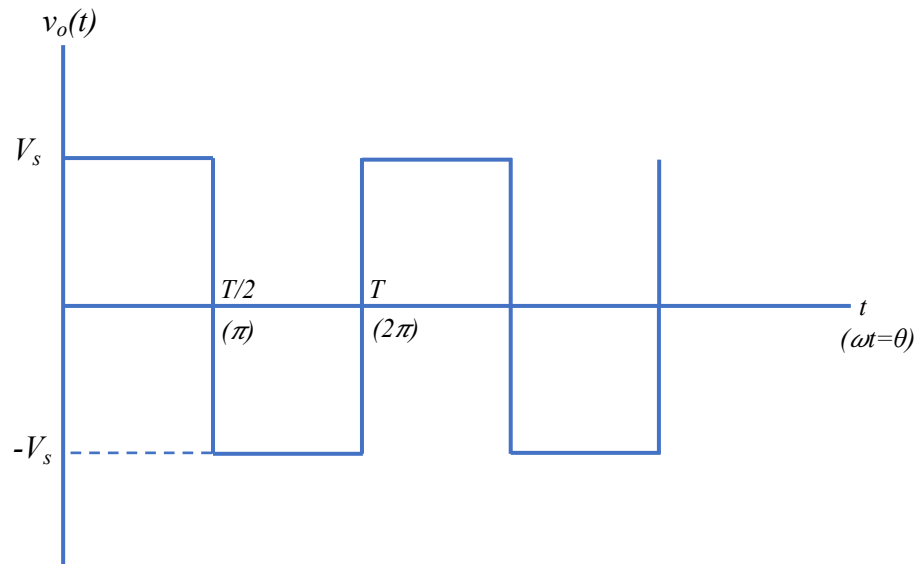


$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\pi} V_s \cos(n\theta) d\theta + \int_{\pi}^{2\pi} (-V_s) \cos(n\theta) d\theta \right] = \frac{V_s}{\pi} \left[\frac{1}{n} \sin(n\theta) \Big|_0^{\pi} - \frac{1}{n} \sin(n\theta) \Big|_{\pi}^{2\pi} \right]$$

$$= \frac{V_s}{n\pi} [\underbrace{\sin n\pi}_{=0} - \underbrace{\sin 0}_{=0} - \underbrace{\sin n2\pi}_{=0} + \underbrace{\sin n\pi}_{=0}] = 0$$

Örnek



$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \sin(n\omega t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

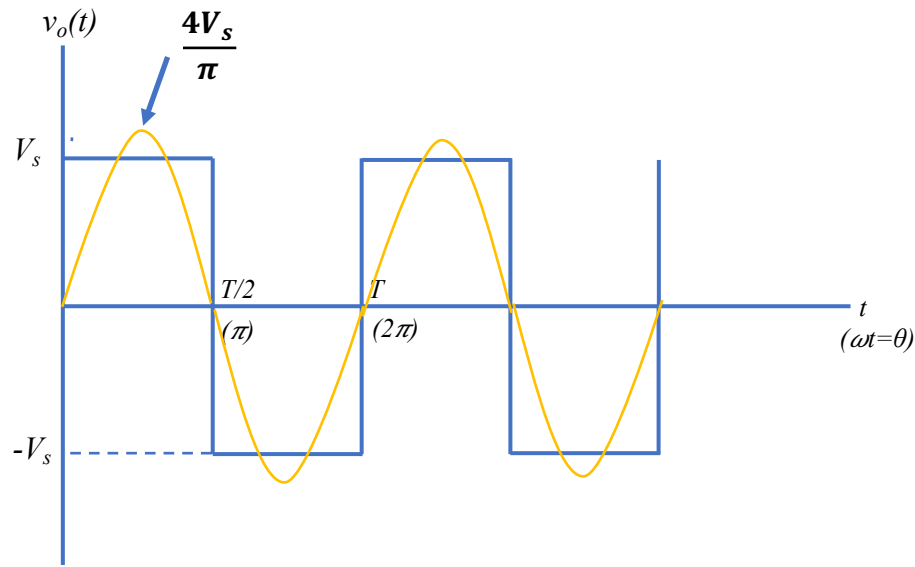
$$b_n = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\pi} V_s \sin(n\theta) d\theta + \int_{\pi}^{2\pi} (-V_s) \sin(n\theta) d\theta \right] = \frac{V_s}{\pi} \left[-\frac{1}{n} \cos(n\theta) \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{n} \cos(n\theta) \Big|_{\pi}^{2\pi} \right]$$

$$= \frac{V_s}{n\pi} [-\cos n\pi + \cancel{\cos 0} + \cancel{\cos n2\pi} - \cos n\pi] = \frac{2V_s}{n\pi} [1 - \cos n\pi]$$

=1

=1

Örnek



$$\cos n\pi = \begin{cases} -1, n = 1, 3, \dots \Rightarrow 1 - \cos n\pi = 2 \\ +1, n = 2, 4, \dots \Rightarrow 1 - \cos n\pi = 0 \end{cases}$$

$$b_n = \frac{2V_s}{n\pi} [1 - \cos n\pi] = \begin{cases} \frac{4V_s}{n\pi}, n = 1, 3, \dots \\ 0, n = 2, 4, \dots \end{cases}$$

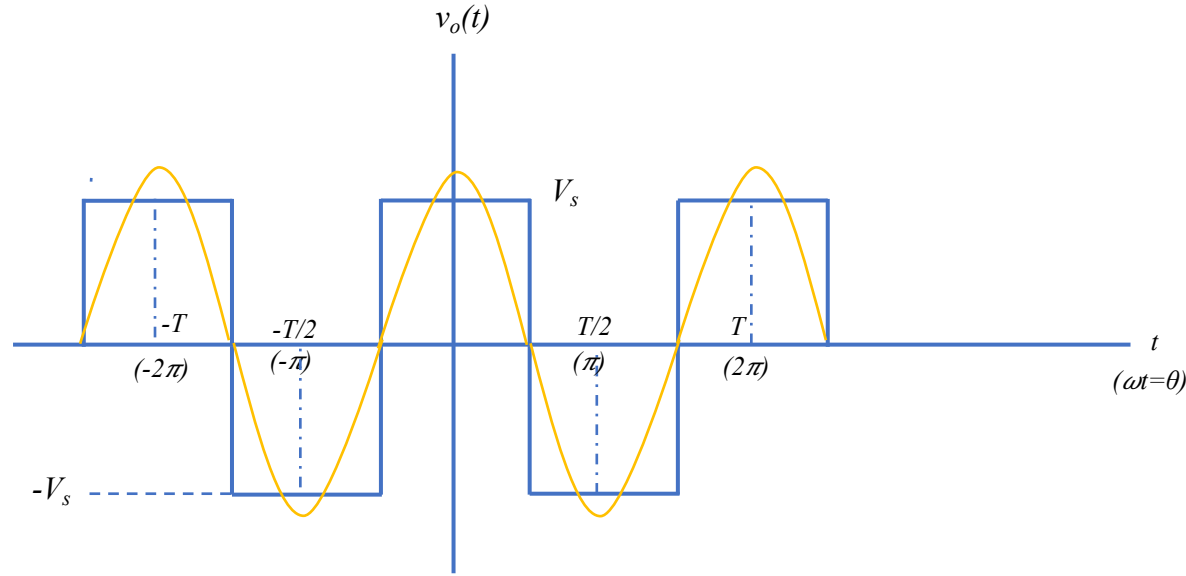
$=0$

$=0$

$$v_o(t) = \cancel{a_0} + \sum_{n=1}^{\infty} (\cancel{a_n} \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} b_n \sin n\omega t = \frac{4V_s}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \dots \right)$$

Tek ve Çift Fonksiyon Durumları (Odd and even Functions)

Çift Fonksiyon



$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v_o(t) \cos(n\omega t) dt$$

Cos θ fonksiyonu da çift fonksiyon olduğundan:

$$v_o(\theta)\cos(n\theta) = v_o(-\theta)\cos(-n\theta)$$

Çift Fonksiyon

Dolayısıyla integral yarım periyod üzerinden alınabilir.

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

$\sin\theta$ fonksiyonu tek fonksiyon olduğundan:

$$v_o(\theta) \sin(n\theta) = -v_o(-\theta) \sin(-n\theta)$$

$$b_n = \int_{-\pi}^0 v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta = - \int_0^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta \Rightarrow \mathbf{b_n = 0}$$

Çift Fonksiyon

Elimizdeki kare dalga için:

$$a_0 = b_n = 0$$

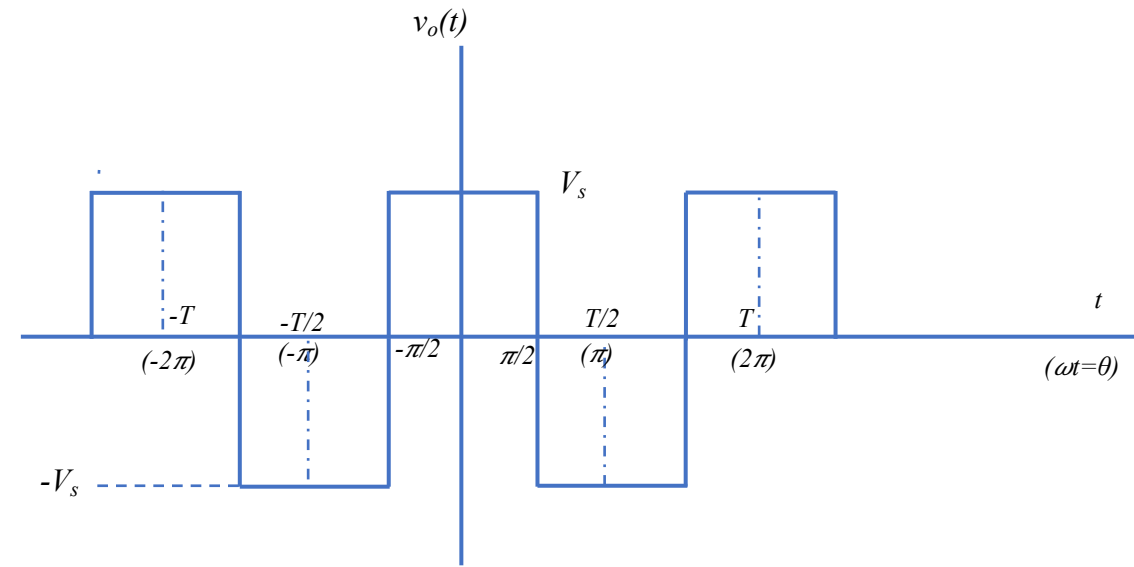
$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\pi/2} V_s \cos(n\theta) d\theta + \int_{\pi/2}^{\pi} (-V_s) \cos(n\theta) d\theta \right] = \\ &= \frac{2V_s}{\pi} \left[\frac{1}{n} \sin(n\theta) \Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{n} \sin(n\theta) \Big|_{\pi/2}^{\pi} \right] \\ &= \frac{2V_s}{n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} + \cancel{\sin 0^\circ} - \cancel{\sin n\pi} + \sin \frac{n\pi}{2} \right] = \frac{4V_s}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \end{aligned}$$

$\begin{matrix} =0 & =0 \end{matrix}$

$$\sin \frac{n\pi}{2} = \begin{cases} 0, & n = 2, 4, \dots \infty \\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}, & n = 1, 3, \dots \infty \end{cases}$$

$$\begin{aligned} v_o(t) &= \cancel{a_0} + \sum_{n=1}^{\infty} (\cancel{a_n \cos n\omega t} + \cancel{b_n \sin n\omega t}) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} a_n \cos n\omega t = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{4V_s}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cos n\omega t = \frac{4V_s}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{\cos 3\omega t}{3} + \frac{\cos 5\omega t}{5} + \dots \right) \end{aligned}$$

$\begin{matrix} =0 & =0 \end{matrix}$



Tek Fonksiyon

$v_o(\theta) = -v_o(-\theta)$ ise fonksiyon ‘tek fonksiyon’ adını alır.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta + \int_0^{\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta \right]$$

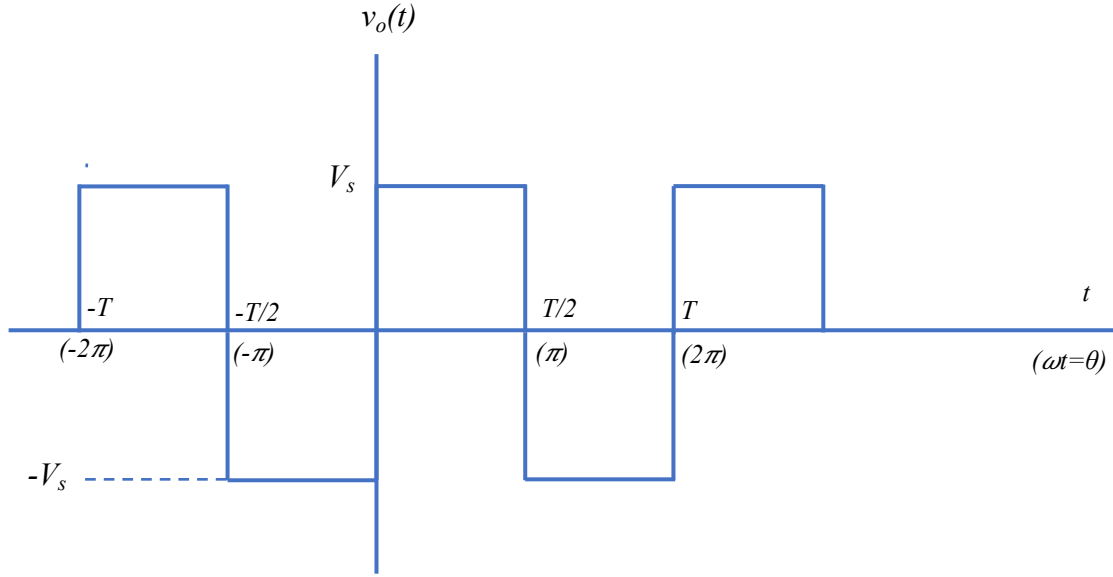
$v_o(\theta) = -v_o(-\theta)$ ve $\cos(n\theta) = \cos(-n\theta)$

$$\int_{-\pi}^0 v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta = - \int_0^{\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta \Rightarrow \mathbf{a_n = 0}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta + \int_0^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta \right]$$

$$v_o(\theta) = -v_o(-\theta) \text{ ve } \sin(n\theta) = -\sin(-n\theta) \Rightarrow \int_{-\pi}^0 v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \int_0^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta \Rightarrow \mathbf{b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta}$$

Tek Fonksiyon



‘tek fonksiyon’ özelliği sayesinde: $a_n=0$

$$\begin{aligned} a_o &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi} V_s d\theta + \int_{\pi}^{2\pi} (-V_s) d\theta \right] \\ &= \frac{V_s}{2\pi} \left[\theta \Big|_0^{\pi} - \theta \Big|_{\pi}^{2\pi} \right] = \frac{V_s}{2\pi} [\pi - 0 - (2\pi - \pi)] \\ &= \frac{V_s}{2\pi} [\pi - 0 - 2\pi + \pi] = 0 \end{aligned}$$

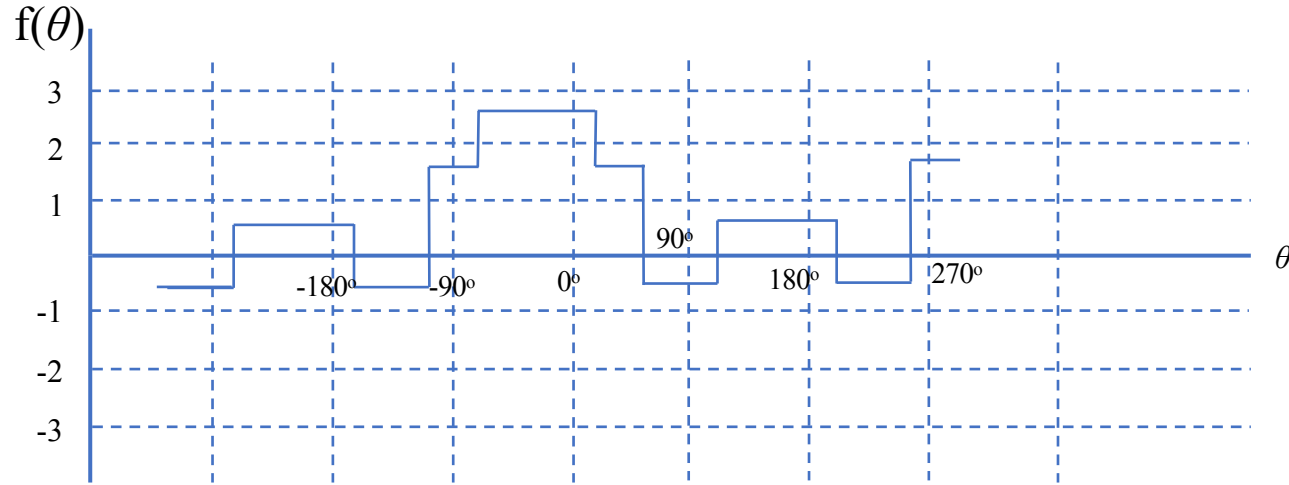
$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_s \sin(n\theta) d\theta \\ &= \frac{2V_s}{\pi} \left[-\frac{1}{n} \cos(n\theta) \Big|_0^{\pi} \right] = \frac{2V_s}{n\pi} [1 - \cos n\pi] \end{aligned}$$

$$\cos n\pi = \begin{cases} -1, n = 1, 3, \dots \infty \Rightarrow 1 - \cos n\pi = 2 \\ +1, n = 2, 4, \dots \infty \Rightarrow 1 - \cos n\pi = 0 \end{cases}$$

$$b_n = \frac{2V_s}{n\pi} [1 - \cos n\pi] = \begin{cases} \frac{4V_s}{n\pi}, n = 1, 3, \dots \infty \\ 0, n = 2, 4, \dots \infty \end{cases}$$

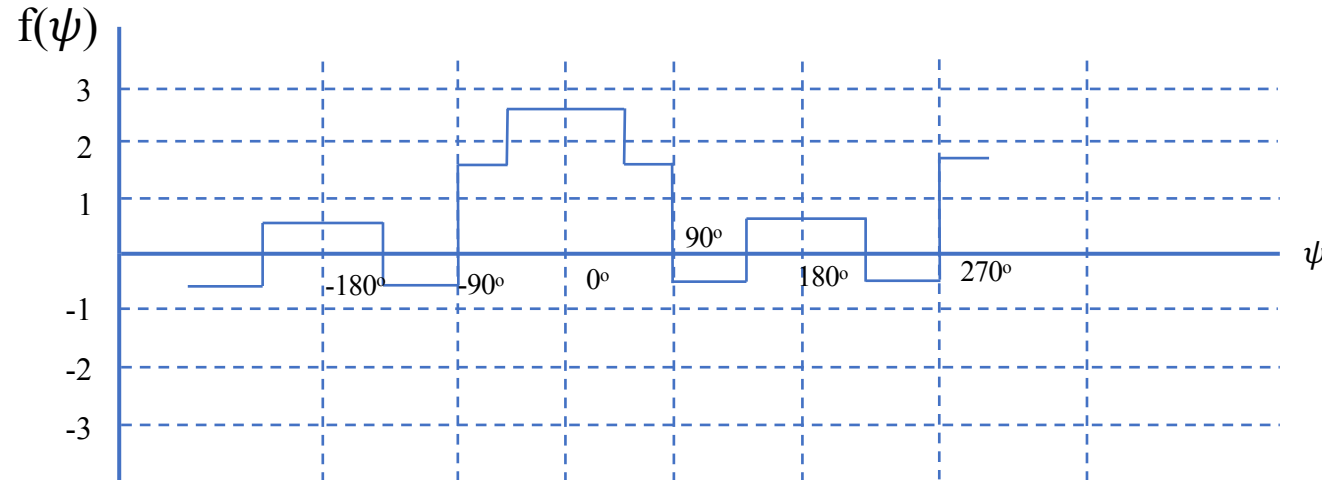
$$\begin{aligned} v_o(t) &= \cancel{a_o} + \sum_{n=1}^{\infty} (\cancel{a_n} \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} b_n \sin n\omega t \\ &= \frac{4V_s}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \dots \right) \end{aligned}$$

Faz ve Genlik Kaydırma



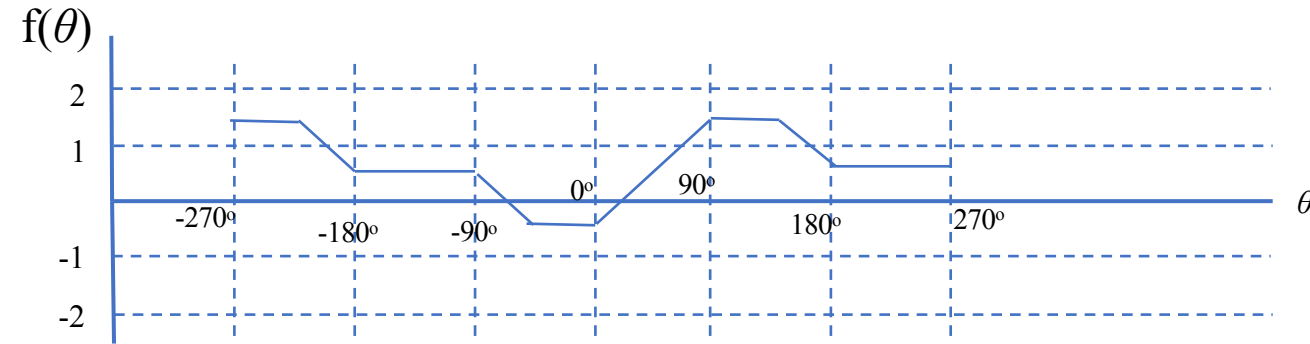
$f(\theta)$, genel bir şekle sahip gibi görünse de, basit bir kaydırma işlemi ile bir ‘çift fonksiyon’a ya da ‘tek fonksiyon’a dönüştürülebilir.

$\psi = \theta + 30^\circ$ tanımlayalım.

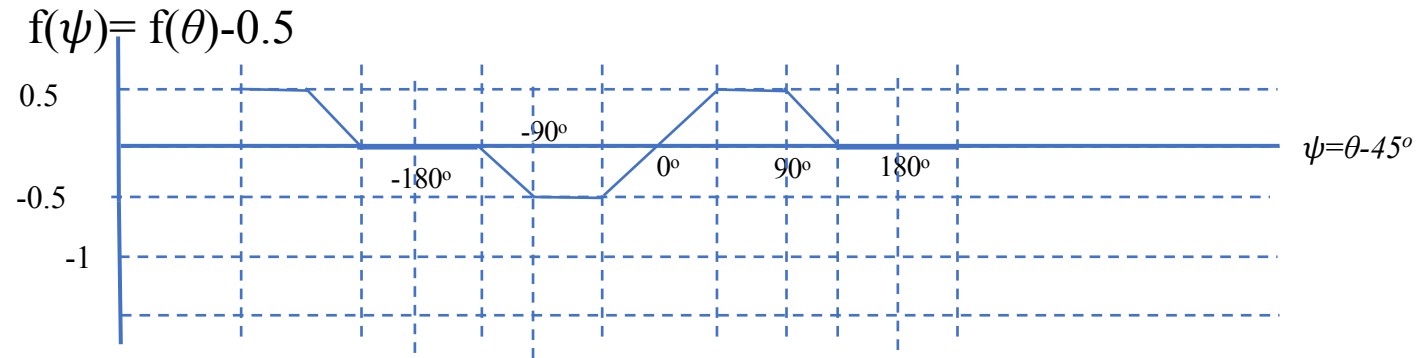


$$f(\psi) = f(-\psi)$$

Faz ve Genlik Kaydırma



İşaretin ortalama değeri= 0.5



$$f(\psi) = -f(-\psi)$$

Hem yatay hem de dikey eksen kaydırılarak bir tek fonksiyon elde edilir.

Simetrik İşaretler

Elektrik makinaları ve güç elektroniğinde karşılaşılan çoğu işaret $f(\theta+\pi)=-f(\theta)$ bağıntısını sağlar. Fourier bileşenlerinin çift sayılı olanları için şunlar yazılabilir.

$$n:\text{çift} \Rightarrow \cos(n(\theta+\pi))=\cos(n\theta+n\pi)=\cos n\theta.\cos n\pi=\cos n\theta$$

$$\sin(n(\theta+\pi))=\sin(n\theta+n\pi)=\sin n\theta.\cos n\pi=\sin n\theta$$

$f(\theta+\pi)=-f(\theta)$ olduğu düşünülürse çift numaralı katsayılar için fourier integralleri sıfır verir.

$$n=2,4,6,\dots \Rightarrow a_n=b_n=0$$

Tek numaralı n değerleri için:

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\theta) \cos(n\theta) d\theta$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

Eşitlikleri kullanılır.

Simetrik İşaretler

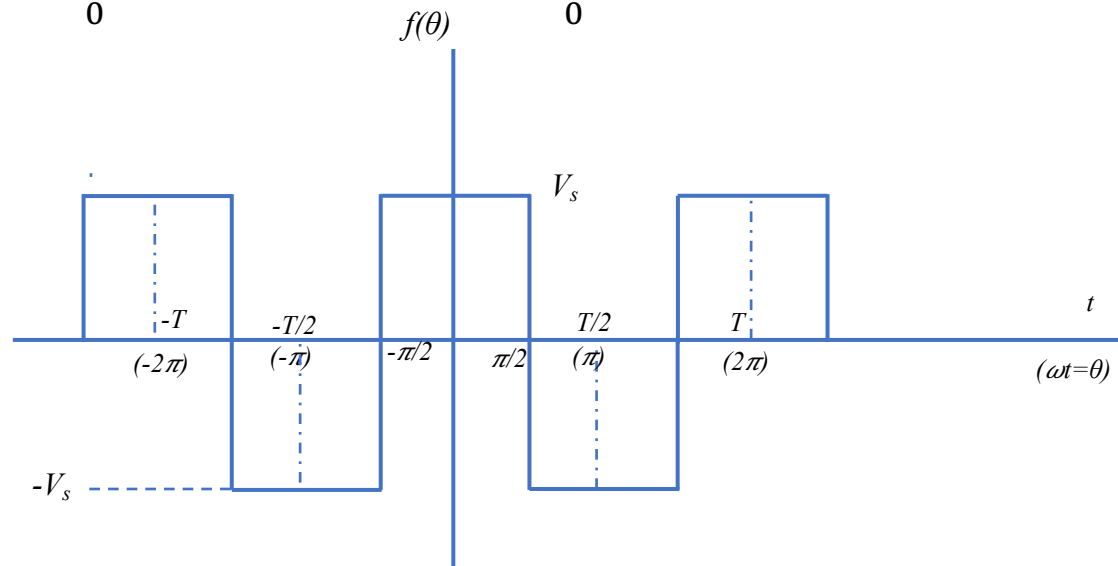
Hem simetrik hem de çift bir fonksiyon için çeyrek integral kullanılabilir.

$$f(\theta) = f(-\theta)$$

$$f(\theta + \pi) = -f(\theta)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\theta) \cos(n\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta) \cos(n\theta) d\theta$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta = 0$$



Simetrik İşaretler

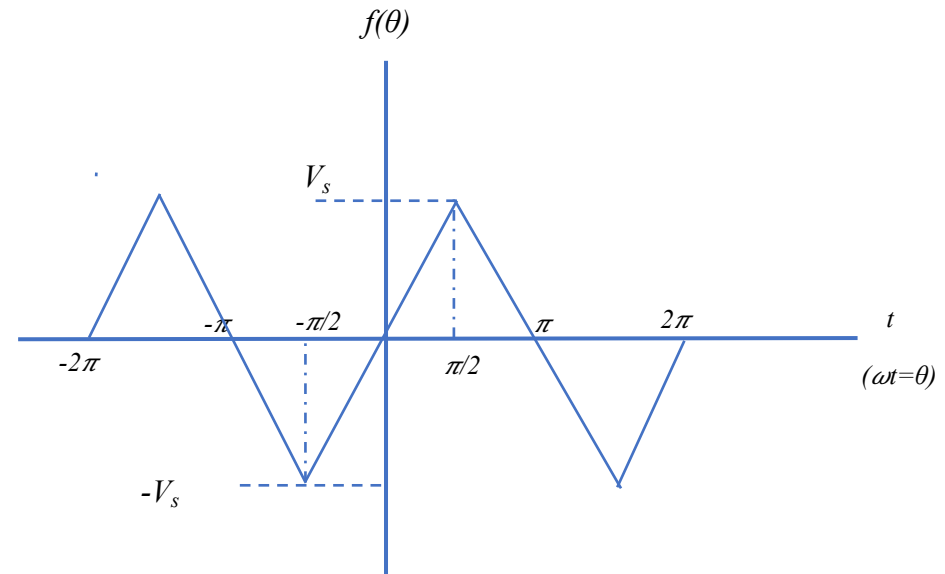
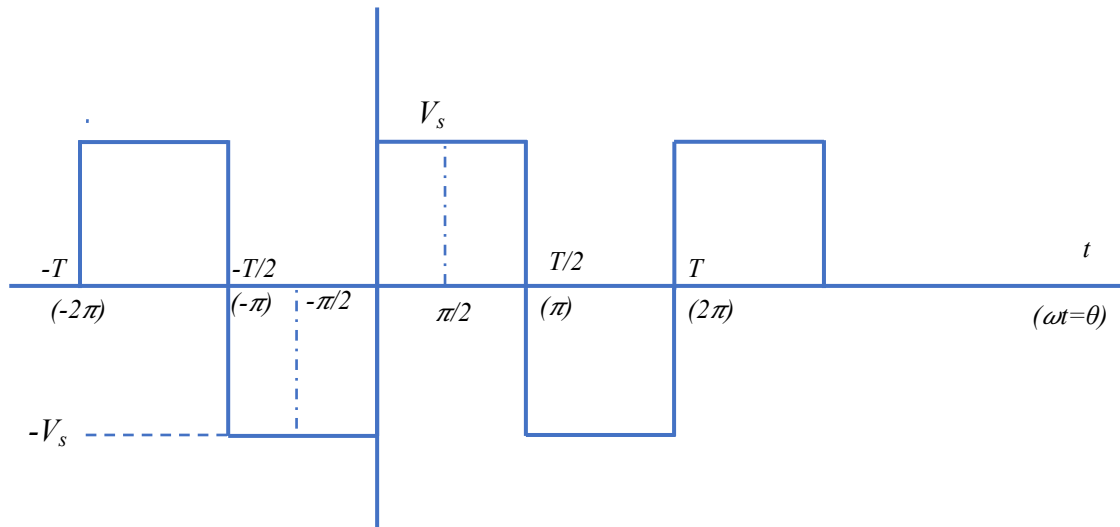
Hem simetrik hem de tek bir fonksiyon için:

$$f(\theta) = -f(-\theta)$$

$$f(\theta) = -f(\theta + \pi)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\theta) \cos(n\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta) \cos(n\theta) d\theta = 0$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta$$



Nitelik Katsayıları (Performance Parameters)

Doğrultucu devreleri, değişken gerilimden doğru gerilim üretirler. Ancak üretilen doğru gerilim, ortalama bir değer etrafında salınımları bulunan bir dalga biçimine sahiptir. Bu da, harmoniklerin varlığının bir işaretidir.

Doğrultucu devrelerin niteliklerini saptamak için aşağıdaki tanımlar kullanılır:

V_{dc} : Çıkış (yük) geriliminin ortalama değeri

I_{dc} : Çıkış akımının ortalama değeri

P_{dc} : Çıkış dc gücü

$$P_{dc} = V_{dc} I_{dc}$$

V_{rms} : Çıkış geriliminin etkin (rms) değeri

I_{rms} : Çıkış akımının etkin (rms) değeri

P_{ac} : Çıkış ac gücü

$$P_{ac} = V_{rms} I_{rms}$$

Nitelik Katsayıları

η : Doğrultucunun verimi (doğrultma katsayısı) (efficiency)

$$\eta = \frac{P_{dc}}{P_{ac}}$$

V_{ac} : Çıkış geriliminin değişken bileşenin etkin değeri

$$V_{ac} = \sqrt{V_{rms}^2 - V_{dc}^2}$$

FF : Biçim katsayısı (form factor)

$$FF = \frac{V_{rms}}{V_{dc}}$$

RF : Dalgalanma katsayısı (ripple factor)

$$RF = \frac{V_{ac}}{V_{dc}} = \frac{\sqrt{V_{rms}^2 - V_{dc}^2}}{V_{dc}} = \sqrt{\frac{V_{rms}^2}{V_{dc}^2} - \frac{V_{dc}^2}{V_{dc}^2}} = \sqrt{FF^2 - 1}$$

Nitelik Katsayıları

TUF: Transformatör kullanım katsayısı (Transformer utilization factor)

$$TUF = \frac{P_{dc}}{V_s I_s}$$

V_s , I_s : Transformatörün sekonder tarafındaki (ikincil yanındaki) gerilim ve akımın etkin değerleri

ϕ : Akım ve geriliminin ana harmonikleri arasındaki faz farkı

DF: Kayma katsayısı (Displacement factor)

$$DF = \cos \phi$$

HF: Harmonik katsayısı

$$HF = \frac{\sqrt{I_s^2 - I_1^2}}{I_1} = \sqrt{\frac{I_s^2}{I_1^2} - 1}$$

I_1 : Giriş akımının ana harmoniğinin etkin değeri

PF: Giriş gücü katsayısı

$$PF = \frac{\text{Giriş etkin gücü}}{\text{Giriş görünür gücü}} = \frac{V_s I_1 \cos \phi}{V_s I_s} = \frac{I_1 \cos \phi}{I_s}$$

Nitelik Katsayıları

Yalnızca ana harmonik bileşenleri etkin güce katkıda bulunurlar. Diğer frekanslardaki bileşenlerin etkin güce hiçbir katkısı yoktur. Akım sinüs biçimli ise $I_1 = I_s$ olmaktadır. Bu durumda güç katsayısı ile kayma katsayısının değerleri aynıdır.

İdeal bir dönüştürücü için aranan özellikler şunlardır:

$\eta = 1$ tam verim

$V_{ac} = 0$ sıfır dalgalanma (saf dc)

$FF = 1$ sıfır dalgalanma

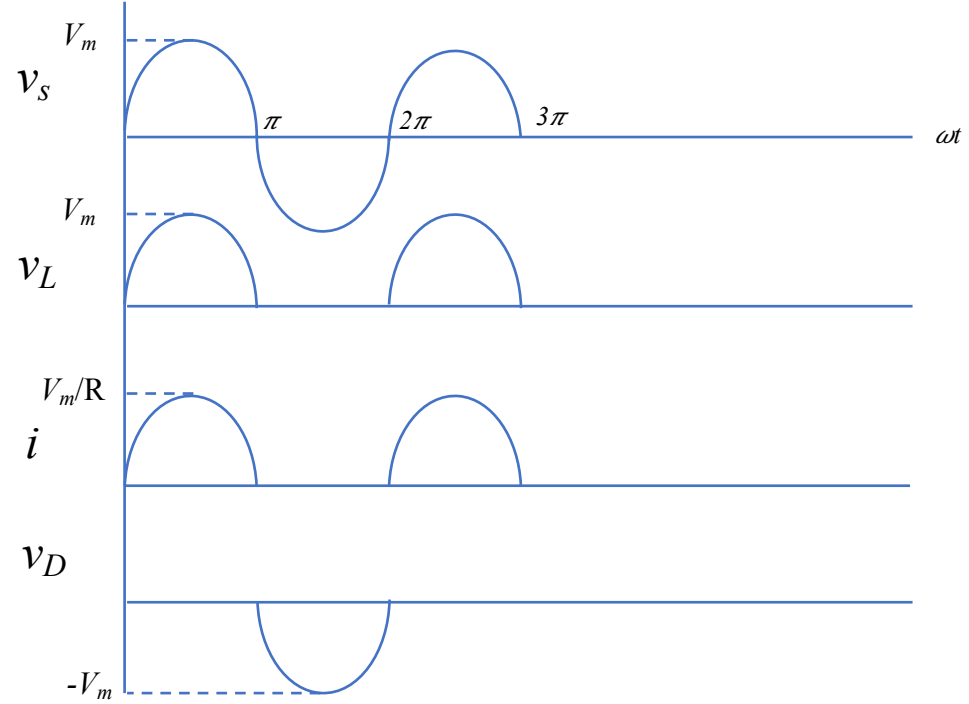
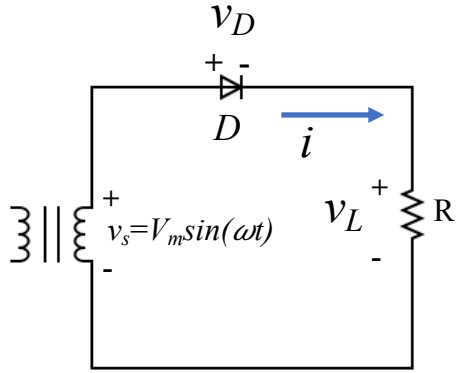
$RF = 0$ sıfır dalgalanma

$HF = 0$ sinüs biçimli akım ve gerilim

$PF = 1$ sinüs biçimli ve faz farksız akım ve gerilim

Tek Faz Yarım Dalga Doğrultucular

Doğrultucuların en basitini oluşturan bu devre, endüstride kullanılmamakta birlikte, kavramların yerleştirilmesi açısından incelenmesinde yarar vardır.



D diyodu giriş geriliminin (+) bölümlerinde iletme girer. $\omega t = \pi$ anında akım sıfıra düşünce de tıkamaya geçer.

Tek Faz Yarım Dalga Doğrultucular

Tek fazlı yarım dalga doğrultucular için sözü edilen nitelik katsayıları (R yükü için) şu biçimde bulunur.

$$V_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_L(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m \sin\theta d\theta = -\frac{V_m}{2\pi} \cos\theta \Big|_0^{\pi} = -\frac{V_m}{2\pi} (\cos\pi - \cos 0^\circ) = \frac{V_m}{\pi} \approx 0.318V_m$$

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} = \frac{V_m}{\pi R} \approx \frac{0.318V_m}{R}$$

$$\begin{aligned} V_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_L(\theta)^2 d\theta} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m^2 \sin^2(\theta) d\theta} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta} = \sqrt{\frac{V_m^2}{4\pi} \left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right) \Big|_0^{\pi}} \\ &= \sqrt{\frac{V_m^2}{4\pi} (\pi - 0)} = \frac{V_m}{2} \end{aligned}$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{V_m}{2R}, \quad P_{dc} = V_{dc} I_{dc} = V_{dc} \frac{V_{dc}}{R} = \frac{V_{dc}^2}{R} \approx \frac{(0.318V_m)^2}{R}, \quad P_{ac} = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_m}{2} \frac{V_m}{2R} = \frac{V_m^2}{4R}$$

Tek Faz Yarım Dalga Doğrultucular

$$\eta = \frac{P_{dc}}{P_{ac}} = \frac{\frac{(0.318V_m)^2}{R}}{\frac{V_m^2}{4R}} = 4 \times 0.318^2 = 0.405 \Rightarrow \%40.5 \quad FF = \frac{V_{rms}}{V_{dc}} = \frac{\frac{V_m}{2}}{0.318V_m} = 1.57 \Rightarrow \%157$$

$$RF = \frac{V_{ac}}{V_{dc}} = \sqrt{FF^2 - 1} = 1.21 \Rightarrow \%121$$

Trasformatörün sekonder tarafındaki (ikincil yanındaki) gerilimin etkin değeri:

$$V_s = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707V_m$$

Trasformatörün sekonder tarafındaki (ikincil yanındaki) akımın etkin değeri:

$$I_s = I_{rms} = \frac{V_m}{2R}$$

Trasformatörün VA değeri:

$$VA = V_s I_s = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{V_m}{2R} = \frac{V_m^2}{2\sqrt{2}R}$$

Tek Faz Yarım Dalga Doğrultucular

$$TUF = \frac{P_{dc}}{V_s I_s} = \frac{\frac{(0.318V_m)^2}{R}}{\frac{V_m^2}{2\sqrt{2}R}} = 0.318^2 \times 2\sqrt{2} = 0.286$$

Yarım dalga doğrultucu için gerekli olan transformatörün VA değerinin, DC güç çıkışının yaklaşık 3.5 katı ($1/0.286=3.5$) olduğu anlamına gelir. Örneğin, 100 watt yük için gerekli transformatörün VA değeri yaklaşık 350 VA ($3.5 \times 100 = 350$) olacaktır. Bu ise transformatörün oldukça zayıf kullanılmasına yol açacaktır.

PIV: Tıkanan gerilimin tepe değeri (peak inverse blocking voltage):

$$PIV = V_m$$

Devrenin kötü yanları:

Yüksek dalgacık katsayısı, düşük verim, düşük transformatör kullanımı. Ayrıca, transformatörden akan doğru akım çekirdeğin doymasına neden olur.